EXTRAITS DES MANUSCRITS

RELATIFS

A LA GÉOMÉTRIE PRATIQUE DES GRECS.

1° TRAITÉ DE LA DIOPTRE, PAR HÉRON D'ALEXANDRIE
(LE SEUL DES FRAGMENTS CONNUS DE CET AUTEUR, QUI SOIT ENCORE INÉDIT);
2° FRAGMENTS DE PAPPUS;
3° GÉODÉSIE ATTRIBUÉE À UN HÉRON DE BYZANCE;
4° FRAGMENTS DE JULES L'AFRICAIN, ETC.

TEXTES RESTITUÉS, TRADUITS EN FRANÇAIS, ANNOTÉS ET PUBLIÉS POUR LA PREMIÈRE FOIS

PAR A. J. H. VINCENT,

DE L'ACADÉMIE DES INSCRIPTIONS ET BELLES-LETTRES.

PRÉFACE.

Héron d'Alexandrie, surnommé *l'Ancien* par les uns, par d'autres *le Mécanicien,* était disciple du mécanicien Ctésibius. Ce dernier vivait à Alexandrie sous Ptolémée Évergète II, c'est-à-dire sous Ptolémée VII, dit Physcon, dans la seconde moitié du IIe siècle avant notre ère, suivant le témoignage d'Aristoclès cité par Athénée le Sophiste. Les motifs que des critiques modernes avaient allégués pour placer Ctésibius sous Ptolémée II Philadelphe ont été solidement réfutés par Schweighæuser, par Venturi, par M. Bœckh, et tout récemment par M. Th. Henri Martin, suivant qui la vie du disciple de Ctésibius s'est prolongée très-probablement jusque vers le milieu du Ier siècle avant J. C. Plusieurs traités qui lui sont attribués font partie de la collection des *Mathematici veteres;* mais le traité dont il s'agit ici,

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

Περὶ διόπτρας, n'a jamais été publié ; seulement Venturi en a donné, au commencement de ce siècle, en italien, une sorte de traduction, accompagnée d'assez bons commentaires historiques et scientifiques.

Les Grecs nommaient διόπτρα tout instrument au travers duquel on *visait* : par exemple, la dioptre d'Hipparque, qui servait à mesurer le diamètre apparent du soleil et de la lune (voir Ptolémée et Proclus). La dioptre d'Héron avait un autre but : elle consistait principalement en un *niveau d'eau* mobile sur un trépied ; mais ce niveau pouvait être enlevé, et remplacé, soit par une simple alidade mobile horizontalement et verticalement, soit par un plateau circulaire divisé en degrés, et pouvant se fixer, à volonté, dans un plan oblique quelconque. A certains égards donc, la dioptre d'Héron peut être comparée à nos théodolites[1]. Venturi n'a pas compris que l'instrument d'Héron se composait de pièces mobiles, d'où la forme fabuleuse qu'il a été conduit à lui attribuer.

Quant à l'ouvrage même, voici le sommaire des matières et des questions qui s'y trouvent traitées. L'auteur commence par faire la critique des dioptres employées avant lui ; puis il cherche à faire sentir les avantages de la sienne (§§ I et II). Il en donne la description, ainsi que celle des signaux employés au nivellement (§§ III-V) ; ensuite de quoi il explique le moyen de résoudre, avec son appareil, les problèmes suivants :

1. — *Déterminer la différence de niveau de deux points donnés* (§ VI).

La méthode de l'auteur ne diffère pas de la pratique moderne.

2. — *Mener une ligne droite entre deux points tels, que de l'un on ne puisse apercevoir l'autre* (§ VII).

L'auteur procède par une sorte de tâtonnement, en construisant une ligne brisée à angles droits successifs, à peu près comme les arpenteurs romains.

[1] Chez plusieurs géomètres latins du moyen âge, le mot *dioptra* est pris simplement pour synonyme de l'arabe *alhidât*, en français *alidade*, en italien *traguardo*, etc. Voyez, pour le mot *alidade*, le *Glossaire des mots français tirés de l'arabe*, etc., de M. Pihan, page 31.

3. — *Mesurer la distance,* **RÉDUITE À L'HORIZON**, *comprise entre le point où l'on est et un point éloigné* (§ VIII).

L'auteur emploie ici, pour désigner une distance réduite à l'horizon ou *cultellée,* l'expression πρὸς διαβήτην, que Venturi n'a pas comprise, la traduisant constamment par les mots *alla pertica*, et entendant désigner ainsi l'emploi d'une sorte de compas.

4. — *Mesurer la largeur d'une rivière* (§ IX).

Opération identique à celle que les arpenteurs romains nomment *varatio*.

5. — *Mesurer la distance horizontale de deux points éloignés* (§ X).

6. — *Étant donnée une droite, mener une perpendiculaire à l'une de ses extrémités, sans approcher de la droite ni de l'extrémité* (§ XI).

7. — *Mesurer la hauteur d'un point inaccessible* (§ XII).

8. — *Mesurer la différence des hauteurs de deux points inaccessibles* (§ XIII).

9. — *Mesurer leur distance.*

10. — *Déterminer la position de la droite qui les joint,* c'est-à-dire *lui mener une parallèle.*

11. — Comme application : *Déterminer la hauteur d'une montagne.*

12. — *Déterminer la profondeur d'un fossé* (§ XIV).

13. — *Percer une montagne suivant une ligne droite qui joigne deux points donnés sur ses flancs* (§ XV).

Méthode analogue à celle du deuxième problème.

14. — *Creuser, dans une montagne, des puits qui tombent perpendiculairement sur une excavation* (§ XVI).

15. — *Une galerie souterraine quelconque étant donnée, déterminer, sur le sol au-dessus, un point tel, qu'en y creusant un puits vertical, il aboutisse à un point donné de la galerie* (§ XVII).

Au moyen d'une sorte de triangulation double effectuée au cordeau.

16. — *Tracer le contour d'un rivage suivant un arc de cercle ou une courbe donnée quelconque* (§ XVIII).

On mène, par un certain point, des rayons visuels qui rasent les bords d'un plateau horizontal semblable au contour demandé, et placé semblablement par rapport au point proposé.

17. — *Relever un terrain suivant un segment de sphère de forme donnée* (§ XIX).

Méthode analogue à la précédente.

18. — *Incliner un terrain suivant une pente déterminée* (§ XX).

19. — *Fixer, au moyen de la dioptre, sur une certaine droite horizontale menée à partir de nous, un point qui soit éloigné de nous d'une distance donnée* (§ XXI).

Au moyen de deux triangles semblables opposés.

20. — *D'un point éloigné de nous, prendre, avec la dioptre, une distance égale à une distance donnée, sans approcher de ce point, et sans avoir la droite sur laquelle il faut prendre cette distance* (§ XXII).

Au moyen de triangles semblables (quelconques), en employant seulement les rapports des côtés.

21. — *Mesurer un champ au moyen de la dioptre* (§§ XXIII et XXIV).

Par la décomposition en rectangles, trapèzes et triangles. — Plusieurs méthodes.

22. — *Les bornes d'un champ ayant disparu, à l'exception de deux ou trois, retrouver, au moyen du plan (dessin), supposé donné, les limites perdues* (§ XXV).

A peu près comme les arpenteurs romains.

23. — *Partager un terrain en portions données, au moyen de droites menées par un même point* (§ XXVI).

24. — *Mesurer un champ sans entrer dedans* (§ XXVII).

25. — *Diviser un trapèze ou un triangle donné, suivant un rapport donné, par une parallèle à la base* (§§ XXVIII et XXIX).

26. — *Trouver l'aire d'un triangle en fonction de ses trois côtés* (§ XXX).

La plus ancienne et la plus élégante des démonstrations de cette célèbre formule.

27. — *Étant donnée une fontaine, déterminer son produit* (§ XXXI).

28. — *Déterminer la distance angulaire de deux astres* (§ XXXII).

Au moyen du plateau divisé dont il a été question.

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

29. — Critique de l'*astérisque,* c'est-à-dire vraisemblablement de la *groma* des Romains (§ XXXIII).

30. — Description et usage de l'*odomètre* (§ XXXIV).

31. — Mesure du *sillage* d'un navire (§ XXXV).

32. — *Déterminer la distance de deux lieux situés sous des climats différents* (§ XXXVI).

Par les heures de l'observation d'une même éclipse, faite dans les deux lieux, dont les latitudes sont supposées données. Les heures employées sont les *heures temporaires.*

33. — *Mouvoir un poids donné avec une puissance donnée, au moyen d'un système de roues dentées* (§ XXXVII et dernier).

Principe des vitesses virtuelles assez bien indiqué, pour le cas de deux forces, *puissance* et *résistance.*

On peut juger, par cet exposé sommaire, que l'ouvrage d'Héron n'augmentera pas de beaucoup nos richesses scientifiques. Est-ce à dire, pour cela, qu'il soit dépourvu de tout intérêt? Tant s'en faut; et l'on peut même dire que, sous le rapport historique, il remplit une véritable lacune. En effet, entre la *géométrie élémentaire* des Grecs, représentée par Euclide, et la *géométrie supérieure,* sur laquelle nous possédons d'admirables ouvrages, ceux d'Apollonius de Perge, par exemple, il est une troisième branche de la science, intermédiaire, en quelque sorte, entre les deux autres, et dont, jusqu'à présent, l'histoire est à peine connue : c'est la *géométrie pratique,* ou *géodésie*[1], que l'on peut considérer comme personnifiée sous le nom d'Héron. Or l'ouvrage sur la dioptre est un véritable traité de géométrie pratique, auquel peuvent servir de complément les opuscules et fragments métrologiques que nous connaissons déjà sous le même nom d'Héron, bien que l'on ait coutume de les attribuer à des auteurs différents. En effet, c'est une opinion générale accréditée, qu'outre le maître de Proclus, dont l'existence nous est attestée par Marinus, il y a eu deux autres mathématiciens du nom d'Héron, l'un antérieur à Proclus, *Héron d'Alexandrie,* distingué

[1] Cf. M. Chasles, *Traité de géométrie supérieure, Discours d'inauguration,* § II, p. XXXVIII.

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

par la qualification d'Héron *l'Ancien;* l'autre, postérieur, dit *Héron de Byzance,* ou Héron *le Jeune.* Il serait, je pense, hors de propos de traiter ici, au sujet de la dioptre, cette question de l'existence réelle des divers Héron; question qui se trouve, d'ailleurs, je le pense, maintenant épuisée dans l'excellent travail que M. Th. Henri Martin a publié [1] sous les auspices de l'Académie des inscriptions et belles-lettres. Je ne puis cependant me dispenser d'en dire deux mots.

On s'accorde généralement à reconnaître Héron l'Ancien comme auteur des traités publiés par Thévenot dans le recueil dit des *Mathematici veteres*, savoir :

De constructione et mensura Manubalistæ; Belopœeca; Spiritalia; De automatorum fabrica.

D'un autre côté, on attribue vulgairement à Héron le Jeune un traité *De machinis bellicis* (πολιορκητικά dans le manuscrit), et un autre *De geodæsia,* dont, jusqu'à ce jour, on ne connaissait que des traductions latines, publiées conjointement, en 1572, par Barocci, qui, de son chef, y donne à l'auteur le titre de *mécanicien;* plus, un recueil ayant pour titre Ὀνόματα γεωμετρικά, dont une partie seulement a été éditée, une première fois par Dasypodius (en 1570), et une seconde fois (en 1826) par Cf. F. Hasenbalg; plus enfin, une multitude de fragments inédits sur les mesures de surface, de volume et de capacité [2].

Quant à la provenance véritable de ces fragments, il est incontestable qu'un grand nombre d'entre eux portent l'empreinte de mains et d'époques différentes; mais il ne l'est pas moins qu'en général ils décèlent une origine commune, comme Bœckh lui-même (*Metrologische untersuchungen*, p. 9) paraît le reconnaître; et cette origine est certainement beaucoup plus ancienne qu'on ne le suppose.

[1] Sous ce titre : *Recherches sur la vie et les ouvrages d'Héron d'Alexandrie, disciple de Ctésibius* (*Mém. de l'Acad. des inscr. et belles-lettres, Sav. étrang.* 1re série, t. III, p. 424).

[2] Je passe sous silence deux fragments *De obsidione toleranda et repellenda,* auxquels on donne, à tort, la même attribution.

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

Suivant moi, il a dû exister, sous le nom d'Héron[1], et cela dès une époque très-élevée, une vaste composition qui, servant de texte pour l'enseignement des écoles, s'est transmise, de siècle en siècle, en subissant des modifications successives, des additions, des mutilations, des interpolations. Les professeurs enseignaient Héron comme nous avons vu enseigner Euclide, c'est-à-dire chacun à sa manière, s'accordant sur le fond, mais variant à l'infini dans les détails; c'est ainsi que nous avons eu l'Euclide de Clavius, l'Euclide de Taquet, celui d'Henrion, celui d'Ozanam, et cent autres. De même donc chaque professeur rédigeait à sa manière et dictait son Héron. Dès lors, que nous trouvions Héron cité dans un ouvrage qui porte son nom, il n'y a rien là d'étonnant : c'est, je le répète, identiquement ce qui s'est pratiqué à l'égard d'Euclide dans tout le moyen âge, lorsque l'enseignement de la géométrie appliquée eut fait place, dans les écoles, à celui de la géométrie purement abstraite; et c'est ce qui se pratique encore aujourd'hui. Au lieu de dire *Héron le Jeune,* il fallait dire *le nouvel Héron,* comme nous disons le *nouveau Barême.*

Au surplus, quoi qu'il en soit de ce point de controverse, ce qui nous importe à nous, c'est l'âge du *Traité de la dioptre;* or, à cet égard, nous pouvons affirmer que, s'il y a eu plusieurs Héron, notre traité appartient au plus ancien; et c'est ce qu'il nous suffit de savoir. Cette certitude nous paraît résulter des preuves données par Venturi et complétées par M. H. Martin. En effet, 1° ce traité est intitulé, dans les manuscrits, Ἥρωνος Ἀλεξανδρέως περὶ διόπτρας. Or il n'y a qu'un *Héron d'Alexandrie* célèbre par ses ouvrages scientifiques, et c'est le disciple de Ctésibius. — 2° L'opuscule analysé par Pappus, sous le titre de Βαροῦλκος, d'*Héron le Mécanicien,* c'est-à-dire d'Héron l'Ancien, est identique avec le chapitre XXXVII du traité Περὶ διόπτρας, où, sans doute, Héron l'Ancien avait inséré ce problème: de même que, suivant le témoignage de Pappus, il répétait, dans ses Μηχανικὰ et dans ses Βελοποιϊκὰ, une même solution du problème

[1] On trouvera sans doute fort remarquable que ce nom, qui n'est pas grec, ait, en égyptien, une signification qui revient à celle d'*ingénieur.*

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

de la ligne moyenne proportionnelle entre deux lignes données. — 3° Le Byzantin du x^e^ siècle, auteur d'une petite *Géodésie* que nous publions dans ces extraits, ne paraît connaître qu'un seul mathématicien ancien du nom d'*Héron*, et c'est celui qu'il désigne lui-même comme disciple de Ctésibius. Or il déclare emprunter à Héron un procédé pour le jaugeage des sources : la description de ce procédé se trouve textuellement dans le traité Περὶ διόπτρας. — 4° Dans un autre passage, il dit avoir mis à profit les œuvres d'Archimède et d'*Héron*. Or on trouve dans sa *Géodésie* d'autres emprunts faits au traité Περὶ διόπτρας. — 5° Dans une petite *Catoptrique* imprimée à Venise, en 1518, sous le nom de Ptolémée, mais qui est un extrait d'une *Catoptrique* d'Héron l'Ancien, comme Venturi et M. Martin l'ont démontré, l'auteur dit avoir écrit un traité sur la dioptre. — 6° Le préambule et tout le reste du traité Περὶ διόπτρας s'accordent parfaitement avec les autres œuvres d'Héron l'Ancien pour les connaissances théoriques, pour l'esprit pratique, pour la composition et pour le style. — 7° Dans l'avant-dernier des problèmes énumérés plus haut, problème où il s'agit d'évaluer la distance de deux lieux de longitudes différentes par la différence des heures d'observation d'une même éclipse de lune, l'auteur prend pour exemple la distance d'Alexandrie à Rome, et suppose que celui qui doit résoudre le problème habite Alexandrie. D'où M. Martin conclut que l'auteur était Alexandrin, et qu'il vivait à une époque où Alexandrie avait plus de relations avec Rome qu'avec Athènes ou Byzance, c'est-à-dire avant l'an 395 de notre ère, date de la séparation de l'empire d'Orient et de l'empire d'Occident, et depuis l'an 81 avant notre ère, date de l'avénement de Ptolémée X, premier roi d'Égypte qui ait tenu sa couronne des Romains. Or nous avons vu que la vie d'Héron l'Ancien doit s'être prolongée au delà de cette dernière époque.

A ces raisons nous pouvons en ajouter deux autres, tirées aussi de l'avant-dernier problème. En effet, 8° l'auteur emploie dans ce problème des *heures temporaires*, c'est-à-dire des heures variables avec les saisons et les climats, dont douze heures de nuit, comprises entre

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

le coucher du soleil et son lever, et douze heures de jour, comprises du lever au coucher. Or cette manière de mesurer le temps est une nouvelle preuve de l'ancienneté de l'ouvrage; car déjà Claude Ptolémée (au IIe siècle de notre ère) emploie constamment les heures équinoxiales. — 9° Dans ce même problème, Héron adopte, pour la mesure de la circonférence du globe terrestre en stades, l'évaluation d'Ératosthène, c'est-à-dire 252 000 stades. Or cette évaluation a été constamment suivie par Hipparque, bien que Pline lui attribue une correction prétendue, qui, en ajoutant 25 000 stades, aurait encore aggravé l'erreur. Cette même évaluation a été contredite par Posidonius, qui a proposé d'abord 240 000 stades, c'est-à-dire encore trop, et ensuite 180 000 stades, c'est-à-dire trop peu. Mais l'évaluation d'Ératosthène a continué d'être généralement reçue jusqu'aux premières années du IIe siècle de notre ère; elle est admise à ce titre par Théon de Smyrne, dans son *Astronomie,* où cependant il prouve qu'il connaissait bien les travaux d'Hipparque et de Posidonius. Au contraire, Ptolémée, ayant adopté, à l'exemple de Marinus, la seconde évaluation de Posidonius, a réussi à la faire accepter et à faire abandonner généralement celle d'Ératosthène. Ainsi le traité Περὶ διόπτρας peut fort bien avoir été écrit à Alexandrie dans la première moitié du Ier siècle avant notre ère, c'est-à-dire du vivant de Posidonius, mais non à l'époque de Claude Ptolémée, c'est-à-dire après le deuxième tiers du IIe siècle de notre ère.

Ainsi tout s'accorde à nous faire reconnaître, dans le traité Περὶ διόπτρας, un précieux reste de la géométrie des Égyptiens, et une œuvre authentique d'*Héron d'Alexandrie,* élève de Ctésibius, et surnommé l'Ancien depuis l'époque où l'on crut en avoir découvert un nouveau.

Ce qui précède suffira, sans doute, pour faire comprendre que, si j'ai réuni au *Traité de la dioptre* d'Héron d'Alexandrie la *Géodésie* inscrite sous le nom d'*Héron le Jeune,* ce n'est point la similitude des noms, similitude vraie ou supposée, qui a pu m'y conduire, mais bien l'analogie des sujets.

En effet, pour ce dernier point d'abord, un rapide coup d'œil jeté

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

sur l'ouvrage suffit pour le faire ressortir avec évidence. L'auteur de la *Géodésie* commence (§ 1er[1]), comme Héron d'Alexandrie, auquel il emprunte souvent jusqu'à ses propres expressions, par exposer l'utilité et la nécessité de la dioptre; et, si le préambule n'était suivi d'une lacune dans le manuscrit, il n'est pas douteux que nous trouverions, à la même place, la description de l'instrument : cette description est indiquée dans le texte, et devait y être suivie de quelques détails sur les unités et fractions d'unité des mesures dont l'auteur fait usage.

A la suite se trouvait un premier problème dont la rédaction est également perdue; mais son objet se trouve indiqué plus loin; il avait pour but de

Mesurer une ligne droite qui joint deux points dont un seulement est accessible.

C'est le problème résolu par Héron d'Alexandrie, dans son chapitre VIII.

L'énoncé du problème suivant manque pareillement; mais on voit, par la solution, conservée presque en entier, que son objet est de

Mesurer la hauteur d'un point ou d'un édifice éloigné, et dont on ne peut approcher (§ II).

C'est l'objet du chapitre XII d'Héron d'Alexandrie, et la première proposition de Barocci.

L'auteur résout ensuite les problèmes suivants :

Étant donnés deux points éloignés et visibles, trouver leur distance réduite à l'horizon, sans approcher d'aucun des deux, et, de plus, *Déterminer la position de la droite qui les joint* (§§ III-V).

C'est l'objet du chapitre X d'Héron d'Alexandrie, et des propositions 2e, 3e et 4e de Barocci.

Mesurer les surfaces planes comprises entre des lignes droites ou courbes (§ VI).

C'est la cinquième proposition de Barocci. Dans les chapitres XXIII

[1] J'ai divisé le texte en paragraphes, qui correspondent aux dix propositions de Barocci : il y a un paragraphe de plus pour le *prooemium*.

et XXIV, Héron d'Alexandrie résout le même problème sous ce titre : *Mesurer un champ au moyen de la dioptre.*

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

La proposition 6e de Barocci (§ VII) n'est qu'une application spéciale à la *mesure du cercle.*

La proposition 7e (§ VIII) est une extension des précédentes : il y est question de la *mesure des volumes.*

La proposition 8e (§ IX) est une application particulière de la précédente à la *mesure de la capacité d'une citerne.*

La proposition 9e (§ X) reproduit presque identiquement, non-seulement par l'objet, mais par la rédaction, le chapitre XXXI d'Héron d'Alexandrie, où il est question de *déterminer le produit d'une fontaine.*

Enfin, la proposition 10e et dernière (§ XI) a pour but principal, comme le chapitre XXXII d'Héron d'Alexandrie, de

Déterminer la distance angulaire de deux astres.

Mais l'auteur moderne y ajoute des développements d'une assez grande importance, comme on le verra plus tard.

La similitude, l'identité même des objets traités dans les deux ouvrages, est donc complète.

Maintenant, pour ce qui est des noms des auteurs, M. H. Martin a démontré, il est vrai, d'une manière inattaquable, et la personnalité de l'auteur de la *Géodésie*, et l'originalité de son ouvrage; il a prouvé (ses raisons seront exposées en leur lieu) que cet auteur vivait à Constantinople dans la première moitié du Xe siècle. Mais, quant à affirmer qu'il se nommait Héron, c'est ce que M. H. Martin lui-même n'ose point faire, bien qu'il y incline fortement. Quant à moi, malgré la probabilité plus ou moins grande que chacun peut attribuer à cette hypothèse, dont on pourrait, en définitive, se contenter sans grand inconvénient, j'avouerai que les arguments dont on peut l'appuyer ne me frappent que médiocrement. Les manuscrits aujourd'hui subsistant de cet ouvrage sont inscrits, cela est vrai, sous le nom d'Héron ; mais supposons, pour un instant, que l'auteur ait omis, ce qui n'est nullement impossible, de signer sa rédaction autographe,

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

soit par humilité chrétienne (car il était chrétien), soit par tout autre motif; supposons, ce qui est plus probable, que son nom se soit trouvé effacé ou perdu, comme le sont les premiers chapitres de la *Géodésie :* ne suffisait-il pas que l'objet de l'ouvrage fût le même que celui du *Traité de la dioptre,* dont il présente, jusqu'à un certain point, une sorte de commentaire et d'application? Ne suffisait-il point qu'Héron y fût invoqué comme en ayant fourni le thème, pour que, dans l'impossibilité de le désigner positivement, on n'ait trouvé rien de mieux, rien autre chose à faire, que de le rapporter à Héron, dont il continuait la doctrine, et d'y appliquer le nom de ce géomètre, non pas comme désignation de l'auteur, mais comme personnification de la doctrine? C'est une induction que je crois fort légitime, et Letronne va beaucoup plus loin que moi en ce genre [1], lorsque, trouvant, dans un manuscrit sur les mesures, plusieurs titres où est mentionné le nom d'Héron, il conclut, de cela même, que l'ouvrage est tout simplement une compilation rédigée d'après les écrits d'Héron d'Alexandrie.

Au surplus, on conviendra volontiers, avec M. H. Martin, que cette question de nom est bien secondaire; et, comme le dit ce judicieux critique, peu importe ici que l'auteur s'appelle ou ne s'appelle pas Héron : c'est une opinion que l'on peut admettre ou rejeter, sans grave inconvénient de part ni d'autre.

Mais une chose sur laquelle il ne peut y avoir incertitude, c'est, comme je l'ai dit, la personnalité de l'auteur. A cet égard, M. H. Martin a produit des preuves d'autant plus remarquables, qu'il les a puisées, avant de connaître le texte même de l'ouvrage, dans une traduction remplie d'erreurs. Le savant philologue n'en a pas moins reconnu, au travers des contre-sens du traducteur, l'ouvrage d'un Byzantin du x[e] siècle; il y a constaté, notamment dans la dernière proposition, des détails topographiques et astronomiques qui ne peuvent s'appliquer, du moins sans s'écarter des plus grandes probabilités, qu'à la latitude de Constantinople, et à l'époque de Constantin Porphyrogénète; enfin il est parvenu à restituer, sans autre secours que l'in-

[1] *Recherches critiques, etc., sur les Fragments d'Héron d'Alexandrie*, p. 45 et 46.

forme traduction de Barocci, plusieurs passages du texte original ainsi méconnu et défiguré. Quant à moi, ayant, en quelque sorte, assisté à l'exécution de ce chef-d'œuvre de sagacité, je croirais manquer à un impérieux devoir, si j'omettais d'en rendre ici témoignage, avant de profiter des résultats qu'il m'a fournis, et que j'ai adoptés pour mon édition, reconnaissant que je n'avais rien à faire de mieux.

Toute la partie de cette publication qui est relative à Héron de Byzance ou à l'opuscule qui porte son nom, est donc autant l'ouvrage de M. H. Martin que le mien, même pour ce qui est relatif au texte; car, j'avais à peine parcouru ce texte, qui venait de m'arriver d'Oxford par l'obligeante entremise de M. E. Miller, que, l'ayant transmis, dans son état entièrement brut, à M. Martin, qui en désirait une prompte communication, je le reçus de nouveau, quelques jours après, entièrement corrigé, restitué et annoté de sa main; de façon que je n'y trouvai presque plus rien à faire que de le traduire, travail devenu très-facile, grâce à celui de mon bénévole collaborateur.

Telles sont les observations générales que j'avais à présenter sur le second ouvrage. Je m'abstiendrai d'entrer dans plus de détails, vu l'impossibilité de le faire sans répéter une partie de ce qu'a si bien dit M. H. Martin dans son savant mémoire. Je préfère y renvoyer le lecteur, qui trouvera là tous les détails biographiques que l'on peut désirer sur le sujet.

Je signalerai, en finissant, deux pièces que j'ai cru devoir ajouter pour l'éclaircissement de mes deux auteurs, savoir : un chapitre de Pappus (VIII, 10), qui reproduit, en le commentant, le chapitre où Héron d'Alexandrie décrit le *barulcus* (machine à lever les fardeaux, au moyen d'une roue dentée), et un chapitre de Jules l'Africain (XXI^e des Cestes) sur la mesure des distances et des hauteurs. Ce chapitre se trouve, il est vrai, dans la collection des *Mathematici veteres* de Thévenot, mais tellement défiguré, comme tout le reste du texte du même auteur, que c'est presque encore une édition princeps que j'en donne.

On trouvera de plus ici, à la suite de chaque proposition, les notes de Venturi presque en totalité; quelques notes extraites de l'ouvrage de M. H. Martin; enfin, quelques autres que j'ai ajoutées aux précédentes. Quant à celles de Barocci, elles ne valaient vraiment pas la peine d'être reproduites. Je n'ai pas négligé de signaler, à l'occasion, les variantes qui pouvaient présenter quelque valeur ou quelque intérêt.

Je ne terminerai point cette introduction sans adresser à mon savant confrère M. Chasles, de l'Académie des Sciences[1], les remercîments que je lui dois à plus d'un titre, d'abord pour l'obligeance qu'il a eue de mettre à mon entière disposition le rare ouvrage de Venturi, ensuite pour les encouragements éclairés qu'il a bien voulu donner à mon travail, et sans lesquels je ne l'eusse peut-être point entrepris.

POST-SCRIPTUM.

Il n'existe que trois copies du *Traité de la dioptre:* l'une fait partie du manuscrit grec n° 2430 (in-fol. papier) de la Bibliothèque impériale de Paris (fol. 79-118); un second exemplaire appartient à la bibliothèque du séminaire protestant de Strasbourg; il est contenu dans le manuscrit coté C. III. 6 (également in-fol. papier), dont il occupe les folios 81-120. Enfin, une troisième copie se trouve à la bibliothèque de Vienne; mais celle-ci est incomplète et tronquée de près d'un tiers du texte[2].

Le manuscrit de Paris était le seul que je pusse avoir à ma disposition lorsque j'entrepris mon travail. Au moment de mettre sous presse, et seulement alors, je pus consulter le manuscrit de Stras-

[1] Voir ci-dessus, p. 161.

[2] Voir dans Venturi : *Commentarj sopra la storia e le teorie dell' ottica* (Bologna, 1814); II, Erone il Meccanico, *del Traguardo*, pref. p. 79.

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

bourg, qui était depuis un an entre les mains du savant professeur de Weimar, M. Sauppe. Cette circonstance nous annonce vraisemblablement une édition qui précédera peut-être la mienne, et, sans aucun doute, la surpassera.

Quoi qu'il en soit, je n'ai pas perdu un instant pour collationner mes feuilles, déjà presque toutes composées, avec le nouveau texte dont j'obtenais communication. J'ai bientôt reconnu que ce dernier avait servi de type au manuscrit de Paris, et que celui-ci n'en offrait qu'une simple copie, mais très-fautive. Dès lors, la plupart des innombrables corrections que je m'étais cru, avec raison, autorisé à faire pour rectifier le sens et épurer le texte, s'étant trouvées confirmées par le manuscrit de Strasbourg, j'ai pris le parti de ne mentionner en général, au bas des pages, que les leçons fournies par ce dernier manuscrit, quand elles différaient des miennes, et de supprimer celles qui ne se trouvaient que dans le manuscrit de Paris, presque toutes étant évidemment des erreurs de copie; j'en ai cependant conservé quelques-unes, en très-petit nombre, dignes peut-être de quelque attention, en les distinguant par la lettre P.

J'adresse des remercîments bien sincères à M. Jung, le savant bibliothécaire de la ville et du séminaire protestant de Strasbourg, pour les démarches qu'il s'est empressé de faire à l'effet de rappeler le précieux volume; et, de plus, je ne dois pas négliger de déclarer, pour rendre hommage à la vérité, que M. Sauppe a mis, de son côté, toute la promptitude désirable à renvoyer le manuscrit dès qu'il a pu savoir que j'en avais besoin; et je lui en fais aussi mes remercîments.

Mais, avant tout, je me fais un plaisir autant qu'un devoir de signaler ici un bonheur inattendu dont mon édition tirera un profit inappréciable : c'est que mon excellent et illustre confrère M. Hase veut bien dérober à ses importants travaux le temps nécessaire pour revoir toutes mes épreuves; c'est là une garantie sur laquelle j'étais loin de pouvoir compter pour cette publication, et je m'empresse d'en témoigner ma reconnaissance à l'éminent helléniste à qui je suis déjà redevable de plusieurs corrections importantes.

Le manuscrit de Strasbourg est d'une belle écriture du XVIe siècle; celui de Paris est d'une écriture postérieure, très-mauvaise et très-négligée. Tous deux contiennent les traités suivants d'Héron : Πνευματικὰ, Βελοποιητικὰ, Περὶ διόπτρας, Τινὰ κλάσματα, et Περὶ αὐτοματοποιητικῆς. Dans le manuscrit de Strasbourg on trouve de plus divers autres traités, soit d'Héron lui-même, soit d'Athénée, de Biton, d'Euclide, qui ne sont pas dans celui de Paris; lequel, de son côté, contient en plus les *Harmoniques* de Manuel Bryenne, écrits d'une autre main, et reliés postérieurement avec les opuscules d'Héron déjà mentionnés. Au commencement de ce traité d'harmonique on lit la note suivante : « Hæc mathematica manuscripta quæ nullibi im-« pressa extant mihi Matthiæ Perneggero reliquit Abraham Unverjagt « Schemnicensis Pannoniæ Argentina abiens; anno 1600. »

Cette circonstance paraît appuyer l'origine que j'ai attribuée plus haut au manuscrit de Paris.

A. J. H. VINCENT.

TABLEAU

DES ABRÉVIATIONS PARTICULIÈRES AU MANUSCRIT ORIGINAL

D'HÉRON D'ALEXANDRIE.

ἐστί,	τετράγωνον,	ἔλαττον,
εἰσί,	κύκλου,	μεῖον,
ἔσται,	διόπτρα, [1]	λοιπόν (?)
εἶναι,	ζητούμενον,	καί,
γίνεται,	ἀστήρ, ἀστέρες,	πρός (?)
εὐθεῖα,	σελήνη,	πρός (?)
τρίγωνον,	νυκτός,	κατά (?)
παράλληλον, παραλληλόγραμμον,	ἴσος,	ἀπό (?)
παραλληλόγραμμον,	μεῖζον (?)	ἄρα.

[1] On a droit de s'étonner que le même signe puisse représenter des mots aussi divers; il est vraisemblable que cette circonstance provient de quelque ancienne négligence de copie.

CORRESPONDANCE ENTRE L'ALPHABET DU TEXTE ET CELUI DE LA TRADUCTION, POUR L'INTERPRÉTATION DES FIGURES.

Α	Β	Γ	Δ	Ε	Ζ	Η	Θ	Ι	Κ	Λ	Μ	Ν	Ξ	Ο	Π	Ρ	Σ	Τ
A	B	G	D	E	Z	H	C	I	K	L	M	N	X	O	P	R	S	T

Υ	Φ	Χ	Ψ	Ω	ς	ϟ	ϡ	͵Α	͵Β	͵Γ	͵Δ	͵Ε	. . . . .	$\overset{\alpha}{M}$	$\overset{\beta}{M}$	$\overset{\gamma}{M}$	. . .
U	F	Q	V	Y	J	W	&	A′	B′	G′	D′	E′	. . . . .	A″	B″	G″	. . .

Les notes de Venturi sont signées VR; celles de l'éditeur sont suivies des lettres H.V.

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

ΗΡΩΝΟΣ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ

ΠΕΡΙ ΔΙΟΠΤΡΑΣ.

Κεφ. α'.

Τῆς διοπτρικῆς πραγματείας πολλὰς καὶ ἀναγκαίας παρεχομένης χρείας, καὶ πολλῶν περὶ αὐτῆς λελεχότων, ἀναγκαῖον εἶναι νομίζω τά τε[1] ὑπὸ τῶν πρὸ ἐμοῦ παρειληφθέντα, καὶ, ὡς προείρηται, χρεῖαν παρέχοντα, γραφῆς ἀξιῶσαι, τὰ δὲ δυσχερῶς εἰρημένα εἰς διόρθωσιν προάξαι. Οὐχ ἡγοῦμαι δὲ ἀναγκαῖον εἶναι τά τε ἡμαρτημένα καὶ δυσχερῶς ἐκτεθειμένα, ἢ διημαρτημένα ὑπὸ τῶν πρὸ ἡμῶν, νῦν ἐς μέσον φέρειν· ἐξέστι γὰρ τοῖς βουλομένοις ἐντυγχάνουσι κρίνειν τὴν διαφοράν. Ἔτι δὲ καὶ ὅσοι ἀναγραφὴν πεποίηνται περὶ τῆς πραγματείας, οὐ διὰ μιᾶς ἢ τῆς αὐτῆς διόπτρας κέχρηνται πρὸς τὴν ἐνέργειαν, πολλαῖς δὲ καὶ διαφόροις, καὶ ὀλίγας δι' αὐτῶν προτάσεις ἐπιτελέσαντες· ἡμεῖς μὲν οὖν καὶ τοῦτο αὐτὸ πεφιλοτιμήμεθα, ὥστε διὰ τῆς αὐτῆς τὰς προκειμένας ἡμῖν προτάσεις ἐνεργεῖσθαι. Οὐ μὴν ἀλλὰ καὶ ἂν ἑτέραν τις ἐπινοήσῃ, οὐκ ἀμοιρήσει ἡ κατασκευασθεῖσα ὑφ' ἡμῶν διόπτρα ὥστε καὶ ταύτας ἐνεργεῖν.

[1] P. τὰ δὲ.

Biton, qui a écrit sur les machines de guerre, traitant la question qui consiste à prendre la hauteur des remparts des places que l'on veut battre en brèche, dit que « cette question a été traitée par lui dans certains livres « d'optique, où il a expliqué la construction d'une espèce de dioptre (*διο-« πτρον*, *Mathematici veteres*, p. 108). » Cet auteur est probablement un de

DE
LA DIOPTRE
d'Héron
d'Alexandrie.

HÉRON D'ALEXANDRIE.

DE LA DIOPTRE.

§ I.

Comme l'emploi de la *dioptre* fournit des applications nombreuses et indispensables aux usages de la vie, et que l'on en a beaucoup parlé, je pense qu'il est nécessaire de mettre par écrit les observations recueillies par nos devanciers (observations importantes, comme je viens de le dire), et en même temps de rectifier ce qui en a été dit avec trop peu d'exactitude. Je ne crois cependant pas qu'il soit nécessaire de rapporter ici tout ce que l'on trouve de mal exposé ou d'erroné et entièrement faux dans les auteurs qui nous ont précédé : on pourra toujours, quand on le voudra, juger de la différence qui se trouve entre eux et nous. Ce n'est pas tout : ceux qui ont décrit ces sortes d'opérations n'ont pas toujours su établir leur pratique sur l'emploi du même instrument; et néanmoins, leurs appareils, tout nombreux et variés qu'ils sont, ne donnent que les solutions d'un petit nombre de problèmes. Nous, au contraire, non-seulement nous nous sommes imposé la tâche de satisfaire, avec le même instrument, à toutes les questions déjà antérieurement proposées; mais, en outre, nous nous flattons que toute autre question nouvelle que l'on pourrait imaginer serait résolue avec la même facilité par le moyen de notre dioptre.

ceux auxquels Héron fait allusion comme ayant traité la même question avant lui. — VR.

Κεφ. β'.

Ὅτι δὲ πολλὰς παρέχεται τῷ βίῳ χρείας ἡ πραγματεία, δι' ὀλίγων ἐστὶν ἐμφανίσαι. Πρός τε γὰρ ὑδάτων ἀγωγὰς, καὶ τειχῶν κατασκευὰς, καὶ λιμένων, καὶ παντὸς οἰκοδομήματος, εὔχρηστος τυγχάνει· πολλὰ δὲ ὤνησεν καὶ τὴν περὶ τὰ οὐράνια θεωρίαν, ἀναμετροῦσα τά τε μεταξὺ τῶν ἀστέρων διαστήματα, καὶ τὰ περὶ μεγεθῶν καὶ ἀποστήματων, καὶ[1] ἐκλείψεων ἡλίου καὶ σελήνης. Πρός τε τὴν τῶν γεωγραφουμένων[2] πραγματείαν, νήσους τε καὶ πελάγη, καὶ καθόλου πᾶν διάστημα ἐξ ἀποστήματος. Πολλάκις γὰρ ἐμποδὼν ἵσταταί τι εἶργον ἡμᾶς τῆς προθέσεως, ἤτοι διὰ πολεμίων προκατάληψιν, ἢ διὰ τὸ ἀπρόσιτον καὶ ἄβατον εἶναι τὸν τόπον, παρεπομένου τινὸς ἰδιώματος φυσικοῦ, ἢ ῥεύματος ὀξέα ὑπορρεύσαντος[3]. Πολλοὶ γοῦν πολιορκεῖν ἐπιχειροῦντες, κλίμακας ἢ μηχανήματα κατασκευασάμενοι[4] ὧν χρὴ, καὶ προσαγόμενοι τοῖς τείχεσιν, ὑποχειρίους ἑαυτοὺς[5] παρέσχον τοῖς ἀντιπάλοις, παραλογισθέντες τῇ ἀναμετρήσει τῶν τειχῶν, διὰ τὸ ἀπείρους εἶναι τῆς διοπτρικῆς πραγματείας. Ἀεὶ[6] γὰρ ἐκτὸς ὄντας βέλους ἀναμετρεῖν δεῖ τὰ προειρημένα διαστήματα.

Πρότερον οὖν ἐκθέμενοι τὴν τῆς διόπτρας κατασκευὴν, ἑξῆς καὶ τὰς χρείας προστάξομεν.

[1] Les six mots précédents, τὰ π. μ. κ. ἀ. κ., manquent au manuscrit de Paris. — [2] γεγραφ. — [3] ὑποσύροντος. — [4] Ici se trouve une petite lacune, comme de quatre ou cinq lettres. — [5] ἑαυτοῖς. — [6] αἰεί.

Κεφ. γ'.

Ἡ τοίνυν τῆς εἰρημένης διόπτρας κατασκευὴ ἐστι τοιαύτη[1].

[1] κατ. ἐστι τ. — Dans le manuscrit, cette phrase est rattachée au chapitre précédent.

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie

§ II.

Que l'emploi de la dioptre fournisse des applications nombreuses aux usages de la vie, c'est ce qu'il est facile de démontrer en peu de mots. En effet, elle est avantageusement employée à faire jaillir des eaux du sein de la terre, à construire des remparts, des ports, des édifices de toute espèce. Ensuite, elle est utile pour une foule d'objets qui rentrent dans l'observation du ciel; telles sont la mesure des distances qui séparent les astres, celles de leur grandeur et de leur éloignement, la détermination des éclipses de soleil et de lune. Elle sert encore dans les études géographiques relatives aux îles et aux mers, et, en général, dans la mesure des distances de toute sorte, lorsque cette opération ne peut s'exécuter que de loin. Or, combien d'obstacles peuvent venir entraver nos projets! Tantôt, ce sont les ennemis qui sont maîtres du pays; tantôt, ce sont des accidents de terrain, un fleuve torrentueux, qui rendent les lieux impraticables et inabordables. Combien de fois, dans l'attaque d'une place forte, après avoir préparé les échelles et les autres machines nécessaires pour un assaut, n'est-il pas arrivé qu'au pied même des remparts on soit tombé entre les mains de l'ennemi, pour s'être trompé dans la mesure de ces remparts? Et cela, par défaut d'expérience dans la pratique de la dioptre; car, dans de pareilles circonstances, il faut être hors de la portée du trait pour pouvoir prendre les mesures dont on a besoin.

Cela posé, nous expliquerons, en premier lieu, la construction de la dioptre; ensuite, nous en développerons les usages.

§ III.

La dioptre est construite de la manière suivante : un sup-

Παγεὺς[1] *γίνεται καθάπερ σΊυλίσκος, ἔχων ἐκ τοῦ ἀνωτέρου τόρμον σΊρογγύλον· ϖερὶ δὲ τὸν τόρμον τυμπάνιον ϖεριτίθεται χάλκεον, ϖερὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τῷ τόρμῳ. Περιτίθεται δὲ καὶ χοινικὶς χαλκῆ ϖερὶ τὸν τόρμον, εὐλύτως δυναμένη ϖερὶ αὐτὸν εἰλεῖσθαι*[2], *ἔχουσα ἐκ μὲν τοῦ κάτω μέρους τυμπάνιον ὠδοντωμένον*[3], *συμφυὲς αὐτῇ ἐπὶ τοῦ ϖροειρημένου τυμπανίου καὶ ἐπικαθήμενον αὐτῷ, ἐκ δὲ τοῦ ἄνω μέρους ϖλίνθον καθάπερ δωρικοῦ κιονίου κεφάλιον, εὐπρεπείας ἕνεκα. Τῷ δ' εἰρημένῳ ὀδοντωτῷ τυμπανίῳ ϖαρατίθεται κοχλίδιον ἔχον τὴν ἕλικα*[4] *ἁρμοσΊὴν τοῖς ὀδοῦσι*[5] *τοῦ τυμπανίου. Τὰ δὲ σΊημάτια τοῦ κοχλιδίου συμφυῆ γίνεται τῷ μείζονι τυμπανίῳ. Ἐὰν ἄρα ἐπισΊρέφωμεν τὸ εἰρημένον κοχλίδιον, ἐπισΊρέψομεν καὶ τὸ ὠδοντωμένον*[6] *τυμπάνιον καὶ τὴν συμφυῆ αὐτῷ χοινικίδα. Γίνεται δὲ συμφυὴς αὐτῷ, τόρμων τριῶν ἀφιεμένων ἐκ τῆς ἕδρας τῆς χοινικίδος, καὶ συγκινουμένων αὐτῷ [τῷ] τυμπανίῳ. Λαμβάνει δὲ ὁ κοχλίας κατὰ μῆκος σωλῆνα ϖάχος ἔχοντα ὅσον ἐσΊὶ τὸ τῆς ἕλικος αὐτοῦ βάθος· οὐκοῦν ἐὰν ἐπισΊρέψωμεν*[7] *τὸν κοχλίαν ἄχρις ὁ εἰρημένος ἐν αὐτῷ σωλὴν κατὰ τοὺς ὀδόντας τοῦ τυμπανίου γένηται, διασΊραφήσεται*[8] *τὸ τυμπάνιον· κατασΊήσαντες οὖν αὐτὸ ὡς ἂν ἡ χρεία ἀπαιτῇ, ἐπισΊρέψομεν τὸν κοχλίαν βραχὺ, ὥσΊε ἐμπλακῆναι τὴν ἕλικα τοῖς ὀδοῦσι, καὶ οὕτως μενεῖ ἀκίνητον τὸ τυμπάνιον.*

[1] P. : *ϖαγεὶς*. On trouve *τῷ ϖάγει* à l'alinéa suivant; c'est un substantif (inconnu aux lexicographes) qu'il ne faut pas confondre avec le participe *ϖαγείς*. — Comp. le latin *pages* (dans Nonius), d'où *compages*. — [2] *αὐτὸ ϖλεῖσΊαι*. — [3] *ὀδοντ*. — [4] *ἥλικα*. — [5] *ὀδῶσι*. — [6] *ὀδοντομένον*. — [7] *ἐπισΊρέψομεν τὴν*. — [8] *ἡ διασ*.

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

port en forme de colonnette présente, à sa partie supérieure, un axe cylindrique auquel est fixé un plateau circulaire de cuivre qui lui est concentrique. L'axe est enveloppé par un tube de cuivre qui peut se mouvoir facilement autour de lui. A ce tube est fixée, par la partie inférieure, une roue dentée qui s'appuie sur le plateau; et il se termine, en haut, par une plinthe à laquelle on donne, en manière d'ornement, la forme du chapiteau d'une colonne dorique. A côté de la roue dentée est placée une petite vis dont le filet engrène avec elle; et les supports de cette vis sont fixés au plateau, dont le diamètre est plus grand que celui de la roue. Si donc nous faisons tourner la vis, nous ferons mouvoir en même temps la roue dentée ainsi que le tube qui fait corps avec elle, ce tube s'y trouvant fixé au moyen de trois goupilles qui, partant de sa base, pénètrent dans l'épaisseur de la roue qu'elles suivent dans son mouvement. Un sillon, de largeur à peu près égale au pas de la vis, est creusé suivant toute sa longueur; de sorte que, si nous faisons tourner cette vis, le sillon viendra se placer vis-à-vis des dents de la roue, qui se trouvera ainsi tout à fait libre dans ses mouvements[1]; ayant alors placé la roue dans une position convenable, faisons de nouveau tourner la vis si peu que ce soit, de manière que le filet vienne engrener avec les dents de cette roue, et celle-ci se trouvera fixée.

[1] Cette disposition a pour but d'éviter une perte de temps, en permettant de placer le tube avec la main dans une position voisine de celle qu'il doit avoir définitivement. — H.V.

DE
LA DIOPTRE
d'Héron
d'Alexandrie.

FAC-SIMILE DU MANUSCRIT.

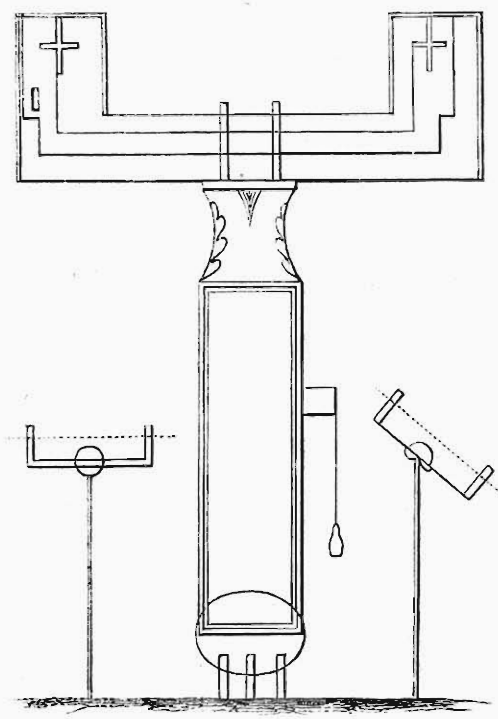


Figure 1.

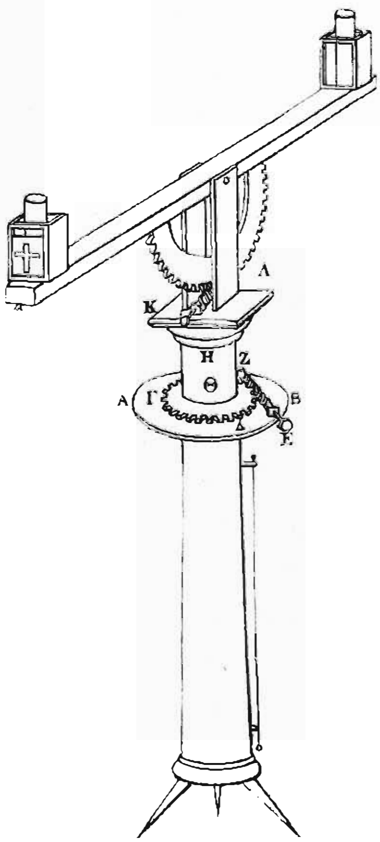


Figure 3.

Ἔστω οὖν τὸ μὲν ϖερὶ τὸν τόρμον τυμπάνιον καὶ συμφυὲς τῷ ϖαγεῖ, τὸ ΑΒ· τὸ δὲ συμφυὲς τῇ χοινικίδι, τὸ ΓΔ· ὁ δὲ ϖαρακείμενος τούτῳ κοχλίας, ὁ ΕΖ· ἡ δὲ συμφυὴς χοινικὶς τῷ ΓΔ τυμπανίῳ ἡ[1] ΗΘ, ἔχουσα ἐπικείμενον, ὡς εἴρηται, δωρικὸν κεφάλιον τὸ ΚΛ. Ἐπὶ δὲ τῆς ϖλίνθου ἐφεστάτω δύο χαλκᾶ στημάτια, καθάπερ κανόνια, ἀπέχοντα ἀπ' ἀλλήλων τοσοῦτον ὥστε εἰς τὸν μεταξὺ τόπον αὐτῶν ϖάχος τυμπανίου δύνασθαι ἐναρμοσθῆναι. Ἐπὶ δὲ τῆς ϖλίνθου μεταξὺ τῶν κανο-

[1] P. : ἡ δέ.

RESTITUTION DE VENTURI.

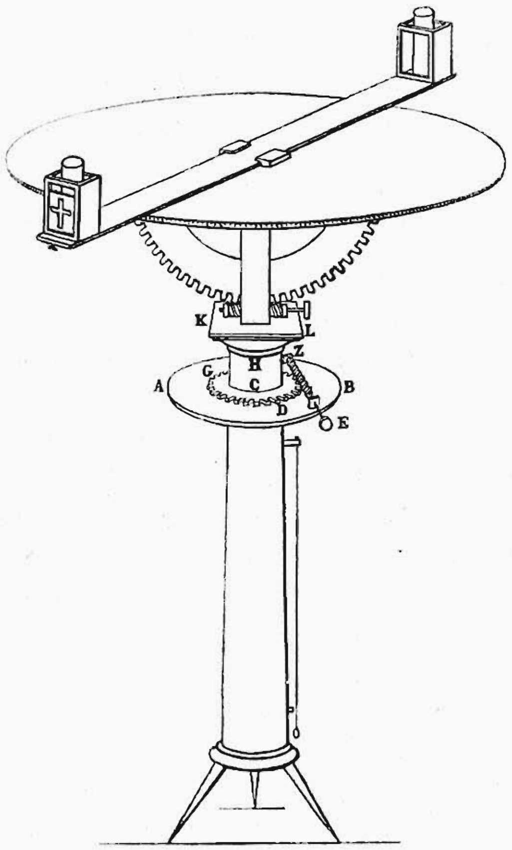


Figure 2.

RESTITUTION DU TRADUCTEUR.

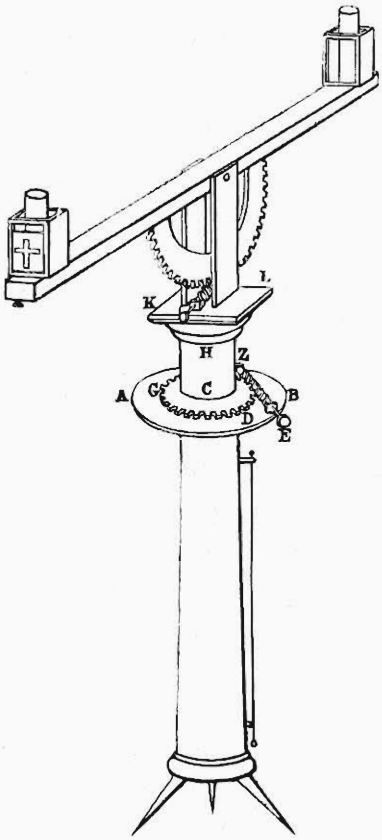


Figure 3.

Soit donc AB le plateau qui environne l'axe et qui est attaché d'une manière fixe au support; GD la roue dentée qui fait corps avec le tube; EZ la vis placée à côté de cette roue; HC le tube adhérent à la roue, qui porte, comme on l'a dit, un chapiteau dorique KL. Maintenant, sur la plinthe de ce chapiteau sont fixés [verticalement] deux montants de cuivre, en forme de règle, séparés entre eux par un intervalle égal à l'épaisseur d'une roue; et sur la même plinthe, entre ces deux monνίων κοχλίας ἔστω στρεφόμενος, οὗ τὰ στηµάτια[1] ἁρμοστὰ τῷ εἰρημένῳ τόρμῳ· οἱ δὲ μακροὶ κανόνες[2] τῷ τόρμῳ παρυπεραίρουσιν εἰς τὸ ἄνω μέρος ὅσον δακτύλους τέτταρας. Ἐν δὲ τῇ μεταξὺ τῶν ὑπεροχῶν χώρᾳ ἐναρμόζεται κανὼν πλάγιος, μῆκος μὲν ἔχων ὡς πήχεις δ̄, πλάτος δὲ καὶ πάχος ὥστε ἁρμόζειν εἰς τὴν εἰρημένην χώραν· καὶ διατεμνέσθω ὑπ' αὐτῆς κατὰ μῆκος.

[1] Le manuscrit présente ici un espace blanc; en marge est écrit : *λεῖπειν τι δοκεῖ*. Je pense qu'il ne s'agit que d'une place réservée pour une figure absente. — [2] *καὶ οἱ ὄντες* au lieu de *κανόνες*.

Quelques lignes avant la fin de ce paragraphe, entre les mots *στηµάτια* et *ἁρμοστά*, se trouve, dans les manuscrits, une place vide, destinée, à ce qu'il paraît, à contenir la figure de l'instrument; mais cette figure manque entièrement. Venturi pense que cette place vide indique une lacune considérable du texte même. Je ne le crois pas, et je motiverai tout à l'heure mon opinion. Mais écoutons le traducteur italien; ses raisons méritent d'être pesées : « La Dioptre, dit-il, avait une règle au moyen de laquelle on visait « l'objet que l'on voulait observer. Cette règle tournait en rasant la surface « d'un plateau d'une grandeur suffisante pour qu'on pût en diviser le limbe « en trois cent soixante degrés et en parties de degré (voy. ci-après, § XXXII). « Ce plateau devait encore être plus grand, si l'on devait s'en servir pour « résoudre avec une exactitude tolérable les problèmes des §§ XVIII, XIX. Son « plan était susceptible de prendre une inclinaison quelconque, ou encore « une position perpendiculaire à l'horizon (§§ XVIII, XIX, XXXII). En outre, on « pouvait mettre la règle dans une position inclinée quelconque, et l'y fixer « (§§ X, XIV, XXI). La règle pouvait facilement être enlevée de dessus le pla- « teau, et puis y être replacée (§ XXXII). Enfin, il y avait un demi-cercle, au « moyen duquel la règle pouvait être dirigée vers une mire plus ou moins « élevée, en se mouvant dans un plan perpendiculaire à l'horizon (§§ VIII, IX); « et ce demi-cercle devait être mobile entre les deux supports qui s'élevaient « sur la plinthe, et dont l'auteur parle un instant avant la lacune des manus- « crits. D'après une figure, quoique tout à fait informe, que l'on trouve dans « les manuscrits (fig. 1), je conclus : que la colonne qui portait l'instrument « était soutenue par trois pieds; que, pareillement aux poteaux dont nous « verrons bientôt l'emploi dans l'opération du nivellement, elle portait un « fil à plomb destiné à la mettre dans une position verticale; et enfin, que tants, se trouve une vis mobile dont les supports sont fixés sur le chapiteau du tube [1], et qui est ajustée de manière à faire mouvoir cette roue dans un plan vertical. Dans l'intervalle des deux montants, qui s'élèvent à une hauteur de quatre doigts au-dessus du chapiteau, peut s'adapter une règle transversale de quatre coudées de longueur, dont la largeur et l'épaisseur sont en rapport avec l'intervalle précédent, et dont la longueur est partagée en deux par le même intervalle.

[1] Le grec dit : *fixés à l'axe.*

« les fentes de la règle, au travers desquelles on visait, étaient faites en forme « de croix. Ces données nous font voir que l'instrument d'Héron avait beau- « coup de ressemblance avec les théodolites de nos jours, et qu'il était à « peu près tel que je l'ai représenté dans la figure 2. J'ai, de plus, conservé « dans la figure 1 quelques dessins grossiers de l'instrument, tels qu'ils se « voient dans les manuscrits.

« Peut-être, lorqu'on faisait un nivellement, enlevait-on le tube C H et « toute la partie supérieure de l'appareil, et mettait-on à sa place, avec un « autre tube, la règle *à niveau* décrite dans le paragraphe suivant. Mais, puis- « que Héron a insisté sur la possibilité d'exécuter toutes les opérations avec « un seul instrument, je préfère placer sur le plateau supérieur la même « règle à niveau que l'auteur va maintenant décrire, et qui peut également « bien servir à d'autres opérations que celle du nivellement, dès que l'on a « fait écouler l'eau contenue dans les petits tubes de verre. »

Ainsi parle Venturi. Malgré ces raisons, je ne vois aucune preuve suffisante pour admettre une lacune aussi considérable qu'il la suppose; et l'altération que le texte a pu, en effet, subir en cet endroit, ne me semble pas néanmoins être d'un autre ordre que les erreurs de copie qui se rencontrent çà et là dans tout le cours de l'ouvrage. Une chose que Venturi paraît n'avoir pas suffisamment comprise, c'est que plusieurs pièces de l'instrument étaient mobiles, et que, tout en les échangeant entre elles, on n'en avait pas moins toujours le même instrument. Or il ne manque ici que la mention des pièces mobiles, et Héron a bien pu, a dû même reporter toutes ces descriptions de détail aux passages où elles pouvaient être placées fructueusement : car ici elles eussent été inintelligibles. Il n'y a donc pas, suivant moi, de lacune proprement dite; et le mot *ἁρμοσῖά*, qui commence le quatrième paragraphe de Venturi, n'est évidemment que l'adjectif de *σῖη-μάτια*, qui finit le troisième. Aussi ai-je cru devoir supprimer le titre du § IV, pour le reporter quelques lignes plus bas, à la description du tube à niveau.

La description du grand plateau, que la figure de Venturi place sous la règle à niveau, se trouverait donc entièrement déplacée en cet endroit. On remarquera, d'ailleurs, qu'en l'employant pour la première fois au § XVIII, Héron commence par dire : *établissons sur la dioptre un plateau horizontal sur lequel devra pivoter la règle.* Or ces expressions ne donnent-elles pas lieu de supposer qu'il n'a pas été question de plateau dans ce qui précède? Au § VIII, il est bien aussi question d'un plateau, ou plutôt d'une roue, sur laquelle tourne la règle; mais que l'on examine l'ensemble : *plaçons*, dit l'auteur, *la dioptre munie de son demi-cercle, et faisons pivoter la règle qui s'appuie sur la roue, ὁ ἐπὶ τῷ τυμπανίῳ.* Or la roue dont il est ici question n'est autre chose que le demi-cercle vertical : car l'auteur, dans la description qui nous occupe, pour désigner ce demi-cercle qui se meut dans un plan vertical, n'emploie pas d'autre expression que celle de *τυμπάνιον*, puisqu'il dit : *ὥσῖε εἰς τὸν μεταξὺ τόπον αὐτῶν [τῶν κανονίων] πάχος τυμπανίου δύνασθαι ἐναρμοσθῆ-ναι.* C'est encore ainsi qu'il dit au § IX : *ἐγκλίνω τὸ ἡμικύκλιον . . . . .* Le grand plateau proprement dit était donc une pièce mobile, employée seulement dans certaines circonstances, et que l'on supprimait dans les autres cas; et cette pièce est désignée par le mot *τύμπανον*, qu'il ne faut pas confondre avec *τυμπάνιον*.

Ainsi, il faut bien entendre que l'auteur grec n'a voulu donner ici que

Κεφ. δ'.

Ἐν δὲ τῇ ἄνω ἐπιφανείᾳ τοῦ κανόνος, σωλὴν ἐγκέκοπῖαι, ἤτοι σῖρογγύλος ἢ τετράγωνος, τῷ μήκει τηλικοῦτος ὥσῖε δέξασθαι σωλῆνα χαλκοῦν μῆκος ἔχοντα τοῦ κανόνος ὡς δα-κτύλους δώδεκα. Τῷ δὲ χαλκῷ σωλῆνι πρόσκειται ἕτεροι σω-λῆνες ὀρθοὶ ἐκ τῶν ἄκρων, ὥσῖε δοκεῖν ἀνακεκάμφθαι τὸν σωλῆνα· τῆς δ' ἀνακαμπῆς τὸ ὕψος οὐ πλεῖον γίνεται δακτύ-λων[1] δύο. Εἶτα μετὰ τοῦτο ἐπιπωμάζεται ὁ χαλκοῦς σωλήν,

[1] δακτύλους.

la description de la dioptre munie des seules pièces nécessaires à la solution du premier problème qu'il se propose, savoir, le problème du nivellement; et, dans l'exposition de chaque question, il a toujours soin de dire d'abord quelle est la pièce mobile dont l'instrument doit être muni.

En conséquence de ces diverses observations, je pense qu'il faut supprimer, dans la figure 2, le grand plateau en question, et réduire cette figure aux seuls éléments dont on reconnaît l'indication dans le texte. La figure 3 indique ces modifications.

Ce texte, comme on l'a vu, donne quatre coudées de longueur à la règle, et seulement une demi-coudée au tube du niveau. Or Venturi regarde ces deux choses comme incompatibles, et soupçonne qu'il y a une erreur de copiste dans un passage ou dans l'autre. Le niveau et la dioptre donneront, dit-il, un résultat bien plus exact, si les deux petits tubes de verre sont distants de quatre coudées. Je ne m'arrêterai point à discuter cette opinion; je remarquerai seulement, d'abord, que les deux choses ne sont nullement contradictoires comme le prétend Venturi, et, en second lieu, que ce nombre de quatre coudées est aussi la longueur que Proclus (*Hypotyposes*, p. 109, éd. de Halma) donne à la dioptre d'Hipparque. Mais ce dernier instrument avait un but tout spécial, et, par suite, une construction entièrement différente. On peut en voir le détail dans Proclus (à l'endroit cité), dans les *Commentaires de Théon* (éd. de 1538, fol. 257 et 262), dans Bailly, *Astronomie moderne* (t. I, p. 180, 257, 479 et *passim*). Voyez aussi Am. Sédillot, *Matériaux pour servir à l'histoire comparée des sciences mathématiques chez les Grecs et les Orientaux*, p. 301. — H.V.

§ IV.

Sur la surface supérieure de la règle est creusé un canal cylindrique ou quadrangulaire, de dimension convenable pour recevoir un tube de cuivre dont la longueur, prise sur celle de la règle, est d'environ douze doigts. Au tube de cuivre sont fixés à angle droit, par les deux extrémités, deux autres tubes qui semblent n'être qu'une courbure du premier, en formant au-dessus de lui une saillie de deux doigts tout au plus. En outre, le tube de cuivre est enchâssé dans le canal de la règle, *κανόνι ἐπιμήκει ἁρμόζοντι εἰς τὸν σωλῆνα, ὥστε συνέχειν τόν τε χαλκοῦν σωλῆνα καὶ εὐπρεπεστέραν τὴν ὄψιν ϖαρέχειν. Ἐν δὲ ταῖς εἰρημέναις ἀνακαμπαῖς τοῦ σωλῆνος ἐναρμόζεται ἐν ἑκατέρῳ ὑέλινον κυλίνδριον, ϖάχος μὲν ἔχον ἁρμοστὸν τῷ σωλῆνι, ὕψος δὲ ὡς δακτύλων δώδεκα· εἶτα ϖεριστεγνοῦται εἰς τὰς ἀνακαμπὰς τὰ ὑέλινα κυλίνδρια, κηρῷ ἢ ἄλλῳ τινὶ στεγνώματι, ϖρὸς τὸ, ὕδατος ἐμϐληθέντος δι' ἑνὸς τῶν κυλινδρίων, μηδαμόθεν διαῤῥεῖν.*

Περίκειται δὲ τῷ ϖλαγίῳ κανόνι ϖηγμάτια δύο κατὰ τοὺς τόπους ἐν οἷς ἐστι τὰ δύο [1] ὑέλινα κυλίνδρια, ὥστε δι' αὐτῶν διελθόντα τὰ ὑέλινα συνέχεσθαι. Ἐν δὲ τοῖς εἰρημένοις ϖηγματίοις λεπίδια χαλκᾶ ἐναρμόζεται, διατρέχειν μὲν δυνάμενα ἐν σωλῆσι διὰ τῶν τοίχων τῶν ϖηγματίων, ψαύοντα τῶν ὑελίνων κυλινδρίων, μέσας ἔχοντα ἀνατομὰς δι' ὧν δυνατὸν ἀναδιοπτεύειν. Τοῖς δὲ εἰρημένοις λεπιδίοις συμφυῆ γίνεται ἐκ τῶν κάτω μερῶν χοινικίδια, ὕψος ἔχοντα ὡς ἡμιδακτύλου, καὶ τούτοις ἁρμοστὰ γίνεται ἀξώνια χαλκᾶ, μῆκος μὲν ἔχοντα ὅσον ἐστὶ τὸ ὕψος τοῦ ϖήγματος τῷ ϖρὸς ἑνὶ τῶν ὑελίνων [2] κυλινδρίων, ἃ [3] διὰ τρήματος ἀνέρχεται ἐν τῷ κανόνι τῷ τὸν σωλῆνα ἔχοντι. Ἐν δὲ τοῖς ἀξωνίοις ἕλικες ἐντέμνονται [4], εἰς ἃς τυλάρια ἁρμοστὰ γίνεται συμφυῆ ὄντα τῷ κανόνι. Ἐὰν ἄρα τὰς τῶν ἀξωνίων [5] ὑπεροχὰς τὰς εἰς τὸ κάτω μέρος ἐπιστρέφῃ τις, κινήσει τὰ λεπίδια τὰ τὰς ἀνατομὰς ἔχοντα, ἔκ τε τοῦ ἄνω καὶ κάτω μέρους· ἕξει γὰρ τὸ ϖρὸς τῇ λεπίδι ἄκρον τοῦ ἀξωνίου τυλάριον ἐμϐαῖνον εἰς σωλῆνα ἐνόντα ἐν τῷ χοινικιδίῳ.

[1] *θεῖα*, indiqué comme fautif dans le manuscrit de Strasbourg, mais non corrigé. — [2] *γαλινῶν*. — [3] *ὃ*. — [4] *ἐντέμονται*. — [5] *ἀξώνων*.

* En français *pinnules*. — ** *τυλάριον* est plutôt un simple petit clou, une saillie quelconque tenant lieu d'écrou.

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie

auquel on a donné une longueur appropriée à cet objet, de manière que, paraissant faire corps avec elle, il présente ainsi à la vue un aspect plus gracieux. Aux deux points où le grand tube se relève, et de chaque côté, s'emboîte un petit tube de verre dont le diamètre lui permet de s'ajuster bout à bout avec le tube de cuivre, et dont la hauteur est d'environ douze doigts; en outre, ces deux petits tubes de verre sont lutés aux deux saillies du tube de cuivre avec de la cire ou tout autre mastic, de sorte que de l'eau versée dans l'un des tubes ne puisse s'échapper d'aucun côté.

Ce n'est pas tout; sur la règle transversale, là où sont fixés les deux petits tubes de verre, on fixe autour de ceux-ci deux petites enchâssures ou deux petits pilastres creux, dans l'intérieur desquels s'engagent les tubes de verre, de manière à faire corps avec eux. A ces pilastres s'adaptent deux petites lames de cuivre*, qui peuvent glisser dans des coulisses, le long de leurs parois, en rasant la surface des tubes de verre, et dont le milieu présente des fentes au travers desquelles on peut viser. A ces lames sont fixés, par la partie inférieure, d'autres petits tubes d'un demi-doigt de long, dans lesquels s'engagent des goupilles de cuivre d'une longueur égale à la hauteur des pilastres qui enveloppent les tubes de verre. Ces goupilles pénètrent, par une ouverture, dans la règle qui supporte le tube de cuivre, et s'y implantent au moyen d'un filet de vis qui rencontre son écrou** dans l'épaisseur même de la règle. Si donc on fait tourner la tête de ces goupilles qui dépasse dans le bas, on fera, par ce moyen, mouvoir en haut et en bas les petites lames qui présentent les fentes dont nous avons parlé. C'est ce qui arrivera nécessairement par l'action de cette extrémité des goupilles qui se trouve engagée dans l'intérieur des petits tubes adhérents aux lames.

Κεφ. ε'.

Καὶ ἡ μὲν τῆς διόπτρας κατασκευὴ εἴρηται· τὴν δὲ τῶν παρατιθεμένων[1] αὐτῇ κανόνων καὶ ἀσπιδίσκων[2] ἐροῦμεν. Δύο γίνονται κανόνες, μήκους μὲν ὡς πηχῶν δέκα, πλάτος δὲ ὡς δακτύλων πέντε, πάχος δὲ ὡς δακτύλων τριῶν. Ἐν δὲ τῷ μέσῳ πλάτει ἑκατέρων αὐτῶν πελέκινος γίνεται θῆλυς, τὰ στενὰ εἰς τὸ ἔξω μέρος ἔχων, ἰσομήκης τῷ κανόνι. Τούτῳ[3] δὲ ἁρμοστὸν γίνεται χελωνάριον εὐλύτως διατρέχειν εἰς αὐτὸν δυνάμενον, καὶ μὴ ἐκπίπτειν. Τούτῳ δὲ τῷ χελωναρίῳ προσηλοῦται ἀσπιδίσκη, τὴν διάμετρον ἔχουσα ὡς δακτύλων δέκα ἢ δώδεκα· καὶ διὰ τοῦ κύκλου εὐθείας βληθείσης πρὸς ὀρθὰς τῷ μήκει τοῦ κανόνος, τὸ μὲν τῶν ἡμικυκλίων λευκῷ χρίεται χρώματι, τὸ δ' ἕτερον μέλανι. Ἐκ δὲ τοῦ χελωναρίου σπάρτος ἐκδεθεῖσα διὰ τροχίλου[4] εἰς τὸ ἄνω τοῦ κανόνος κειμένου, ἀποδίδοται εἰς τὸ ἕτερον τοῦ κανόνος μέρος ὅπου οὐκ ἔστιν ἡ ἀσπιδίσκη. Ἐὰν ἄρα τις τὸν κανόνα ὀρθὸν ἐάσῃ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, καὶ ἐπισπάσηται ἐκ τῶν ὄπισθεν μερῶν τὴν σπάρτον, μετεωρίσει[5] τὴν ἀσπιδίσκην· ἐὰν δὲ ἀφῇ, κατενεχθήσεται εἰς τὸ κάτω μέρος τῷ ἰδίῳ βάρει· ἕξει γὰρ ἐκ τῶν ὄπισθεν μερῶν ἡ ἀσπιδίσκη μολυβδοῦν πλάτυσμα προσηλωμένον, ὥστε αὐτομάτως καταφέρεσθαι· πρὸς ὃ ἐὰν τὴν σπάρτον ἀνιῶμεν, κατασταθήσεται καὶ ἡ ἀσπιδίσκη καθ' ὃν ἂν βουλώμεθα τοῦ κανόνος τόπον χαλωμένη[6].

Διῃρήσθω δὲ καὶ ὁ κανὼν ἀπὸ τῆς κάτω κουρᾶς ἀκριβῶς εἰς πήχεις, καὶ παλαιστάς, καὶ δακτύλους, ὅσους ἂν[7] ἐπιδέχηται τὸ μῆκος· καὶ κατὰ τὰς διαιρέσεις αἱ γραμμαὶ ἐγκεχαράσθωσαν [ἐκ] τοῦ κανόνος μερῶν τῶν ἐπὶ τὰ δεξιὰ τῆς ἀσπιδίσκης· ἕξει δὲ καὶ ἡ ἀσπιδίσκη ἐκ τῶν ὄπισθεν μερῶν γνωμόνιον, ἀπὸ τῆς εἰρημένης ἐν αὐτῇ διαμέτρου παραπίπτον, παρὰ τὰς εἰρημένας ἐν τῷ πλαγίῳ μέρει τοῦ κανόνος γραμμάς.

[1] Τῶν δε παρ. — [2] ἀσπίδων. — [3] τοῦτο. — [4] τροχήλου. — [5] μετεωρίσῃ. — [6] χαλωμένης. — [7] ἐάν.

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

§ V.

Maintenant que nous avons décrit la construction de la dioptre, nous allons parler des poteaux et des disques qui l'accompagnent. On équarrit deux poteaux, longs chacun de dix coudées, larges de cinq doigts et épais de trois. On y pratique sur toute la longueur, et par le milieu de la largeur, une rainure en queue d'aronde, dont la partie étroite soit en dehors. Dans cette rainure s'engage un tenon qui peut y glisser librement sans en sortir. Sur ce tenon est fixé un disque circulaire de dix ou douze doigts de diamètre, que l'on partage, par une droite perpendiculaire à la longueur du poteau, en deux demi-cercles, dont l'un est coloré en blanc et l'autre en noir. Du même tenon part une corde qui, s'enroulant autour d'une poulie située au haut du poteau, se rend à la face postérieure de celui-ci, du côté opposé à celui du disque. Si donc on plante ce poteau dans une position verticale, et que l'on tire la corde par derrière, on fera monter le disque; si, au contraire, on lâche la corde, le disque descendra en vertu de son poids, surtout si l'on a eu la précaution de clouer, à sa surface postérieure, une plaque de plomb qui aura pour effet de le rendre naturellement plus mobile. Par conséquent, lorsque nous aurons tiré la corde pour élever le disque, nous n'aurons qu'à l'arrêter pour fixer le disque à tel point du poteau que nous voudrons.

En outre, il faut diviser la longueur du poteau, à partir de sa base inférieure, en coudées, palmes et doigts, autant qu'il y en pourra tenir; puis, par les points de division, tirer des lignes indiquant les parties de la longueur sur celle des faces qui est à droite du disque. Quant à celui-ci, il portera, à sa face postérieure, un index qui, en suivant le diamètre dont on a parlé, ira correspondre aux divisions de l'échelle tracée sur le poteau.

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

Οἱ δὲ κανόνες ὀρθοὶ σ7αθήσονται ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ἀκριβῶς οὕτως· ἐκ πλαγίων τε κανόνων ὅπου οὐκ εἰσὶν αἱ τῶν μερῶν γραμμαὶ, τύλος ἐμπήγνυται, μῆκος ἔχων ὡς δακτύλους τρεῖς· οὗ παρὰ τὴν κουρὰν τρῆμα γίνεται ἀπὸ τῶν ἄνω μερῶν εἰς τὰ [1] κάτω, δυνάμενον σπάρτον δέξασθαι βάρος ἔχουσαν κρεμάμενον. Ὡς δὲ τὸ κάτω μέρος, τύλος [2] ἐγκείμενος γίνεται τοσοῦτος ὅσον καὶ τὸ εἰρημένον τρύπημα ἀφέσ7ηκεν ἀπὸ τοῦ εἰρημένου κανόνος. Ἐν δὲ τῇ εἰρημένῃ κουρᾷ τῇ κάτω τοῦ τύλου, μέση καὶ ὀρθὴ γραμμὴ γίνεται, ᾗ ἐφαρμόσασα [3] ἡ εἰρημένη σπάρτος τὸν κανόνα ὀρθὸν κατασ7ήσει.

Τῆς οὖν κατασκευῆς πάσης εἰρημένης, νῦν καὶ τὴν χρῆσιν ἐκθησόμεθα ὡς δυνατὸν ἔσ7αι [4].

[1] εἰς τό. — [2] σ7ύλος. — [3] ἡ ἐφ. — [4] Cette phrase du manuscrit y paraît liée à l'énoncé du problème qui suit.

« Il est bon d'indiquer, dans leur ensemble, toutes les mesures dont Héron s'est servi dans cet ouvrage ainsi que dans les autres. La circonférence de la terre, dont il emprunte l'évaluation à Ératosthène, est de 252 mille stades, et, par conséquent, chaque degré est de 700 stades (XXXVI). Le stade est de 400 coudées (XXXIV); la coudée de 24 doigts (*Mathematici veteres*, p. 142); le pied de 16 doigts (*ibid.* p. 115). On sait, d'ailleurs, que le palme était la sixième partie de la coudée (*ibid.* p. 55) [1].

« Que si l'on cherche à ramener ces mesures au mètre, il faudra, de toute nécessité, abandonner les hypothèses, plus ingénieuses que vraies, de ceux qui ont prétendu trouver dans les mesures géographiques des Grecs une concordance et une perfection dont ils étaient bien éloignés, comme on en sera convaincu tout de suite, si l'on veut seulement observer le procédé aussi incertain que grossier par lequel Ptolémée établit les bases de sa géographie. En raisonnant sur des données plus positives, on est conduit à identifier le mille romain à huit stades grecs communs, ce qui est conforme à la mesure d'Ératosthène lui-même, d'après Censorin [2] (*De die natali,* cap. XIII) et Harménopule [3] (Πρόχειρον νόμων, liv. II, chap. XIV). Cette évaluation est.

[1] Voy. *Anal. gr.* de Montfaucon, p. 308 et suiv. — [2] Censorin pense que le stade d'Ératosthène est le stade italique de 625 pieds. — H. V. — [3] Voy. Fabricius, *Bibl. gr* éd. Harles, t. IV, p. 125.

Ce n'est pas tout; les mêmes poteaux doivent se placer dans une position exactement perpendiculaire au sol, de la manière suivante : du côté opposé à celui où sont tracées les divisions, on implante un piton, long de trois doigts environ, à l'extrémité duquel se trouve un trou percé de haut en bas, où peut passer un fil portant un poids suspendu. Pareillement, au bas du poteau est implantée une fiche d'une longueur égale à la distance du trou précédent au même poteau; et, sur la tête de cette fiche, est tracée, par le milieu, une ligne droite verticale. Lorsque le fil à plomb battra contre cette ligne, ce sera une preuve que le poteau est dans une situation rigoureusement verticale.

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

Après avoir ainsi expliqué toute la construction de la dioptre, nous allons maintenant passer aux applications, en les exposant du mieux qu'il nous sera possible.

d'ailleurs, celle que donnent Strabon (liv. II), Vitruve[1] (liv. I, chap. XIV), et, en général, tous les auteurs contemporains d'Héron ou qui lui sont de peu postérieurs. Alexandrie était une ville toute d'institutions grecques; et, d'après le témoignage d'Hygin, à cette mesure correspondait le pied dont faisaient usage les Ptolémées dans la distribution des terres. Or, puisque, d'après ce que l'on sait là-dessus, l'ancien pied romain est de 0m,295, la coudée d'Héron se trouve portée à 0m,461. En conséquence, le degré d'Ératosthène serait fautif d'un sixième, erreur bien excusable pour ces temps-là. » — VR.

Il est nécessaire d'ajouter ici quelques mots pour expliquer, pour compléter ou pour rectifier les assertions de Venturi. Son raisonnement consiste à dire que les 252 mille stades attribués par Ératosthène à la circonférence de la terre, ne peuvent rien nous représenter, si d'abord nous ne nous faisons pas une idée nette de la valeur du stade qu'il emploie. Pour atteindre ce but, il admet que le mille romain contenait 8 stades; et, en prenant pour

[1] L'évaluation de Vitruve *revient* à 125 pas par stade; quant à Strabon, c'est aussi par induction et en transformant ses énoncés, que l'on est conduit à reconnaître une valeur de 8 stades au mille qu'il emploie. (Voyez le Mémoire de M. de Fortia d'Urban sur le système métrique d'Héron.) — H.V.

un pas cinq fois la valeur du pied, qui est, suivant lui, de 295 millimètres, on arrive sans peine à 46 462 500 mètres, au lieu de 40 millions : c'est, de trop, 6 millions sur 40, ou un sixième à peu près. Telle est, à ce qu'il paraît, la pensée que Venturi rend d'une manière fort obscure. Il ajoute qu'à ce compte la coudée d'Héron valait 461 millimètres, ce qui doit être, car, en ajoutant à 295 sa moitié et multipliant par $\frac{25}{24}$, rapport du pied olympique au pied romain, on trouve 460,9.

L'assertion relative à Hygin est fort singulière, et je ne sais pas où Venturi peut avoir pris ce qu'il avance. Je vois, au contraire, dans Hygin (p. 123, éd. Lachmann), que le pied de Ptolémée était plus grand que le pied romain de $\frac{1}{24}$, ce qui produit, dans l'évaluation des surfaces, $\frac{1}{12}+\frac{1}{576}$ en surplus.

Quant à moi, voici comment j'évalue les 250 mille stades d'Ératosthène (et non 252, ce nombre n'ayant été adopté qu'approximativement, pour avoir, en nombre rond, 700 stades au degré). Je prends, non le pied romain, mais le pied égyptien, qui est aujourd'hui exactement connu pour avoir 3 décimètres [1]. Le stade étant de 600 pieds ou 180 mètres, il s'ensuit, pour les 250 mille stades d'Ératosthène, 45 millions de mètres, ce qui fait $\frac{1}{8}$ de plus que la véritable valeur de la circonférence de la terre. (Conf. dans le *Journal général de l'instruction publique*, vol. XIV ou année 1845, n° 25 ou du 26 mars, p. 147, l'analyse d'une leçon de M. Guigniaut sur la mesure de la terre. — Voyez aussi le *Traité de métrologie ancienne et moderne* de M. Saigey, p. 57, et le Mémoire de M. Jomard sur le système métrique des anciens Égyptiens, p. 171.)

Pour compléter cette note, je transcrirai ici un passage du manuscrit grec supplémentaire 387 de la Bibliothèque impériale, qui contient plusieurs

[1] C'est ce qui résulte de la valeur moyenne de la coudée, déduite de la mesure directe de plusieurs étalons de coudées qui ont été découverts en nature, depuis le commencement de ce siècle ou depuis l'expédition française en Égypte. Cette valeur moyenne ne diffère pas sensiblement de 525 millimètres; c'est la *coudée royale* de 28 doigts; retranchons-en le 7ᵉ, ou 75 millimètres, nous aurons 450 millimètres pour la *coudée naturelle* de 24 doigts; enfin, retranchons encore le tiers de ce nombre, ou 150 millimètres, pour avoir le pied de 16 doigts, et nous avons les 3 décimètres énoncés. Voyez le *Traité de métrologie ancienne et moderne* de M. Saigey, p. 17 et 30, et l'ouvrage de M. Bœckh, intitulé *Metrologische Untersuchungen, etc.* p. 227. — Voyez encore, à ce sujet, ma *Note sur la mesure de la terre*, lue à l'Académie des Sciences le 21 février 1853 (Comptes rendus), et ma *Lettre à M. Th. Henri Martin* (Revue archéologique de Leleux, XIᵉ année, juillet 1854).

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

opuscules sous le nom d'Héron [1]. Ce n'est, du reste, qu'un abrégé ou résumé de deux passages analogues donnés par Montfaucon (*Analect.* p. 313).

Εἰδέναι χρὴ ὅτι δάκτυλος πρῶτός ἐστιν, ὥσπερ καὶ μονάς.

Ἡ παλαιστὴ δακτύλους ἔχει δ.

Ὁ ποὺς ἔχει παλαιστὰς δ.

Πῆχυς ἔχει πόδας α𐅵, τουτέστι παλαιστὰς ϛ, δακτύλους κδ.

Τὸ βῆμα ἔχει πῆχυν α καὶ πόδα α, ὅ ἐστι πόδας β𐅵, παλαιστὰς ι, δακτύλους μ.

Ἡ ὀργυιὰ ἔχει βήματα β καὶ πόδα α, ὅ ἐστι πήχεις δ, τουτέστι πόδας ϛ, παλαιστὰς κδ, δακτύλους ϟϛ.

Ἡ ἄκαινα* ἔχει ὀργυιὰν α δίμοιρον, ὅ ἐστι βήματα δ, τουτέστι πήχεις ϛ καὶ πόδα α, τουτέστι πόδας ι, παλαιστὰς μ, δακτύλους ρξ.

Τὸ πλέθρον ἔχει ἀκαίνας ι, ὀργυιὰς ιϛ καὶ πόδας δ, τουτέστι βήματα μ, ἢ πήχεις ξϛ καὶ πόδα α, πόδας ρ, παλαιστὰς υ.

Τὸ στάδιον ἔχει πλέθρα ϛ, ἀκαίνας ξ, ὀργυιὰς ρ, βήματα σμ, πήχεις υ, πόδας χ.

Τὸ μίλιον ἔχει στάδια ζ ἥμισυ, πλέθρα με, ἀκαίνας υν, ὀργυιὰς ψν, βήματα ͵αω, πήχεις ͵γ, πόδας ͵δφ.

* Le manuscrit porte partout ἄκεν.

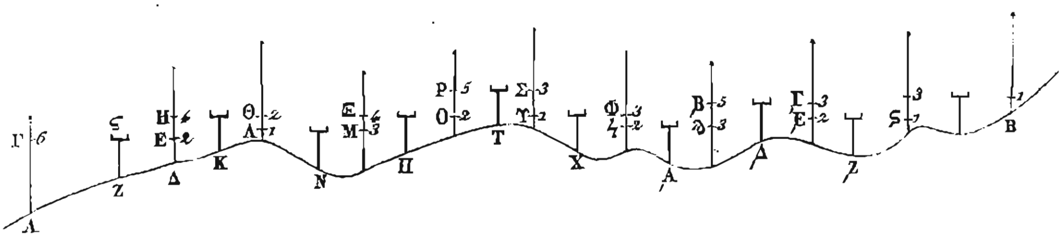
Voici le tableau synoptique de ces relations :

Μίλιον.	Στάδια.	Πλέθρα.	Ἄκαιναι.	Ὀργυιαί.	Βήματα.	Πήχεις.	Πόδες.	Παλαισταί.	Δάκτυλοι.
1	$7\frac{1}{2}$	45	450	750	1800	3000	4500	18000	72000
	1	6	60	100	240	400	600	2400	9600
		1	10	$16\frac{2}{3}$	40	$66\frac{2}{3}$	100	400	1600
			1	$1\frac{2}{3}$	4	$6\frac{2}{3}$	10	40	160
				1	$2\frac{2}{5}$	4	6	24	96
					1	$1\frac{2}{3}$	$2\frac{1}{2}$	10	40
						1	$1\frac{1}{2}$	6	24
							1	4	16
								1	4

H. V.

[1] J'ai déjà fait connaître ce fragment, en publiant l'ouvrage posthume de Letronne, intitulé : *Recherches sur les fragments d'Héron d'Alexandrie*, Paris, 1851, p. 70.

Κεφ. ϛʹ.

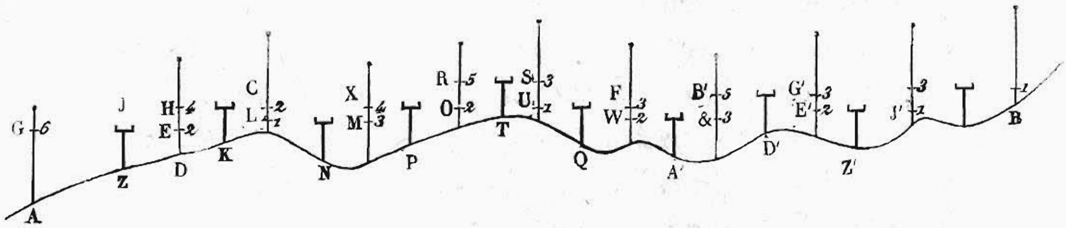


« Δύο σημείων δοθέντων ἐν ἀποσ7ήματι τυχόντι, ἐπισκέ-« ψασθαι ὁπότερον αὐτῶν μετεωρότερόν ἐσ7ιν, ἢ ταπεινότερον, « καὶ πόσῳ, ἢ καὶ ἀμφότερα ἐξ ἴσου κεῖται, τουτέσ7ιν ἐν ἑνὶ « ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῷ ὁρίζοντι. » Οὐ μὴν ἀλλὰ καὶ τοὺς δοθέντας τόπους ἐν τῷ μεταξὺ διασ7ήματι τῶν σημείων ἐπισκεψόμεθα πῶς ἔχουσι πρὸς ἀλλήλους, καὶ τὰ ἐξ ἀρχῆς δοθέντα σημεῖα.

Ἔσ7ωσαν[1] οἱ δοθέντες τόποι, τουτέσ7ι τὰ σημεῖα, τὰ Α, Β. Δεῖ δὲ ἐπισκέψασθαι ὁπότερον αὐτῶν μετεωρότερόν ἐσ7ιν, ἢ ταπεινότερον· καὶ τὸ μὲν Β σημεῖον ἔσ7ω ἐν ᾧ[2] τὸ ὕδωρ, τὸ δὲ Α εἰς ὃ[3] μέλλει φέρεσθαι. Ἕνα οὖν τῶν εἰρημένων κανόνων ἵσ7ημι πρὸς τῷ Α, καὶ ἔσ7ω ὁ ΑΓ· εἶτα ἀποσ7ήσας τὴν διόπ7ραν ἀπὸ τοῦ Α, τοσοῦτον ἐφ᾽ ὅσον δυνάμεθα ὁρᾷν τὸν ΑΓ κανόνα ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τοῦ Β, ἐπισ7ρέφω τὸν ἐπ᾽ ἄκρῳ τῷ σ7υλίσκῳ ἐν ᾧ ἐσ7ὶ τὰ ὑέλινα κυλίνδρια, ἄχρις ἂν ἐπ᾽ εὐθείας γένηται ὁ πλάγιος κανὼν τῷ ΑΓ. Εἶτα ἐπισ7ρέψας τὰ κοχλίδια ἐν τῷ κανόνι, ἀνάγω τὰς λεπίδας, ἄχρις ἂν αἱ ἐν αὐταῖς ἀνατομαὶ γένωνται κατὰ τὰς ἐν τοῖς ὑελίνοις[4] γραμμὰς ἃς ποιεῖ ἡ τοῦ ὕδατος ἐν αὐτοῖς ἐπιφάνεια· καὶ κατασ7αθέντων οὕτως τῶν λεπιδίων, διὰ τῶν ἐν αὐταῖς ἀνατομῶν διοπ7εύω, θεωρῶν τὸν ΑΓ κανόνα, τῆς ἀσπιδίσκης μετεωριζομένης ἢ ταπεινουμένης

[1] ἔσ7ω : ce mot termine la page; le copiste a oublié de le compléter à la page suivante. — [2] ἔσ7ω ἐν αὐτῷ. — [3] εἰς ὄν. — [4] ὑαλίνοις. Quoique ce mot se dise également, je crois devoir établir l'uniformité d'écriture.

§ VI.



Étant donnés deux points séparés par un intervalle quelconque, il s'agit d'*examiner quel est le plus ou le moins élevé, et de combien;* ou de *décider s'ils sont tous les deux de niveau,* c'est-à-dire s'ils sont situés *dans un plan parallèle à l'horizon.* — Nous examinerons encore les relations mutuelles des lieux situés dans l'intervalle qui sépare les deux points donnés, ainsi que leurs relations avec les deux points primitifs.

Soient les deux lieux ou les deux points donnés, A, B, dont il faut déterminer le plus élevé et le moins élevé. Soit B celui d'où part l'eau, et A celui où elle doit être conduite. Je place en A l'un des poteaux dont il a été question; puis, ayant porté la dioptre aussi loin du point A qu'il est possible, sans cesser d'apercevoir ce poteau AG en allant du côté du point B, je fais tourner la règle transversale qui se trouve au haut de la petite colonne, et sur laquelle sont les tubes de verre, jusqu'à ce que cette règle paraisse être dans l'alignement de AG. Faisant ensuite tourner les vis qui traversent cette règle, j'élève les lames jusqu'à ce que leurs fentes soient vis-à-vis des lignes que marque, sur les tubes de verre, la surface de l'eau qui est dedans. Les lames étant arrêtées dans cette position, je regarde par leurs fentes pour voir le poteau AG, en faisant élever ou abaisser le disque autant qu'il est nécessaire pour apercevoir la ligne ἄχρις ἂν φανῇ ἡ μέση τοῦ λευκοῦ καὶ μέλανος χρώματος γραμμή. Καὶ μενούσης τῆς διόπΊρας ἀκινήτου, μεταϐὰς, ἐκ τοῦ ἑτέρου μέρους διοπΊεύω διὰ τῶν ἀνατομῶν, ἀποσΊήσας ἀπὸ τῆς διόπΊρας τὸν ἕτερον κανόνα τοσοῦτον ὥσΊε βλέπεσθαι· καὶ πάλιν χαλωμένης τῆς ἑτέρας ἀσπιδίσκης, θεωρῶ τὴν ἐν αὐτῇ μέσην τῶν χρωμάτων γραμμήν[1]. ἜσΊω οὖν ὁ δεύτερος κανὼν ὁ ΔΕ, διόπΊρα δὲ ἡ Ζϛ[2], τὰ δὲ εἰλημμένα σημεῖα διὰ τῆς διόπΊρας τὰ Γ, Ε· καθ' ὃ[3] δὲ ἐπίκειται ὁ ΔΕ κανὼν τῷ ἐδάφει, ἔσΊω τὸ Δ. Ἐμέτρησα οὖν ἑκατέραν τῶν ΑΓ, ΔΕ· καὶ ἔσΊω ἡ μὲν ΑΓ εὑρημένη[4] πηχῶν ἕξ, ἡ δὲ ΔΕ πηχῶν δύο. Ἐπέγραψα μὲν[5] οὖν δύο σΊίχους, ἐν μὲν τῷ ἑνὶ ἐπιγράψας καταϐάσεως, [ἐν δὲ τῷ ἑτέρῳ ἀναϐάσεως], ὡς ὑπογέγραπΊαι· καὶ τοὺς μὲν ἓξ πήχεις ἐν τῷ τῆς καταϐάσεως σΊίχῳ σημειοῦμαι[6], τοὺς δὲ δύο ἐν τῷ τῆς ἀναϐάσεως. Καὶ μένοντος[7] τοῦ ΔΕ κανόνος, μετατίθημι[8] τὴν διόπΊραν· καὶ ἔσΊω πρὸς τὸ Κ· καὶ ἐπισΊρέφω τὸν ΔΕ κανόνα, ἄχρις ἂν πάλιν ἴδω καὶ τοῦ πλαγίου κανόνος τὸν ΔΕ κανόνα[9]· καὶ κατασΊήσας τά τε λεπίδια, τίθημι τὸν ΛΘ[10] κανόνα ἔμπροσθεν τῆς διόπΊρας, τουτέσΊιν ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη τοῦ ΔΕ κανόνος. Καὶ πάλιν, ἀκινήτου τῆς διόπΊρας οὔσης, καθίσΊημι τὴν ἀσπιδίσκην ἐπ' εὐθείας ταῖς ἀνατομαῖς· καὶ ἔσΊω τὰ πρὸς ταῖς ἀσπιδίσκαις σημεῖα ἐπὶ τῶν κανόνων τὰ Η, Θ[11]. Πάλιν οὖν τὸ μὲν ἀπὸ τοῦ Η διάσΊημα ἄχρι τοῦ ἐδάφους σημειοῦμαι εἰς τὸν τῆς καταϐάσεως σΊίχον, τὸ δὲ ἀπὸ τοῦ Θ εἰς τὸν τῆς ἀναϐάσεως· καὶ ἔσΊωσαν μὲν καταϐάσεως πήχεις τέσσαρες, ἀναϐάσεως δὲ πήχεις δύο.

Καὶ πάλιν μένοντος τοῦ πρὸς τὸ Θ κανόνος, μετατίθημι τὴν διόπΊραν καὶ τὸν ἕτερον κανόνα· κατασΊήσας ὡς προείρηται

[1] *γραμμή*. — [2] *ἡ ιζ̄*. — L'auteur n'emploie nulle part la lettre ῑ dans les légendes. D'ailleurs, puisque l'épisème ϛ se trouve à la fin du paragraphe comme sigle des *mille*, il doit se trouver ici comme sigle des *unités*. — [3] *καθὸ*. — [4] *κυραμ*. — [5] *ἐπεγράψαμεν*. — [6] *σημειοῦται*. — [7] *μένοντας*. — [8] *καν. καὶ μετ*. — [9] Il y a ici hypallage; il faudrait *τὸν πλάγιον κανόνα τοῦ ΔΕ κανόνος*. — [10] *τὸν α̅γ̅*. — [11] *κ̅θ̅*.

qui sépare le blanc du noir. Laissant alors la dioptre fixée dans cette position et passant de l'autre côté, je regarde, à travers les fentes, l'autre poteau que l'on éloigne de la dioptre aussi loin que peut s'étendre ma vue; et je fais de même placer son disque de manière à voir la ligne qui sépare les deux couleurs. Soit donc DE le second poteau, ZJ la dioptre, G, E, les points déterminés par la dioptre, D le point où le second poteau est fixé sur le terrain. Je mesure les deux lignes AG, DE; supposons que l'on ait trouvé AG de *six* coudées et DE de *deux*. Cela admis, je dispose [sur le papier] deux lignes [d'écriture]; dans l'une, j'écris le mot *descente,* et dans l'autre, le mot *montée,* comme on le voit plus loin; j'inscris les 6 coudées dans la ligne de la *descente,* et les 2 coudées dans la ligne de la *montée.* Maintenant, le poteau DE restant fixe, je transporte la dioptre par exemple en K; et seulement je retourne le poteau DE de manière que je puisse apercevoir de nouveau son échelle de division. Je mets les lames en place, et j'établis l'autre poteau en LC, au delà de la dioptre, et du côté opposé à DE[1]; puis, derechef, la dioptre restant fixée en place, je fais mettre le disque en ligne droite avec les fentes. Soit H, C, les points des deux poteaux, qui correspondent aux aiguilles des disques; je note la distance comprise entre le point H et le sol dans la colonne de la descente, et celle du point C dans la colonne de la montée; supposons que la première distance soit de 4 coudées et la seconde de 2 coudées.

Alors, le poteau LC restant en place, je transporte la dioptre ainsi que le poteau DE. Puis, ayant placé en ligne droite, comme

[1] A partir d'ici, Venturi cesse de traduire et ne donne plus que le résumé de l'opération. — H.V.

ἐπ' εὐθείας τάς τε ἀσπιδίσκας καὶ τὰς ἀνατομάς, λαμβάνω καὶ ἐπὶ τῶν κανόνων σημεῖα τὰ Λ, Μ· καὶ πάλιν τὸ μὲν πρὸς τῷ Λ μέτρον καταβάσεως ἔστω, τὸ δὲ πρὸς τῷ Μ ἀναβάσεως· ἔστω οὖν καταβάσεως πῆχυς εἷς, ἀναβάσεως δὲ πήχεις τρεῖς.

Πάλιν οὖν μένοντος τοῦ πρὸς τῷ Μ κανόνος, μετακείσθω ἥ τε διόπτρα καὶ ὁ ἕτερος κανών. Ἡ δὲ διὰ τῆς διόπτρας ἔστω εὐθεῖα ἡ ΞΟ, καὶ πρὸς μὲν τῷ Ξ καταβάσεως ἔστωσαν πήχεις τέσσαρες, πρὸς δὲ τῷ Ο ἀναβάσεως πήχεις δύο.

Εἶθ' ἑξῆς τὰ αὐτὰ γινέσθω, ἄχρις ἂν ἐπὶ τὸ Β παραγενώμεθα· καὶ ἔστω διόπτρα μὲν ἡ Τ, ἡ δὲ διὰ τῶν ἀνατομῶν εὐθεῖα ἡ ΡΣ· καὶ καταβάσεως μὲν πήχεις πέντε, ἀναβάσεως δὲ πήχεις τρεῖς.

Εἶτα διόπτρα μὲν ἡ Χ, εὐθεῖα δὲ ἡ ΥΦ· καὶ καταβάσεως πῆχυς εἷς [1], ἀναβάσεως δὲ πήχεις τρεῖς.

Πάλιν διόπτρα μὲν ἡ ͵Α [2], εὐθεῖα δὲ ἡ ΨΩ· καὶ καταβάσεως πήχεις δύο [3], ἀναβάσεως πήχεις τρεῖς.

Εἶτα διόπτρα μὲν ἔστω ἡ ͵Δ, εὐθεῖα δὲ ἡ ͵Β͵Γ· καὶ καταβάσεως μὲν πήχεις πέντε, ἀναβάσεως [4] δὲ πήχεις τρεῖς.

Καὶ πάλιν διόπτρα μὲν ἡ ͵Ζ, εὐθεῖα δὲ ἡ ͵Ε͵ϛ· καὶ καταβάσεως μὲν πήχεις δύο, ἀναβάσεως δὲ πῆχυς εἷς.

Ὁ δὲ τελευταῖος κανὼν κείσθω πρὸς αὐτῇ τῇ τοῦ ὕδατος ἐπιφανείᾳ [5]· καὶ καταβάσεως μὲν πήχεις τρεῖς, ἀναβάσεως δὲ πῆχυς εἷς.

Τῶν οὖν ἀριθμῶν σεσημειωμένων ἐν τοῖς εἰρημένοις, συντίθημι πάντας τοὺς τῆς καταβάσεως ἀριθμούς· εἰσὶ δὲ λγ̄· ὁμοίως καὶ τοὺς τῆς ἀναβάσεως· εἰσὶ δὲ κγ̄· ὥστε ὑπεροχὴ πήχεις δέκα. Ἐπεὶ οὖν ὁ τῆς καταβάσεως ἀριθμός, τουτέστιν ὁ

[1] πῆχυς μία. — [2] πάλιν δ. μὲν ἡ δ̄. — [3] Le manuscrit porte πέντε, et ainsi de suite une fois pour toutes. — [4] π. ἑκατόν, ἀναβ. Un copiste ignorant aura traduit ε̄ par ἑκατόν. — [5] Le membre de phrase qui suit, sauf les nombres, se trouve, dans les manuscrits, huit lignes plus haut, avant πάλιν δ. μ. ἡ ͵Α, où il ne correspond à rien. (Voyez la note de la page 199.)

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

on l'a déjà dit, les disques et les fentes, je prends, sur les poteaux, les points L, M; je note la mesure de la descente en L, et celle de la montée en M; supposons la première d'*une* coudée et la seconde de 3.

Maintenant, le poteau restant en M, transportons la dioptre et le second poteau. Soit XO l'alignement de la dioptre; et supposons le chiffre de la descente en X de 4 coudées, et celui de la montée en O de 2 coudées.

Continuons de la même manière, jusqu'à ce que nous arrivions en B; soit la dioptre placée en T, RS son alignement, 5 le chiffre de la descente, 3 celui de la montée.

D	M
6	2
4	2
1	3
4	2
5	3
1	3
2	3
5	3
2	1
3	1
33	23
23	
10	

Soit ensuite la dioptre placée en Q, UF son alignement, 1 la descente, 3 la montée.

Ensuite, soit A′ la dioptre, W& son alignement; soit la descente de 2 coudées, la montée de 3.

Puis D′ la dioptre, B′G′ son alignement, 5 coudées pour la descente, 3 pour la montée.

Soit encore Z′ la dioptre, E′J′ son alignement, la descente de 2 coudées, la montée de 1.

Enfin, supposons que l'un des poteaux soit parvenu près de la surface même de l'eau qu'il s'agit de conduire, et que, pour cette dernière station de la dioptre, nous ayons trouvé 3 coudées pour la descente et 1 pour la montée[1].

Alors faisant la somme de tous les nombres précédemment marqués, tant pour la descente que pour la montée, je trouve 33 pour les premiers, et 23 pour les derniers. La différence est de 10 coudées en plus du côté de la descente; c'est le côté où

[1] Il y a, dans le grec, une erreur de copie provenant des manuscrits antérieurs. Cette erreur consiste en ce que les chiffres ou sigles numériques ayant été disposés primitivement en colonnes, on les a remontés fautivement à partir de la station A. J'ai donc dû faire redescendre chaque couple de nombres dans le contexte de la phrase qui les suit immédiatement.

ἐπὶ τὰ μέρη τοῦ τόπου εἰς ὃν[1] θέλομεν ἄγειν τὸ ὕδωρ, μείζων[2] ἐσῖὶ, κατενεχθήσεται τὸ ὑγρόν· καὶ ἔσῖαι μετεωρότερον τοῦ πρὸς τῷ Α πήχεις δέκα. Εἰ δὲ ἴσοι γεγόνασιν ἀριθμοὶ, ἰσοϋψῆ[3] ὑπῆρχε τὰ Α, Β, σημεῖα[4], τουτέσῖιν ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ τῷ ὁρίζοντι· καὶ οὕτως δὲ δυνατὸν κατάγεσθαι τὸ ὕδωρ. Εἰ δὲ ἐλάτῖων[5] ἦν ὁ τῆς καταβάσεως ἀριθμὸς, ἀδύνατον αὐτοματίσαι τὸ ὕδωρ· ἀντλήματος ἄρα προσδεόμεθα. Ἡ δ' ἄντλησις ἐγίνετο, εἰ μὲν πολὺ ταπεινότερος ἦν ὁ τόπος, διὰ πολυκαδίας ἢ τῆς καλουμένης ἀλύσεως· εἰ δ' ὀλίγον, ἤτοι διὰ κοχλίων ἢ διὰ τῶν παραλλήλων τυμπανίων.

Καὶ τοὺς μέσους δὲ τόπους δι' ὧν ἀνεκρίναμεν ἄγειν τὸ ὕδωρ, ἐπισκεψόμεθα πῶς πρὸς ἀλλήλους τε καὶ τοὺς ἐξ ἀρχῆς τόπους ἔχουσι, διὰ τῆς αὐτῆς μεθόδου, ὑπολαβόντες τοὺς εἰρημένους μέσους τόπους εἶναι τοὺς ἐξ ἀρχῆς δοθέντας· κατ' οὐδὲν γὰρ διοίσει. Δεῖ δὲ καὶ ἐκλογισάμενον πᾶν τὸ μῆκος, ἐπισκέψασθαι ἐν τῷ σῖαδίῳ πόσον κλίμα γενήσεται τοῦ παντὸς κλίματος· καὶ οὕτως εἰς τοὺς μέσους τόπους, σημεῖα, καὶ ὅρους[6] ἐπιγραφὰς ἔχοντας συγχωννύειν[7] ἢ προσανοικοδομεῖν, πρὸς τὸ τοὺς ἐργαζομένους ἐν μηδενὶ πλανᾶσθαι.

Ἀχθήσεται δὲ τὸ ὑγρὸν οὐ διὰ τῆς αὐτῆς ὁδοῦ[8] δι' ἧς καὶ τὸ κλίμα ἐπέγνωμεν, ἀλλὰ δι' ἑτέρας εὐθετούσης πρὸς τὸ ὑδραγώγιον. Πολλάκις γὰρ ἐμποδὼν ἵσῖαταί τι, ἢ ὄρος σκληρότερον, ἢ μετεωρότερον, ἢ χαῦνοι τόποι, ἢ θειώδεις[9], ἢ τοιοῦτοι τινες τόποι βλάπῖοντες τὸ ὕδωρ. Τοιούτους ὅταν περιτύχωμεν,

[1] τοῦ πόθου ἐν ᾧ. — [2] μεῖζον. — [3] ἰσούψη. — [4] τὸ α β σημεῖον. — [5] ἔλατῖον. — [6] καὶ ὅρους καὶ. — [7] συγχωννύναι paraîtrait, plus que συγχωννύειν, conforme aux habitudes de la langue. — [8] οὐδὲ. — [9] θειοειδεῖς.

l'on veut conduire l'eau : celle-ci coulera donc dans la direction BA; et je marque les 10 coudées dont le point B est plus élevé que le point A. Si les deux sommes se fussent trouvées égales, c'est qu'alors les deux points A et B eussent été également élevés, c'est-à-dire situés dans un même plan horizontal; et, à la rigueur, dans ce cas, l'eau arriverait encore. Mais, si le nombre de la descente était le plus petit, alors il serait impossible que l'eau coulât d'elle-même, et il faudrait, de toute nécessité, employer une machine. Ce sera, s'il y a une grande différence de hauteur, un système de seaux, ce que l'on nomme une *chaîne*. Si la différence est petite, il suffira d'une vis ou d'une roue à aubes.

Quant aux lieux intermédiaires par lesquels nous nous serions proposé de conduire l'eau, nous obtiendrons leurs relations de position, soit entre eux, soit avec les points extrêmes, absolument par la même méthode, en appliquant à ces points intermédiaires l'hypothèse qu'ils ne sont eux-mêmes autre chose que les points donnés : il n'y a pas la moindre différence. Il conviendra encore, après avoir fait le calcul pour toute la longueur, de chercher quelle est la pente correspondante à chaque stade; puis d'élever des monticules dans les lieux intermédiaires, et d'y établir des signaux de reconnaissance ou des bornes portant des inscriptions; c'est le moyen de s'assurer que l'opération ne sera en erreur sur aucun point.

Observons, en outre, que l'eau ne doit pas être conduite en suivant la direction même de la pente, mais en choisissant la voie la mieux appropriée aux circonstances. Souvent, en effet, on rencontre un obstacle, soit une montagne rocheuse ou trop élevée, soit un terrain de nature poreuse, ou sulfureuse, ou de toute autre matière capable d'altérer la qualité de l'eau. Partout où nous en rencontrerons, nous nous détour-

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

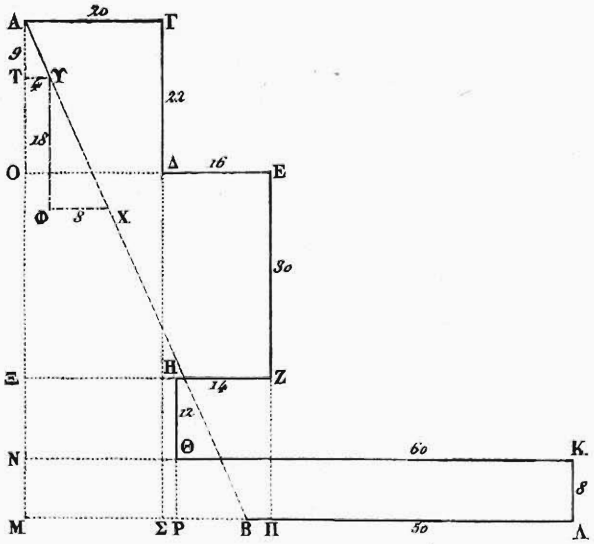
ἐκνεύσομεν, ὥσῖε κατὰ μηδὲν βλάπῖεσθαι τὴν τοῦ ὕδατος ἀγωγήν. Ἕνεκα δὲ καὶ τοῦ μὴ μακροτέραν ὁδὸν φερόμενον τὸ ὕδωρ εἰς μείζονα δαπάνην ἐκπίπῖειν, δείξομεν ἑξῆς ὡς δυνατὸν ἔσῖαι τὴν ἐπὶ τὰ δύο σημεῖα ἐπιζευγνυμένην εὐθεῖαν εὑρίσκειν· αὐτὴ γὰρ « ἐλαχίσῖη ἐσῖὶ[1] πασῶν τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν « γραμμῶν[2]. » Εἶτα ὅταν ἐν ταύτῃ τῇ ὁρισθείσῃ ἐμπέσῃ [τι] τῶν εἰρημένων ἀτόπων, τότε ἐκεῖνο ἐκνεύσομεν.

[1] ἐλαχ. ἐπὶ. — [2] C'est la définition d'Archimède (Procl. in Eucl. p. 30).

« Vitruve, liv. X, chap. IV, décrit 1° le tympan à bases parallèles, 2° les roues à auges, 3° la chaîne ou noria; et, dans le chapitre XI, il rapporte la construction de la vis hydraulique : ce sont les quatre machines indiquées ci-dessus par Héron[1]. Celui-ci décrit également, dans ses *Pneumatiques*, les

[1] Dans la pensée de Venturi, sans doute que le tympan à bases parallèles comprend les roues à auges décrites par Vitruve. — H.V.

Κεφ. ζ'.



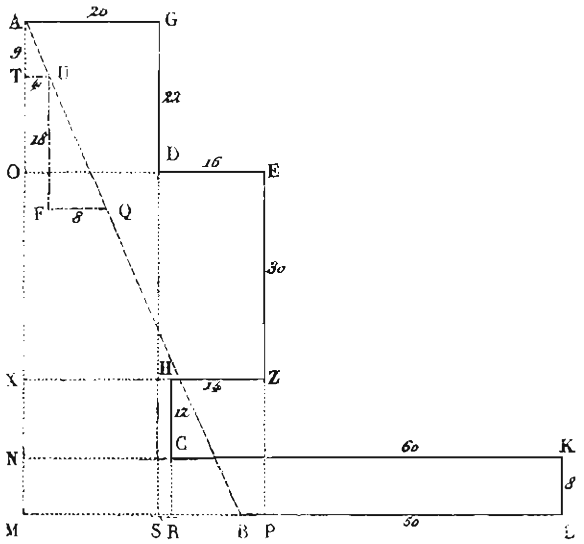
« Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου ἐπὶ τὸ δοθὲν σημεῖον, ἀθεώ-

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

nerons, pour ne pas nuire à l'eau transportée. Et, pour éviter qu'en la dirigeant par un chemin plus long, on ne tombe dans une dépense trop considérable, nous montrerons dans le problème suivant comment on peut trouver la ligne droite qui passe par deux points donnés (l'un ne pouvant être vu de l'endroit où est l'autre), car cette ligne est « la plus courte de « toutes celles qui aboutissent aux mêmes extrémités » [Archim. dans Proclus]. Alors, si, après la détermination de cette ligne, nous y rencontrons quelqu'un des inconvénients précédemment signalés, nous changerons de direction.

pompes à élever l'eau; mais peut-être les anciens n'en faisaient-ils usage que dans les cas où aucune des quatre machines précédentes ne pouvait être employée : et cela, à cause de la déperdition de force qui a lieu par le frottement du piston et par la contraction des veines fluides. » — VR.

§ VII.



Étant donnés deux points tels que de l'un on ne puisse apercevoir

« ρητον ὑπάρχον, εὐθεῖαν ἐπιζεῦξαι διὰ διόπῖρας, ἡλίκον ἂν ᾖ « τὸ μεταξὺ τῶν σημείων διάσῖημα. »

Ἔσῖω γὰρ δοθέντα δύο σημεῖα τὰ Α, Β, καὶ κατεσκευάσθω[1] ἡ διόπῖρα ἡ δυναμένη ἐπίπεδα πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλοις διοπῖεύειν, καὶ κείσθω πρὸς τῷ[2] Α· καὶ εἰλήφθω διὰ τῆς διόπῖρας ἐν τῷ ἐπιπέδῳ εὐθεῖα ἡ ΑΓ, ἡλίκην ἂν βουλώμεθα τῷ μεγέθει. Καὶ μετακείσθω ἡ διόπῖρα [πρὸς τῷ Γ, καὶ τῇ ΑΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΓΔ, ἡλίκη ἂν εἴη τῷ μεγέθει. Καὶ ὁμοίως μετακείσθω ἡ διόπῖρα] πρὸς τῷ Δ, καὶ τῇ ΓΔ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔΕ, ἡλίκη ἂν εἴη τῷ μεγέθει. Καὶ πάλιν μετακείσθω ἡ διόπῖρα πρὸς τῷ Ε, καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΖ· καὶ ὁμοίως τυχὸν εἰλήφθω τὸ Ζ. Καὶ τῇ ΕΖ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΖΗ, καὶ τυχὸν τὸ Η· καὶ τῇ ΗΖ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΗΘ, καὶ τυχὸν τὸ Θ· καὶ τῇ ΗΘ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΘΚ, καὶ τυχὸν τὸ Κ· καὶ τῇ ΘΚ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΚΛ· καὶ τοῦτο γενέσθω ἄχρις ἂν ὀφθῇ τὸ Β σημεῖον. Γεγονέτω, καὶ παραγεγενήσθω ἡ διόπῖρα ἐπὶ τῆς ΚΛ, ἕως οὗ διὰ τῆς ἑτέρας ἑαυτῇ εὐθείας φανῇ τὸ Β. Πεφηνέτω, οὔσης τῆς διόπῖρας κατὰ τὸ Λ.

Ἅμα δὴ διοπῖεύοντες γράψομεν ἐν χάρτῃ ἢ δέλτῳ τό τε σχῆμα τοῦ διοπῖρισμοῦ, τουτέσῖι τὰς κλάσεις τῶν εὐθειῶν, καὶ ἔτι τὰ μεγέθη ἑκάσῖης αὐτῶν ἐπιγράψομεν. Ἔσῖω οὖν ἡ μὲν εἰρημένη ΑΓ πηχῶν λόγου[3] χάριν κ̄· ἡ δὲ ΓΔ πηχῶν κ̄β̄· ἡ δὲ ΔΕ πηχῶν ῑς̄· ἡ δὲ ΕΖ πηχῶν λ̄· ἡ δὲ ΖΗ πηχῶν ῑδ̄· ἡ δὲ ΗΘ πηχῶν ῑβ̄· ἡ δὲ ΘΚ πηχῶν ξ̄· ἡ δὲ ΚΛ πηχῶν η̄· ἡ δὲ ΛΒ[4] πηχῶν ν̄.

Τούτων δὲ οὕτως ἐχόντων, νενοήσθω τῇ ΑΓ πρὸς ὀρθὰς

[1] κατασκ. — [2] πρὸς τὸ. — [3] ἡ μὲν ᾱγ̄ π. εἰρ. λόγ. — [4] ἡ δὲ λ̄ε̄.

l'autre, les joindre par une ligne droite au moyen de la dioptre, quelle que soit la distance qui les sépare.

Soient A et B les deux points donnés. Disposons la dioptre de manière à pouvoir viser dans deux plans perpendiculaires entre eux. Plaçons l'instrument en A, et, par son moyen, marquons, dans la plaine, une ligne droite AG d'une longueur arbitraire. Transportons ensuite la dioptre en G, et soit menée la droite GD perpendiculaire à AG, et d'une longueur quelconque. Transportons encore la dioptre en D, et tirons DE faisant un angle droit avec GD. De même, transportons la dioptre en E; menons la perpendiculaire EZ, et fixons le point Z. Menons la perpendiculaire ZH, et fixons le point H; puis, sur ZH, la perpendiculaire HC, et fixons le point C; puis, sur HC, la perpendiculaire CK, et fixons le point K; puis, sur CK, la perpendiculaire KL; et continuons ainsi jusqu'à ce que l'on aperçoive le point B. Supposons que nous y soyons parvenus, et transportons la dioptre le long de la droite KL, jusqu'à ce que, du point L de cette droite, on aperçoive, dans une direction perpendiculaire, le point B. Enfin, supposons que l'on voie le point B lorsque la dioptre est arrivée en L.

Tout en faisant ces opérations, nous les inscrirons sur un papier ou sur une tablette, c'est-à-dire que nous y représenterons la figure du tracé, en indiquant les sommets de la ligne brisée et les longueurs de ses diverses parties.

Soit donc		AG = 20 coudées,	GD = 22
		DE = 16	EZ = 30
	[—]	ZH = 14	HC = 12
		CK = 60	KL = 8
Soit enfin	[—]	LB = 50	72
		32	

Tout cela supposé, imaginons que l'on mène, perpendiἠγμένη ἡ AM· καὶ ἐκβεβλημέναι αἱ ΛΒ, ΚΘ, ΖΗ, ΕΔ, ἐπὶ τὰ [M], N, Ξ, O· αἱ δὲ ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ἐπὶ τὰ Π, Ρ, Σ· ἔσ7αι ἄρα διὰ τοὺς ἐπικειμένους ἀριθμοὺς, ἡ μὲν ΑΟ ϖηχῶν κβ, ἐπεὶ καὶ ἡ ΓΔ· ἡ δὲ ΟΞ, λ, ἐπεὶ καὶ ἡ ΕΖ· ἡ δὲ ΝΞ, ιβ, ἐπεὶ καὶ ἡ ΗΘ· ἡ δὲ ΜΝ, η, ἐπεὶ καὶ ἡ ΚΛ· ὥσ7ε ὅλη ἡ ΑΜ ἔσ7αι ϖηχῶν οβ. Πάλιν δὲ ἔσ7αι ἡ μὲν ΜΣ ϖηχῶν κ, ἐπεὶ καὶ ἡ ΑΓ· ἡ δὲ ΠΣ ϖηχῶν ις, ἐπεὶ καὶ ἡ ΔΕ· ἡ δὲ ΠΡ ϖηχῶν ιδ, ἐπεὶ καὶ ἡ ΖΗ. Λοιπὴ ἄρα ἡ ΡΣ ἔσ7αι ϖηχῶν β· ὅλη ἄρα ἡ ΡΜ ἔσ7αι ϖηχῶν κβ. Πάλιν δὲ ἔσ7αι ἡ ΡΛ ϖηχῶν ξ, ἐπεὶ καὶ ἡ ΚΘ, ὧν ἡ ΠΡ ϖηχῶν ιδ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΛΠ ϖηχῶν μς· ὅλη δὲ ἡ ΛΒ ϖηχῶν ν· λοιπὴ οὖν ἡ ΠΒ ϖηχῶν δ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΡ ϖηχῶν ι· ἀλλὰ ἡ ΡΜ ϖηχῶν κβ· ὅλη ἄρα ἡ ΜΒ ἔσ7αι ϖηχῶν λβ. Ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΜ ϖηχῶν οβ· [ἔσ7αι] ἄρα λόγος[1] τῆς ΑΜ [ϖρὸς τὴν ΜΒ], ὃν ἔχει τὰ οβ ϖρὸς τὰ λβ.

Τούτου δὲ εὑρεθέντος, ἀπειλήφθω ἡ ΑΤ, ϖηχῶν εἰ τύχοι θ. Καὶ ταύτῃ ϖρὸς ὀρθὰς ἡ ΤΥ· καὶ ϖεποιήσθω ὡς τὰ οβ ϖρὸς λβ, ἡ ΑΤ, τουτέσ7ιν οἱ θ ϖήχεις, ϖρὸς ἄλλον τινά· γίνεται δὲ ϖηχῶν δ· ἔσ7αι οὖν τὸ Υ ἐπὶ τῆς ζευγνυούσης τὰ Α, Β, σημεῖα. Πάλιν δὲ τῇ ΥΤ ϖρὸς ὀρθὰς ἡ ΥΦ, καὶ ἀπειλήφθω εἰ τύχοι ϖήχεις ιη· καὶ ταύτῃ ϖρὸς ὀρθὰς ἡ ΦΧ· καὶ ϖεποιήσθω ὡς τὰ οβ ϖρὸς τὰ λβ, οὕτως οἱ ιη ϖήχεις[2] ϖρὸς ἄλλον τινά· καὶ[3] γίνεται δὲ ϖηχῶν[4] η. Ἀπειλήφθω οὖν ἡ ΦΧ ϖηχῶν η· καὶ ἔσ7αι τὸ Χ ἐπὶ τῆς ζευγνυούσης τὰ Α, Β, σημεῖα. Ὡσαύτως οὖν διὰ τῆς διόπ7ρας ἄγοντες, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ϖοιοῦντες, ἕξομεν συνεχῆ σημεῖα ἐπὶ τῆς ζητουμένης εὐθείας τῆς ΑΒ.

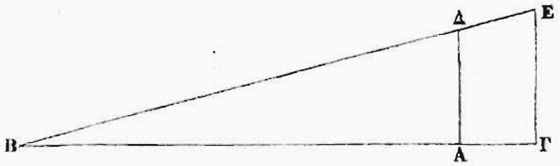
[1] λόγος · Ϲ τῆς. — [2] ὁ ιη ϖ. — [3] ἄλλον τὸν ς, καί. — [4] ϖρός.

culairement à AG, la droite AM; puis, que l'on prolonge les droites LB, KC, ZH, ED, jusqu'aux points M, N, X, O, et les droites EZ, HC, GD, jusqu'aux points P, R, S. Il en résultera, d'après les valeurs précédentes, AO de 22 coudées comme GD, OX de 30 comme EZ, NX de 12 comme HC, et MN de 8 comme KL. De sorte que la ligne entière AM vaudra 72 coudées. Ensuite, MS vaudra 20 coudées comme AG, PS en vaudra 16 comme DE, PR 14 comme ZH; et ainsi le reste RS vaudra 2 coudées, et la somme RM en vaudra 22. Ensuite, RL vaudra 60 coudées comme CK, sur lesquelles PR en a 14 : ainsi le reste LP vaudra 46 coudées, et la somme LB 50; donc le reste PB vaudra 4 coudées, et le reste BR 10 coudées. Mais RM vaut 22 coudées; donc la ligne totale MB vaudra 32 coudées; et, comme, d'ailleurs, AM vaut 72 coudées, il s'ensuivra AM : MB : : 72 : 32.

Ce résultat obtenu, prenons sur AM une partie AT d'une longueur arbitraire, et par exemple de 9 coudées. Menons TU perpendiculaire à AT, et soit fait 72 : 32 : : 9 : TU; d'où TU = 4; et le point U se trouvera précisément sur la droite qui joint les deux points A et B. Menons de même sur TU la perpendiculaire UF, et donnons-lui, par exemple, une longueur de 18 coudées; puis menons à UF la perpendiculaire FQ; et, posant 72 : 32 : : 18 : 8, prenons FQ = 8 : le point Q sera sur la droite qui joint les deux points A et B. En continuant d'opérer ainsi avec la dioptre, et observant toujours le même rapport, nous obtiendrons des points successifs sur la droite demandée AB.

DE
LA DIOPTRE
d'Héron
d'Alexandrie.

Κεφ. η'.



« Δύο σημείων δοθέντων, οὗ[1] μέντοι ϖρὸς ἡμᾶς, οὗ[2] δὲ « ϖόῤῥω, τὸ μεταξὺ αὐτῶν διάσ7ημα λαβεῖν τὸ ϖρὸς διαβήτην, « μὴ ϖροσεγγίσοντα τῷ ϖόῤῥῳ σημείῳ. »

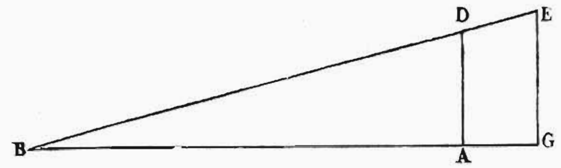
Ἔσ7ω τὰ δοθέντα δύο σημεῖα τὰ Α, Β· καὶ τὸ μὲν Α ϖρὸς ἡμᾶς, τὸ δὲ Β ϖόῤῥω κείσθω· ἡ δὲ διόπ7ρα ἡ τὸ ἡμικύκλιον ἔχουσα ϖρὸς τῷ Α· καὶ ἐπεσ7ράφθω ὁ κανὼν ὁ ἐπὶ τῷ τυμπανίῳ[3], ἄχρις ἂν φανῇ τὸ Β. Εἶτα ἀντιπερισ7ὰς ἐπὶ τὸ ἕτερον μέρος τοῦ κανόνος, ἀνανεύω τὸ ἡμικύκλιον, τῶν ἄλλων ἀκινήτων μενόντων· καὶ λαμβάνω σημεῖον ἐν τοῖς ϖρὸς ἡμᾶς μέρεσι τὸ Γ, ἐπ' εὐθείας τῆς ΑΒ κείμενον. Εἶτα τῇ ΒΓ ἀπὸ τοῦ Α ϖρὸς ὀρθὰς ἄγω διὰ τῆς διόπ7ρας τὴν ΑΔ, καὶ ἑτέραν ἀπὸ τοῦ Γ διὰ τῆς διόπ7ρας τὴν ΓΕ, καὶ ἔλαβον ἐπ' αὐτῆς τυχὸν τὸ Ε· καὶ μεταθεὶς τὴν διόπ7ραν ϖρὸς τῷ Ε, κατέσ7ησα τὸν κανόνα, ὥσ7ε δι' αὐτοῦ φανῆναι τὸ Β σημεῖον, καὶ ἕτερον ἐπὶ τῆς ΑΔ τὸ Δ, ἐπ' εὐθείας τοῖς Β, Ε. Γίνεται δὴ τρίγωνον τὸ ΒΓΕ ϖαράλληλον ἔχον τὴν ΑΔ τῇ ΓΕ[4]· ἐσ7ὶν ἄρα ὡς ἡ ΓΕ ϖρὸς ΑΔ λόγον ἐπιγνῶναι, ἑκατέραν αὐτῶν μετρήσας ϖρὸς διαβήτην, ὡς ϖροδέδεικται. Ἔσ7ω οὖν εἰ τύχοι εὑρημένη[5] ϖενταπλῆ ἡ ΓΕ τῆς ΑΔ· ἔσ7αι ἄρα ἡ ΒΓ τῆς ΒΑ ϖενταπλῆ· ἡ ἄρα ΓΑ τῆς ΑΒ τετραπλῆ. Ἔχω δὲ μετρῆσαι τὴν ΑΓ ϖρὸς διαβήτην· ὥσ7ε δυνατὸν εὑρεθῆναι καὶ τὴν ΑΒ ϖρὸς διαβήτην ἡλίκη ἐσ7ίν.

[1] οὐ. — [2] οὐ. — [3] τυμπάνῳ. — [4] τὴν $\overline{\alpha\delta}$ τῆς $\overline{\gamma\varepsilon}$. — [5] εὕραμ.

Héron emploie, dans ce paragraphe et dans plusieurs autres (§§ x, xii, xiii, etc.), l'expression assez singulière de *distance comptée ϖρὸς διαβήτην.*

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

§ VIII.



Deux points étant donnés, dont l'un près de nous et l'autre au loin, mesurer la distance de leurs verticales, sans s'approcher de celui qui est éloigné.

Soient A, B, les deux points donnés, A près de nous, et B dans le lointain. Plaçons en A la dioptre munie de son demi-cercle [vertical], et faisons pivoter la règle appuyée sur le [diamètre de ce] demi-cercle, jusqu'à ce que, dans son alignement, on aperçoive le point B. Cela fait, passons de l'autre côté de l'instrument; puis, faisant tourner le demi-cercle, tout le reste demeurant fixe, prenons de notre côté [sur le terrain] un point G dans la direction AB. Conduisons, avec la dioptre, des points A et G, les deux droites AD et GE perpendiculaires à BG; puis prenons au hasard un point E sur GE. Ensuite, la dioptre ayant été transportée en E, disposons la règle de manière qu'on y puisse voir, outre le point B, le point d'intersection D de AD avec EB. Il en résultera un triangle BGE, ayant son côté GE parallèle à AD. Or nous pouvons connaître le rapport des distances GE, AD, mesurées horizontalement. Supposons que GE vaille 5 fois AD; alors BG vaudra 5 fois BA, et, par suite, AG vaudra 4 fois BA. Maintenant il ne reste plus qu'à mesurer horizontalement la distance AG, et l'on aura AB [en prenant le quart].

Venturi traduit ces mots par *distance comptée à la perche, alla pertica*, et il pense que la perche est un *instrument qui se replie en forme de compas* [1]. « Peut-être,

[1] Διαβήτης, *circinus, a divaricatis cruribus* (Th. H. St.). — Comp. la note ci-après (pages 212-215).

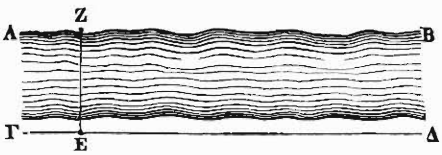
DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

« dit-il, les Grecs prenaient-ils les petites longueurs avec le compas, sauf à « comparer ensuite celui-ci avec la mesure unitaire ou fondamentale, *cam-« pion di misura* (voy. § XXX); mais, lorsqu'il est question de longueurs con-« sidérables, Héron les mesure avec la corde ou avec la chaîne (§§ XXIII, « XXXIV). »

Or, en examinant avec attention les passages où est employée l'expression *πρὸς διαβήτην*, j'ai été conduit à une opinion toute différente de celle de Venturi. Il m'est impossible, quant à moi, de reconnaître à cette locution un autre sens que celui de *distance comptée horizontalement*, ainsi que je l'ai traduite, c'est-à-dire *distance réduite à l'horizon*, *distance comptée entre deux verticales*, *distance cultellée*, suivant une expression empruntée aux *agrimensores romani*[1]. Quant à la manière d'opérer cette cultellation, Héron ne s'explique pas à cet égard. Peut-être, en effet, se servait-on d'une

[1] *In cultro* ou *in cultrum collocare*, dans Vitruve, signifie « placer perpendiculairement, d'aplomb. » Ce mot me paraît dériver de la même racine que *culmen*, « faîte. »

Κεφ. θ'.



« Ποταμοῦ πλάτος τῇ διόπτρᾳ λαβεῖν, ἐπὶ τῇ μιᾷ ὄχθῃ ὄν-« τας[1]. »

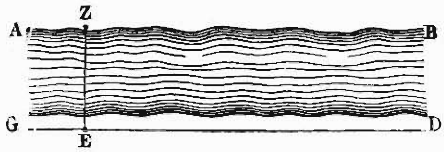
Ἔστωσαν αἱ τοῦ ποταμοῦ ὄχθαι αἱ ΑΒ, ΓΔ. Στήσας οὖν τὴν διόπτραν πρὸς τῇ ΓΔ ὄχθῃ, ὡς ἐπὶ τὸ Ε, ἐπέστρεψα τὸν κανόνα ἄχρις ἂν φανῇ δι' αὐτοῦ σημεῖον ἐπὶ τῆς ΓΔ ὄχθης, τὸ Δ. Καὶ τῇ ΕΔ[2] διὰ τῆς διόπτρας πρὸς ὀρθὰς ἤγαγον τὴν ΕΖ[3], ἐπιστρέψας τὸν κανόνα. Εἶτα ἐγκλίνω τὸ ἡμικύκλιον, ἄχρις ἂν ἐπὶ τῆς ΑΒ ὄχθης φανῇ τὸ σημεῖον διὰ τοῦ κανόνος. Πεφηνέτω τὸ Ζ· ἔσται δὴ τὸ ζητούμενον πλάτος τοῦ ποταμοῦ τὸ ΕΖ· ἡ γὰρ ΕΖ ὡσανεὶ κάθετός ἐστιν ἐπ' ἀμφοτέρας τὰς ὄχθας,

[1] λαβ. καὶ τῇ μ. ὀ. ὄντος. — [2] τὸ δὲ καὶ τῆς εδ. — [3] τὴν κζ.

perche, que l'on prenait la précaution de tenir bien horizontalement au moyen du niveau, ou bien d'un instrument analogue à celui que nous nommons *compas à verge.* Dans tous les cas, il fallait avoir grand soin que, dans deux positions successives, les extrémités fussent rigoureusement sur une même verticale; mais Venturi ne mentionne nullement cette condition, cependant si essentielle, du mesurage qu'il nomme *alla pertica.* DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

Je le répète, il me paraît évident que partout où l'auteur parle de mesurer une distance πρὸς διαβήτην, c'est qu'il considère la direction dont il s'agit comme étant située ou ramenée dans un plan horizontal. Peut-être employait-on à cet usage l'instrument que Vitruve (VIII, VI) nomme *chorobates*, ce qui expliquerait l'expression χωροβατεῖν dont Héron se sert au § XII. Ou bien faut-il admettre que l'on employait effectivement le compas, διαβήτης, comme on le fait encore aujourd'hui dans les campagnes où l'instruction est peu avancée? Ce compas devait alors, de toute nécessité, pour remplir sa destination, porter un fil-à-plomb, comme le niveau des maçons. — H.V.

§ IX.

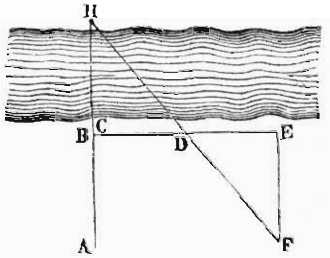


Prendre, avec la dioptre, la largeur d'un fleuve, en restant sur un seul et même bord.

Soient AB, GD, les deux bords du fleuve. Je place la dioptre sur le bord GD, par exemple en E, et je fais pivoter la règle, jusqu'à ce que je voie apparaître, dans sa direction, un point D sur le même bord. Amenant ensuite la règle dans un plan vertical EZ perpendiculaire à ED, je fais tourner le demi-cercle de manière à apercevoir, sur le bord opposé, dans la direction de la règle, un certain point Z. Si l'on suppose que les deux rives sont parallèles, la droite EZ, perpendiculaire à leur diεἴπερ παραλλήλους αὐτὰς ἐννοοίμεθα. Ὡς οὖν ἐμάθομεν ἐπάνω, εἰλήφθω τὸ ἀπὸ τοῦ Ε διάστημα ἐπὶ τὸ Ζ τὸ πρὸς διαβήτην, ὃ καὶ ἀποφανούμεθα[1] ζητούμενον εἶναι τοῦ ποταμοῦ πλάτος.

[1] ἀποφαινούμεθα.

« Ce problème facile se trouve aussi résolu dans les Cestes de Jules l'Africain (*Mathematici veteres*, p. 296). Il l'est encore, et avec plus de simplicité, par Junius Nipsus ou n'importe quel auteur, dans les *Scriptores agrarii* (Lachmann, p. 28). Cet ouvrage enseigne comment on peut prolonger la ligne d'arpentage au delà d'un courant d'eau. Peut-être, jusqu'ici, n'a-t-on pas bien compris ce fragment, et l'éditeur lui-même [Gœsius] moins que tous les autres; c'est pourquoi je le rapporte ici, en y ajoutant quelques détails pour le rendre clair et intelligible, avec la figure et les lettres. Cette citation servira, en même temps, à faire connaître le style des ingénieurs romains. Nous verrons, en son lieu, ce que c'était que le *ferramentum* et la *groma* (§ XXXII); pour le moment, qu'il nous suffise de savoir que c'était une espèce d'équerre[1].



« *Fluminis varatio* (Lachmann, p. 285). Si in agri quadratura tibi dictanti occurrerit flumen quod necesse sit varari, sic facies. Rigor AC qui impingit in fluvio, exinde versuram facies [in B]. In quam partem verteris, tetrantem ABE pones. Deinde transferes ferramentum in eo rigore BE quem dictaveris, ex eo rigore ABC qui in flumine impegerat. Deinde transferes ferramentum [in E], et comprehenso eo rigore EB quem dictasti, versuram facies BEF in partem dextram. Deinde exiges medium illum rigorem EB a tetrante B [ad tetrantem E], et divides illum in duas partes BD, DE, et signum D pones perpensum. Deinde figes ferramentum ad signum D quod dividet duas partes BD, DE, quas divisisti.

[1] Je n'essaye point de corriger le texte, qui est très-corrompu. — H.V.

rection, sera la largeur du fleuve. Prenons donc, comme nous l'avons montré ci-dessus (§ VIII), la distance horizontale EZ : nous pouvons être assurés que c'est la largeur du fleuve ou la quantité cherchée.

« Ex fixo ferramento et perpenso comprehenso rigore ad umbilicum soli » (la ligne comprise entre le centre de l'équerre et le point D doit tomber d'aplomb sur le sol, que l'on suppose horizontal) « emissum perpendiculum « cum super signum D ceciderit, percuties gromam, donec comprehendes « signum H quod posueras trans flumen. Cum diligenter comprehenderis, « transies ex alia parte ferramenti, et manente groma dictabis rigorem DF. « Ubi se consecuerit norma tua EF cum eo rigore DF quem dictaveris, « signum F pones, et exiges numeros FE a signo F ad tetrantem FEB. Sed « quia linea BE quam secueras mediam [in D] duo trigona ostendit DBH, « DFE, et quia cathetus BD catheto DE par est, erit et basis BH basi EF « par. Quantus ergo numerus basis EF junctus trigoni quem exegisti fuerit, « tantus rigor BH alterius trigoni BDH cujus rigor [impactus] in fluvium « numerus. Et de hac base quam exegisti tolles hunc numerum quem a te- « trante ad fluvium exegisti. Reliquum quod superfuerit, erit latitudo flu- « minis. »

« Saumaise avait parfaitement compris que, dans l'article qui vient d'être cité, *varare* signifie « passer le fleuve ; » mais Gœsius prétend qu'il s'agit plutôt d'en prendre la courbure, et il a ainsi induit en erreur ceux qui sont venus après lui, et principalement les lexicographes. Il convient donc de s'assurer complétement de l'origine et du sens de ce mot.

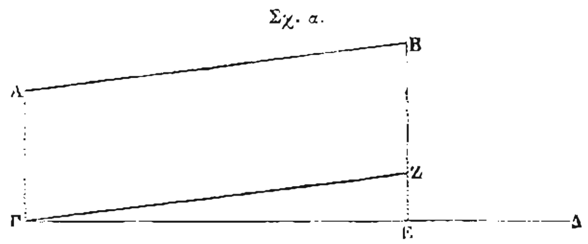
« Les érudits s'accordent à dire que *vara* est le nom d'un instrument fourchu qu'Horace appelle *ames*, et Virgile *furca bicornis*. Schneider, mieux que Forcellini, a vu que *vara*, dans Columelle, est une *petite fourche* garnie de paille. Par *vara*, dans Vitruve, il faut entendre des poutres réunies en forme d'un Λ grec, pour soutenir le toit de la tortue militaire.

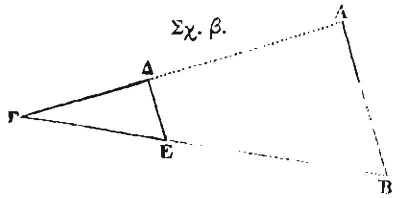
« L'adjectif *varus* s'applique à un objet divergent par rapport à un autre, et a le même sens que *varicus*. Les lutteurs agitaient, en les élevant, *varas manus, brachia vara*, c'est-à-dire élevaient les mains, les bras, en les écartant. Dion Chrysostome loue l'athlète Mélancoma, pour la force qu'il montrait en les maintenant ainsi longtemps élevées et séparées ; Eustathe en

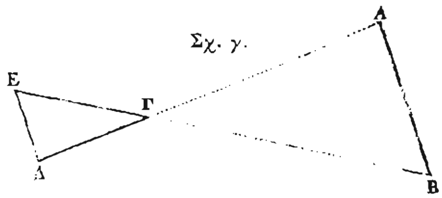
DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

parle aussi (*Iliad.* fol. 1322, 1324, et *Odyss.* fol 1839). Selon Varron, un beau chien doit avoir *crura vara*: les *Geoponici* ont traduit ce mot par *σκαμβότερα*, et du grec *σκαμβὸς* on a formé les mots italiens *sghembo* et *sghimbescio*, dans le même sens que *varus*, c'est-à-dire *oblique*, tourné *de travers* et *en biais*, *σκαιῶς*. Toutes les fois que les jambes d'un homme vont en divergeant de bas en haut, on pourra toujours, à l'instar de Celse, les appeler *varæ*, c'est-à-dire *crochues*, *bancales*. Du neutre *varum* (par l'adoucissement du *r*) dérive *vallum*, « vel quod ea varicare nemo possit, vel quod « extrema bacilla forcillata sunt ad modum literæ V: » c'est l'étymologie adoptée par Varron. Pareillement, l'expression *vara cornua*, dans Ovide, signifie les cornes séparées et divergentes. *Vara ingenia*, dans Perse, sont les esprits de travers, *biscornus*; et *regula varo pede*, d'après le même auteur, est une équerre fausse, parce que ses côtés divergent et forment un angle obtus. *Varicus* est celui qui a les jambes et les cuisses *élargies*. (Ovide, *De arte am.* et Apul. liv. I.)

Κεφ. ι'.







« Δύο δοθέντων σημείων πόρρω ὁρωμένων[1], εὑρεῖν τὸ μεταξὺ « διάστημα αὐτῶν, τὸ πρὸς διαβήτην, καὶ ἔτι τὴν θέσιν. »

[Σχ. α.] Ἔστω τὰ δοθέντα δύο σημεῖα τὰ A, B· καὶ κατεσκευάσθω[2] ἡ διόπτρα ἐν τοῖς πρὸς ἡμᾶς μέρεσι, πρὸς το Γ·

[1] Cette expression, employée dans plusieurs problèmes consécutifs, y présente partout l'idée d'élévation au-dessus de l'horizon, comme ferait le mot *μετέωρος*; on pourrait être tenté de la rapprocher du mot *αἰρόμενος*. — [2] *κατασκ*.

« Un sens analogue aux précédents est attaché aux deux verbes *varare* et *varicare*. Ennius dit *consiliis obvarant* : ils sont en désaccord, ils diffèrent d'opinions........... Selon Pline, le laboureur, courbé sur la charrue, *en traçant un sillon de travers*, *prævaricat*, mot qui n'est peut-être que l'abrégé de *prætervaricat*. Enfin, ces deux verbes ont reçu, par métaphore, le sens adopté par les Italiens sous les formes *valicare*, *varcare*, parce que celui qui passe un ruisseau *écarte* les jambes pour le franchir. Aussi les gloses donnent-elles comme synonymes les mots *varicat* et ὑπερβαίνει, et dans Isidore, *varicavit*, *ambulavit*. Telle est l'interprétation de *varare flumen* dans le passage du recueil *De re agraria* qui vient d'être commenté. Dans un autre, que je rapporterai au § xxv, nous verrons *varare* employé dans le sens propre de *diverger*. » — VR.

On trouvera, à la fin de l'ouvrage (ci-après), le passage de Jules l'Africain auquel Venturi fait allusion dans la note précédente. — H.V.

§ X.

Fig. 1.

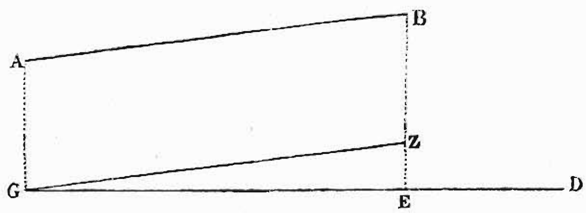


Fig. 2.

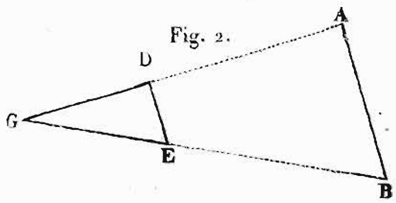
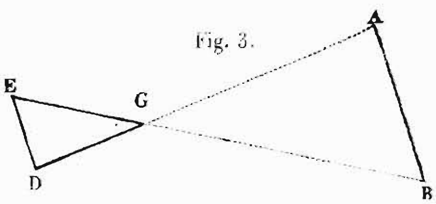


Fig. 3.



Étant donnés deux points vus de loin, trouver la longueur de la droite qui les sépare, réduite à l'horizon, ainsi que sa position [1].

Soient A et B les deux points donnés (fig. 1); je dispose la dioptre à l'endroit où je me trouve, par exemple en G, et je

[1] Voy. Héron de Byzance, § v.

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

καὶ ἐπεσΊράφθω ὁ κανὼν, ἄχρις ἂν δι' αὐτοῦ [φανῇ] τὸ Α σημεῖον· εὐθεῖα ἄρα ἐσΊὶν ἡ διὰ τοῦ κανόνος ἡ ΑΓ. Πρὸς ὀρθὰς ἤγαγον διὰ τῆς διόπΊρας τὴν ΓΔ, καὶ παράγω ἐπ' αὐτῆς τὴν διόπΊραν, ἄχρις ἂν διὰ τοῦ κανόνος φανῇ τὸ Β σημεῖον. Τετυχέτω οὖν ἡ διόπΊρα πρὸς τὸ Ε· ἡ ἄρα ΒΕ τῇ ΓΔ πρὸς ὀρθάς ἐσΊιν· παράλληλος ἄρα ἐσΊὶν ἡ ΑΓ τῇ ΒΕ. Μετρῶ οὖν τὸ ἀπὸ τοῦ Γ διάσΊημα ἐπὶ τὸ Α, ὡς ἐμάθομεν ἐπάνω, καὶ πάλιν τὸ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὸ Β. Καὶ εἰ μὲν ἴσον ἐσΊὶ τὸ ΓΑ διάσΊημα τῷ ΒΕ, ἀποφανοῦμαι καὶ[1] τὸ ΓΕ διάσΊημα ἴσον τῷ ΑΒ· δυνάμεθα δὲ τὸ ΓΕ μετρῆσαι, ἐν γὰρ τοῖς πρὸς ἡμᾶς ἐσΊὶ μέρεσι. Μὴ ἔσΊω δὲ ἴσον, ἀλλ' ἔσΊω μεῖζον τὸ ΒΕ διάσΊημα τοῦ ΓΑ, εἰ τύχοι πήχεις κ̄· ἀπέλαβον οὖν ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τῆς ΒΕ[2], ἐν τοῖς πρὸς ἡμᾶς, πήχεις εἴκοσι τὴν ΕΖ· ἔσΊαι δὴ ἴση ἡ ΑΓ τῇ ΒΖ τῷ μεγέθει· ἔσΊι δὲ παράλληλος αὐτῇ[3]· ὥσΊε καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΓΖ[4] ἴση τέ ἐσΊι καὶ παράλληλος. Δυνάμεθα δὲ μετρῆσαι τὴν ΓΖ, ὥσΊε καὶ τὴν ΑΒ· καὶ φανερὸν ὅτι καὶ τὴν θέσιν (τὴν γὰρ παράλληλον) εὕρομεν[5].

Δυνατὸν δέ ἐσΊι καὶ ἄλλως λαβεῖν τὸ μεταξὺ τῶν Α, Β, διάσΊημα. [Σχ. β̄.]

ἜσΊησα[6] τὴν διόπΊραν ἐφ' οὗ βούλομαι σημείου· ἔσΊω δὴ τὸ Γ. Καὶ ἔλαβον διὰ τῆς διόπΊρας τὴν ΓΑ, καὶ ὁμοίως ἑτέραν τὴν ΓΒ, καὶ ἐμέτρησα ἑκατέραν τῶν ΓΑ, ΓΒ· καὶ ἔλαβον ἀπὸ τοῦ Γ μέρος τι τῆς ΓΑ, οἱονεὶ δέκατον, τὴν ΔΓ, καὶ τὸ αὐτὸ μέρος τῆς ΓΒ, τὴν ΓΕ[7]· ἔσΊαι δὴ καὶ ἡ [τὰ] Δ, Ε, ἐπιζευγνύουσα [τὸ αὐτὸ] μέρος τῆς ΑΒ, καὶ παράλληλος αὐτῇ. Δύναμαι [δὲ] μετρῆσαι[8] τὴν ΔΕ, ἐν τοῖς πρὸς ἡμᾶς μέρεσιν οὖσαν· ἔχω ἄρα καὶ τῆς ΑΒ καὶ τὴν θέσιν καὶ τὸ μέγεθος.

Δυνατὸν δέ ἐσΊι καὶ ἄλλως τὸ ΑΒ διάσΊημα λαβεῖν. [Σχ. γ̄.]

ἜσΊησα τὴν διόπΊραν πρὸς τῷ Γ, καὶ ἔλαβον τῆς[9] ΑΓ μέρος

[1] Par.: ἀποφ. δέ. — [2] ἐπὶ τοῖς ΒΕ. — [3] αὔτη. — [4] τῇ γδ̄. — [5] εὕραμεν. — [6] ἐσΊησαν. — [7] τῆς γε̄. — [8] δύνασαι μετρ. — [9] ἔλαβον τήν.

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

dirige la règle de manière à apercevoir le point A sur son prolongement : la ligne de mire sera une droite AG. Je conduis, avec la dioptre, la droite GD perpendiculaire à GA, et je transporte l'instrument en un point E de la droite GD, d'où l'on puisse voir le point B sur EB perpendiculaire à GD: AG sera parallèle à BE. Je détermine la distance de A à G (§ VIII), et de même celle de E à B. Si GA est égale à EB, AB sera égale à GE; et je pourrai mesurer cette dernière ligne, puisqu'elle est située près de moi. Mais supposons que BE surpasse GA, par exemple de 20 coudées; je prends, à partir de E, sur EB qui est de mon côté, EZ égale à 20 coudées : ZB sera égale à GA; de plus, elle lui est parallèle : par conséquent aussi AB sera égale et parallèle à GZ. Or cette dernière peut être mesurée, et il est clair que nous connaîtrons en même temps la position de AB, puisque nous avons trouvé une droite qui lui est parallèle.

On peut encore autrement[1] *Déterminer la distance* AB (fig. 2).

Je place la dioptre où je veux, par exemple en G. Par son moyen, je tire les deux lignes GA et GB, et je les mesure (§ VIII). Je prends GD égale à une certaine portion de GA, par exemple la dixième partie, et GE égale à une semblable partie de GB. Si l'on joint DE, cette droite sera aussi la dixième partie de AD et lui sera parallèle. Mais je puis mesurer DE qui est près de moi; j'ai donc aussi la mesure et la position de AB.

On peut encore[2] *Déterminer la distance* AB (fig. 3) d'une autre manière.

Ayant placé la dioptre en G, je prends, en ligne droite

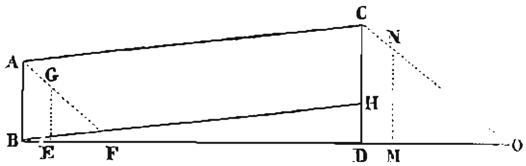
[1] Voy. Héron de Byzance, § III. — [2] Le même, § IV.

τι τὴν ΓΔ[1], *ἐπ' εὐθείας τῇ* ΑΓ, *καὶ ὁμοίως τῆς* ΒΓ *τὸ αὐτὸ μέρος τὴν* ΓΕ, *ἐπ' εὐθείας τῇ* ΒΓ. *Ἔσῖαι δὴ καὶ ἡ* ΕΔ *τὸ αὐτὸ μέρος τῆς* ΑΒ *καὶ παράλληλος αὐτῇ. Δυνατὸν δὲ μετρῆσαι τὴν* ΔΕ· *ὥσῖε εὕρηται τῆς* ΑΒ *ἡ θέσις καὶ τὸ μέγεθος.*

[1] *μέρος· τὴν δέ.*

« Héron le Jeune a copié, sans démonstration, la solution de ce problème, dans les propositions 2^e^, 3^e^ et 4^e^ de sa *Géodésie* traduite par Barocci.

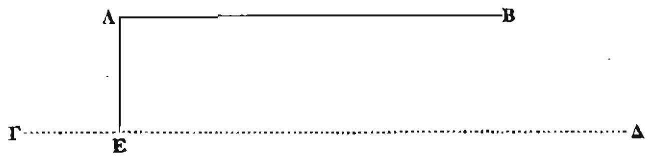
« Le même problème se trouve résolu d'après la seconde méthode d'Héron, par Hygin, dans les *Gromatiques* (édition de Lachmann, p. 193). Mais il faut, dans la solution d'Hygin[1], corriger les lettres à la fois dans la figure et dans le texte; autrement, en les prenant telles qu'elles sont, le passage est inintelligible. Voici quelle est, à mon avis, la figure véritable, ainsi que les corrections à faire :



« Sit ergo forma conspectus ABCD[2]. Nunc [ex] linea primum constituta

[1] Venturi dit Héron, mais par erreur. — [2] Les deux points donnés au loin sont A et C. — H.V.

Κεφ. ια'.



« *Τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἀγαγεῖν ἀπὸ τοῦ πέρατος αὐτῆς, μὴ προσεγγίσαντα, μήτε τῇ εὐθείᾳ, μήτε τῷ πέρατι.* »

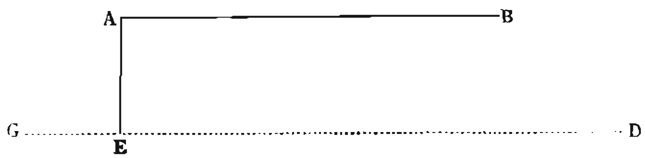
Ἔσῖω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ τὰ Α, Β *σημεῖα ἐπιζευγνυμένη· ἀφ' οὗ δὲ δεῖ τὴν πρὸς ὀρθὰς ἀγομένην εὑρεῖν ἔσῖω τὸ* Α.

avec GA, une certaine portion GD de cette ligne; et de même, en ligne droite avec GB, une semblable portion GE de GB. Alors DE sera la portion semblable de AB, en même temps qu'elle lui sera parallèle. Mais on peut mesurer DE : on connaît donc la position et la grandeur de AB.

« quæ est inter B [et] D, conspiciamus signum A; ex B[1] prolato per exiguum « rigorem BE ferramento normaliter paucas dictabimus metas ex signo E « (per EG). Prolato iterum exiguum ferramento in signum F, signum A « conspiciemus, ita ut rigorem ex F missum (ad A) secet signum G; et qui- « cumque numeri fuerint sic observabimus : quomodo fuerit EF ad EG, sic « et FB ad BA tractabimus : erit (*hæc*) longitudo conspectus inter B, A. « Eadem ratione et alteram partem DC conspiciemus (exempli gratia ex « MNO). Quanto deinde CD longior fuerit (*quam* AB), signo H notabimus; « et ex hoc signo in B rectam lineam injungemus HB, quæ erit ordinata « AC. » — VR.

[1] Ms. : Signum quod est inter B et A. — H.V.

§ XI.



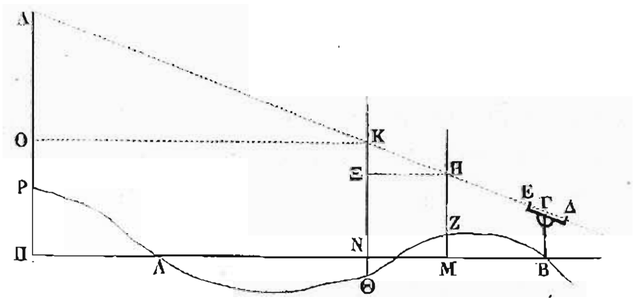
Une droite étant donnée, mener à son extrémité une droite qui lui soit perpendiculaire, sans en approcher, non plus que de cette extrémité.

Soit AB la droite donnée, et A le point par lequel il faut mener la perpendiculaire. Déterminons près de nous la direc-

Εὑρήσθω ἡ θέσις τῆς ΑΒ *ἐν τοῖς πρὸς ἡμᾶς τόποις, ὡς ἐμάθομεν· καὶ ἔσΊω ἡ* ΓΔ *εὐθεῖα*[1]. *Παράγω οὖν τὴν διόπΊραν ἐπὶ τὴν* ΓΔ *εὐθεῖαν, διατηρῶν τὸν κανόνα ἀεὶ ἀποβλέποντα σημείῳ τινὶ τῶν ἐπὶ τὴν* ΓΔ, *ἄχρις ἂν ἐπισΊραφεὶς κατὰ τὴν πρὸς ὀρθὰς θέσιν, ἴδῃ*[2] *τὸ* Α *σημεῖον. Τετυχέτω οὖν ἡ διόπΊρα πρὸς τὸ* Ε *σημεῖον· ἔσΊαι δῆλον*[3] *πρὸς ὀρθὰς εἶναι τὴν* ΑΕ.

[1] *ἡ γα εὐθεία.* — [2] *εἰδῇ.* — [3] *δῇ.*

Κεφ. ιβ'.



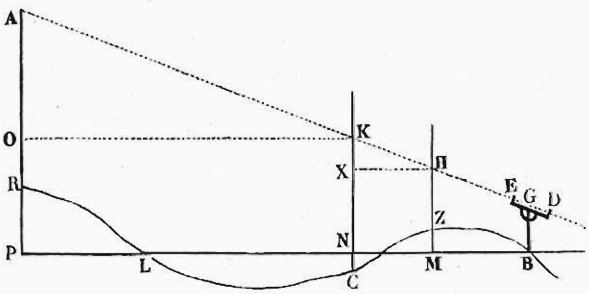
« *Σημείου ὁρωμένου, εὑρεῖν τὴν ἀπ' αὐτοῦ κάθετον ἀγομένην ἐπὶ τὸ δι' ἡμῶν ἐκβαλλόμενον ἐπίπεδον παράλληλον τῷ ὁρίζοντι, μὴ προσεγγίσαντα τῷ ὁρωμένῳ σημείῳ.* »

ἔσΊω τὸ δοθὲν σημεῖον μετέωρον τὸ Α, *τὸ δὲ δι' ἡμῶν ἐπίπεδον διὰ τοῦ* Β. *Κείσθω οὖν ἡ διόπΊρα πρὸς τὸ* Β· *καὶ σΊυλίσκος μὲν νοείσθω ὁ* ΒΓ· *ὁ δὲ κινούμενος κανὼν δι' οὗ διοπΊεύομεν ὁ* ΔΓΕ. *Καὶ κινείσθω ἄχρις ἂν φανῇ δι' αὐτοῦ τὸ* Α· *καὶ μένοντος αὐτοῦ ἀκινήτου, μεταξὺ τῆς διόπΊρας καὶ τοῦ* Α *σημείου ἕτεροι δύο κανόνες ἐγκείσθωσαν, οἱ* ΖΗ, ΘΚ, *ὀρθοί, ἀνισοϋψεῖς, ὧν ὁ μὲν μείζων ἔσΊω ἐπὶ τὰ πρὸς τῷ* Α[1] *μέρη. Τὸ δὲ ἔδαφος νοείσθω κατὰ τῆς* ΒΖΘΛ[2] *γραμμῆς ὡς ἔτυχεν ὑπάρχον· τὸ δὲ δι' ἡμῶν ἐκβαλλόμενον ἐπίπεδον παράλληλον τῷ ὁρίζοντι νοείσθω τὸ κατὰ τῆς* ΒΛ *εὐθείας. Παραγέσθωσαν οὖν οἱ* ΖΗ, ΘΚ *κανόνες, ἄχρις ἂν ἐπ' εὐθείας φανῶσι τῷ* Α *σημείῳ*[3].

[1] *τὰ ζ τῷ α.* — [2] *βζ, ολ.* — [3] *σημεῖον.*

tion de AB, d'après la méthode déjà enseignée; et soit GD cette direction. Je porte la dioptre le long de GD, en conservant toujours la règle dirigée vers quelque point de la droite GD, jusqu'à ce qu'en regardant la direction perpendiculaire, on puisse y voir le point A. Supposons que cela ait lieu en E : il est clair que EA sera la perpendiculaire cherchée.

§ XII.



D'un point [élevé] que l'on aperçoit, abaisser une perpendiculaire sur le plan horizontal dans lequel on se trouve, sans approcher du point[1].

Soit A le point élevé, et B un point de notre plan [horizontal]. Plaçons la dioptre en B; et imaginons que BG est le support, et DGE la règle le long de laquelle on vise. Dirigeons-la vers A; puis, la laissant dans cette position, plaçons entre elle et le point A, dans une situation verticale, deux piquets de grandeur inégale ZH, CK, dont le plus grand CK soit le plus rapproché du point A. Supposons que le terrain suive une ligne quelconque BZCL, et prenons BL pour la direction de notre plan horizontal. Plaçons les piquets ZH et CK de manière qu'ils paraissent ne faire qu'une seule droite passant par

[1] Voy. Héron de Byzance, § 11.

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

Μένοντος ἀκινήτου τοῦ ΔΓΕ *κανόνος, τεθεωρήσθω*[1] *οὖν ἐπὶ μὲν τοῦ* ΖΗ *κανόνος τὸ* Η *σημεῖον, ἐπὶ δὲ τοῦ* ΘΚ *τὸ* Κ. *Καὶ νενοήσθωσαν*[2] *αἱ ἐκϐεϐλημέναι αἱ* ΖΗ, ΘΚ, *ἐπὶ τὰ* Μ, Ν· *καὶ τῷ* ΒΛ[3] *παράλληλον ἠγμέναι αἱ* ΗΞ, ΚΟ[4]. *Δυνατὸν δέ ἐστιν ἐπισκέψασθαι τίνι ἐστὶ μετεωρότερον*[5] *τὸ* Ζ *τοῦ* Β *χωροϐατήσαντα*[6]· *ἑκάτερον γὰρ τῶν* Β, Ζ *σημείων πρὸς ἡμᾶς· ὥστε δυνατὸν εὑρεῖν τὴν* ΖΜ[7]· *ὁμοίως καὶ τὴν* ΝΘ[8]. *Ἔχω δὲ καὶ ἑκατέραν τῶν* ΗΖ, [ΘΚ]· *ὥστε φανερόν ἐστι τῶν* ΗΜ, ΚΝ[9], *ἡλίκη ἐστὶν, ὥστε καὶ ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν ἡ* ΚΞ *ἡλίκη ἐστίν. Ἐπιστάμεθα δὲ καὶ ἡλίκη ἐστὶν ἡ* ΗΞ[10]· *τὸ γὰρ μεταξὺ τῶν* Ζ, Θ, *διάστημά ἐστι τὸ πρὸς διαϐήτην· ὥστε ἔξω τίνα λόγον ἔχει ἡ* ΗΞ[11] *πρὸς τὴν* ΞΚ. *Ἔστω οὖν εἰ τύχοι εὑρημένη ἡ* ΗΞ[12] *τῆς* ΚΞ *πενταπλῆ· καὶ ἀπὸ τοῦ* Α, *ἐπὶ τὸ*[13] *δι' ἡμῶν ἐπίπεδον, τουτέστιν ἐπὶ τὴν* ΒΛ, *κάθετος ἤχθω ἡ* ΑΟΡΠ· *ὥστ' ἔτι*[14] *ἔσται καὶ ἡ* ΚΟ *πενταπλῆ τῆς* ΟΑ. *Καὶ ἐπεὶ ἴσμεν ἡλίκη ἐστὶν ἡ* ΚΟ (*τὸ γὰρ μεταξὺ τῶν* Θ, Ρ, *διάστημά ἐστι τὸ πρὸς διαϐήτην*), *ἕξω ἄρα καὶ τὴν* ΑΟ *ἡλίκη ἐστίν. Ἔχω δὲ καὶ τὴν* ΟΠ[15], *ἴση γάρ ἐστι τῇ* ΚΝ[16]· *ὥστε καὶ ὅλην τὴν* ΑΠ, *κάθετον οὖσαν ἐπὶ τὸ δι' ἡμῶν ἐπίπεδον, ἔξω ἡλίκη ἐστίν.*

[1] *τεθεωρείσθω.* — [2] *νενοείσθω*; presque partout de même — [3] *τὰ μη καὶ τὸ βλ.* — [4] *αἱ νξ, κθ.* — [5] *μετέωρον.* — [6] *χωροϐατῆσαν.* — [7] *τῇ ζμ.* — [8] *τῇ νθ.* — [9] *τῶν ημ, κη.* — [10] *ἡ νξ.* — [11] *ἡ νξ.* — [12] *ἡ νξ.* — [13] *ἐπὶ τοῦ.* — [14] *ὥστ' ἐπεὶ.* — [15] *τὴν ον.* — [16] *τῇ κη.*

« Le point R pourrait être inaccessible et même invisible, comme ce serait le cas, si A était la cime d'une montagne. Alors on pourra trouver la distance KO en opérant comme au § VIII. Portant la dioptre en C, j'en dirige la règle vers A; ensuite, je fais tourner le demi-cercle de manière que la règle descende à la position horizontale, en conservant toujours la mire dans le plan CAR, comme le même auteur le fait dans d'autres cas semblables (§§ VIII, IX). Alors je fais tourner la même règle de manière à marquer, sur le terrain, une perpendiculaire à CR[1]; et, en continuant comme dans ce même § VIII, je trouverai la distance du point C à la verticale AB, et, par

[1] C'est-à-dire au plan CAR. — H.V.

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

le point A; alors, la règle DGE restant fixe, admettons que l'on voie HZ en H et KC en K. Prolongeons, par la pensée, HZ et KC respectivement jusqu'en M et N; et menons HX, KO, parallèles à BL. On pourra, par un nivellement, trouver de combien le point Z est plus élevé que le point B, puisque ces points sont près de nous; et, par conséquent, nous connaîtrons la longueur de ZM; et de même pour CN. Mais nous connaissons d'ailleurs HZ et KC : donc nous connaissons les lignes HM, KN, et par conséquent aussi leur différence KX. Nous connaissons également la distance HX, qui est la projection horizontale de ZC; par suite, nous pouvons avoir le rapport HX : KX. Supposons, par exemple, que l'on ait trouvé HX égale à 5 fois KX. Abaissons, sur notre plan horizontal BL, la perpendiculaire AORP; nous aurons aussi KO égale à 5 fois AO. Mais KO est connue : car c'est la distance CR réduite à l'horizon; nous aurons donc aussi AO. Et, comme OP, égale à KN, est aussi déjà connue, nous aurons ainsi la longueur totale de la perpendiculaire AP abaissée sur notre horizon.

suite, la hauteur du point A. Dans le paragraphe suivant, notre auteur suppose que l'on a déterminé la distance de la verticale AP sans en approcher. Frontin le Gromatique dit que, dans la guerre des Daces, on savait mesurer, *veneratis diis, expugnandorum montium altitudines* [1] (*Rei agrariæ* p 29). Au surplus, quand il s'agissait de prendre la hauteur d'un mur ou d'une tour, les anciens faisaient encore usage d'une simple règle munie de ses dioptres, et suspendue par son milieu comme une lampe à deux bras, ce qui fait qu'on l'appelait *lychnia*. — (Voy. Héron le Jeune, dans la *Géodésie* de Barocci, proposition 1re; et Jules l'Africain, dans ses *Cestes*, p. 296 [2].) »

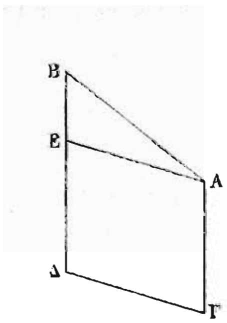
VR.

[1] Dans l'édition de Lachmann, ce passage se trouve à la page 93, cité comme appartenant à Balbus : « Expugnandorum « deinde montium altitudines ut sciremus, « venerabilis diis (nonne dea? *edd.*) ratio « monstrabat : quam ego quasi in omnibus « templis adoratam post magnarum rerum « experimenta quibus interveni, religiosius « colere cœpi. » — H.V.

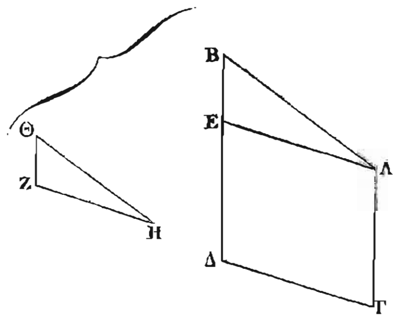
[2] Voyez plus loin les passages cités.

Κεφ. ιγ'.

Σχ. α.



Σχ. β.



[Σχ. α.] « Δύο σημείων ὁρωμένων, εὑρεῖν τὴν ἀπὸ τοῦ ἑνὸς « αὐτῶν κάθετον ὁρωμένην ἐπὶ τὸ διὰ τοῦ ἑτέρου ἐπίπεδον ἐκ- « βαλλόμενον[1] παράλληλον τῷ ὁρίζοντι, μὴ προσεγγίσαντα « τοῖς εἰρημένοις δύο σημείοις τοῖς A, B. »

Δυνατὸν ἄρα ἐσΊὶν, ὡς ἐπάνω δέδεικται, [γνῶναι] τὴν ἀπὸ τοῦ A κάθετον ἀγομένην ἐπὶ τὸ δι' ἡμῶν ἐκβαλλόμενον ἐπίπεδον παράλληλον τῷ ὁρίζοντι· νοείσθω κατὰ τῆς ΑΓ[2]. Ὁμοίως δὴ πεπορίσθω καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ B κάθετος ἐπὶ τὸ δι' ἡμῶν ἐκβαλλόμενον ἐπίπεδον παράλληλον τῷ ὁρίζοντι· καὶ ἔσΊω ἡ ΒΔ. Καὶ διὰ τοῦ A τῇ ΓΔ παράλληλος νοείσθω ἡ ΑΕ, καὶ τεμνέτω την ΒΔ κατὰ τὸ E· ἡ ἔτι ζητουμένη κάθετός ἐσΊιν ἡ ΒΕ[3].

Καὶ ἔσΊι φανερὸν ὅτι δυνατόν ἐσΊιν

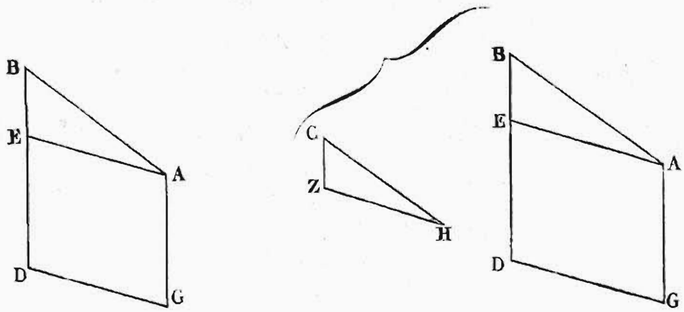
« Εὑρεῖν, δύο [σημείων A, B] ὁρωμένων, τὴν ἐπιζευγνύουσαν « αὐτὰ εὐθεῖαν, ἡλίκη ἐσΊίν. »

Ἐπειδήπερ δοθεῖσά ἐσΊιν ἥ τε ἀπὸ τ[οῦ ἑνὸς][4] (ὥσΊε εἶναι) αὐτῶν κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὸ διὰ τοῦ ἑτέρου ἐπίπεδον ἐκβαλλόμενον παράλληλον[5] τῷ ὁρίζοντι· καὶ ἔτι τὸ μεταξὺ αὐτῶν διάσΊημα τὸ πρὸς διαβήτην δοθέν ἐσΊι· τὰ δ' εἰρημένα διασΊήματα πρὸς ὀρθάς ἐσΊιν ἀλλήλοις· [ἡ ἄρα εὐθεῖα AB,] ὡς ὑπο-

[1] ἐκβαλλομένην. — [2] τῆς ΓΔ. — [3] ἡ ᾱε̄. — [4] Je remplis ici une lacune suffisamment indiquée par la lettre τ. Quant aux deux mots ὥσΊε εἶναι, je ne vois pas ce que l'on peut en faire. — [5] —ω.

§ XIII.

Fig. 1. Fig. 2.



Deux points étant aperçus, trouver, sans en approcher, la perpendiculaire abaissée de l'un d'eux, B, *sur le plan horizontal qui passe par l'autre,* A.

On peut (fig. 1), comme il a été démontré plus haut, avoir la mesure des deux droites AG, BD, abaissées perpendiculairement [1] des points A et B sur notre plan horizontal (§ XII).

[Joignons GD, et] supposons menée par le point A, parallèlement à GD, la droite AE, qui coupe BD en E : la perpendiculaire demandée sera BE [= BD — AG].

Il suit de ce qui précède, que l'on peut

Déterminer la distance AB *de deux points donnés.*

En effet, cette distance n'est autre chose que l'hypoténuse du triangle rectangle ABE, dont les deux côtés, AE, BE, de l'angle droit sont connus, savoir : BE d'après ce que l'on vient

[1] J'abrége les démonstrations de cette page, très-diffuses dans le grec.

τείνουσα τὴν ὀρθὴν, ἥτις ἐσῖι [1] τὰ δοθέντα σημεῖα ἐπιζευγνυμένη, δοθεῖσά ἐσῖιν.

« Δύο δοθέντων σημείων, εὑρεῖν τὴν θέσιν τῆς ἐπιζευγνυούσης αὐτὰ εὐθείας, μὴ προσεγγίσαντα τοῖς σημείοις. »

[Σχ. β̄.] Ἔσῖω τὰ δοθέντα σημεῖα [2] τὰ Α, Β· δυνατὸν ἄρα ἐσῖὶ τὴν τοῦ διὰ τῶν Α, Β, ἐκϐαλλομένου ἐπιπέδου ὀρθοῦ πρὸς τὸν ὁρίζοντα τὴν θέσιν εὑρεῖν, ὡς ἐμάθομεν ἐν τοῖς ἔμπροσθεν· τουτέσῖι καθέτου ἀχθείσης [ἀφ' ἑκάσῖου τῶν σημείων Α, Β], ἐπὶ τὸ παρὰ τὸν ὁρίζοντα ἐπίπεδον, δοθεισῶν τῶν ΑΓ, ΒΔ [3], τὴν θέσιν τῆς ΓΔ εὑρεῖν. Κυρείσθω [4], καὶ ἔσῖω ἡ ΗΖ, καὶ διὰ τοῦ Α τῇ ΓΔ παράλληλος ἡ ΑΕ ἔσῖω· καὶ τῇ ΗΖ παράλληλός ἐσῖι, καὶ [δοθεῖσα] ἔσῖαι λοιπὴ ἑκατέρα τῶν ΑΕ, ΒΕ, ὡς προδέδεικται. Εἰλήφθω δὴ ἐπὶ τῆς ΗΖ δύο τυχόντα σημεῖα τὰ Η, Ζ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ ἀνεσῖάσθω [5] τις ὀρθὴ πρὸς τὸν ὁρίζοντα ἡ ΖΘ (κανόνος παρατεθέντος, ἢ ἑτέρου τινὸς), παράλληλος ἔτι [6] τῇ ΔΒ· καὶ πεποιήσθω ὡς ἡ ΑΕ πρὸς ΕΒ [7], ἡ ΗΖ πρὸς ΖΘ· ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΗΘ παράλληλος ἔσῖαι τῇ ΑΒ· τοῦτο γὰρ φανερὸν διά τε τὰς παραλλήλους καὶ τὰς ἀναλογίας· πεπόρισῖαι ἄρα ἡ θέσις τῆς ΑΒ ἐν τοῖς πρὸς ἡμᾶς μέρεσιν.

Ἐκ δὴ τῶν προδεδιδαγμένων φανερὸν ὅτι δυνατόν ἐσῖιν,

« Ὄρους [8] ὑπάρχοντος, εὑρεῖν τὴν ἀπὸ τῆς κορυφῆς αὐτοῦ κάθετον ἀγομένην ἐπὶ τὸ δι' ἡμῶν ἐκϐαλλόμενον ἐπίπεδον παράλληλον τῷ ὁρίζοντι, μὴ προσεγγίσαντα τῷ ὄρει· καὶ τὴν ἀφ' οἱουδηποτοῦν σημείου κειμένου ἐν τῷ ὄρει καὶ ὁρωμένου τὴν ἀγομένην κάθετον εὑρεῖν. »

Ἐπειδήπερ ἐμάθομεν τὴν ἀπὸ παντὸς σημείου ὁρωμένου κάθετον πορίσασθαι, καὶ ὁμοίως δυνατὸν ἦν, ἀπὸ παντὸς [σημείου] ὁρωμένου ἐν τῷ ὄρει, [εὑρεῖν] κάθετον ἀγομένην ἐπὶ τὸ [9] δι' ἑτέρου σημείου ἐν τῷ ὄρει κειμένου καὶ ὁρωμένου, ἐκ-

[1] ἐπὶ. — [2] τὰ δυθ. τὰ σ. — [3] τῶν $\overline{\alpha\gamma}$, $\overline{\gamma\delta}$. — [4] Fort. Εὑρήσθω. — [5] ἀνεσῖάτω. — [6] ἔπι ἐπὶ. — [7] τῇ $\overline{\alpha\beta}$, καὶ πεποιείσθω ὡς ἡ $\overline{\alpha\beta}$ πρὸς $\overline{\zeta\eta\beta}$. — [8] ὁρους. — [9] ἐπὶ τῷ.

de dire, et AE [égale à DG] comme étant la distance de deux verticales [§ x, *et note du* § xii].

Puis, *Étant donnés deux points, déterminer, sans en approcher, la position de la droite qui les joint.*

Soient A, B (fig. 2), les deux points donnés : nous avons appris, dans ce qui précède, à déterminer la position du plan mené par AB perpendiculairement à l'horizon, c'est-à-dire, après avoir abaissé sur le plan horizontal les deux perpendiculaires AG, BD, à déterminer la position de GD. Supposons qu'on l'ait trouvée, et soit HZ[1] cette position. Par le point A menons à GD la parallèle AE[1] : cette droite sera aussi parallèle à HZ, et l'on aura les longueurs AE et BE, comme il a été dit précédemment. Maintenant, sur ZH prenons au hasard deux points, Z, H; et, par Z, élevons (au moyen d'une règle ou tout autrement) ZC perpendiculaire à l'horizon, et par conséquent parallèle à BD. Puis posons : comme AE : EB de même HZ : ZC, et joignons HC : cette droite sera parallèle à AB, comme il est évident d'après les parallèles et la proportion; et nous aurons ainsi fixé la position de AB, en n'employant que des points rapprochés de nous.

Maintenant, d'après ce qui a été démontré, il devient manifeste que,

Lorsqu'on rencontre une montagne, il est possible, sans en approcher, de déterminer la perpendiculaire abaissée de la cime, ou de tout autre point visible de cette montagne, sur notre plan horizontal.

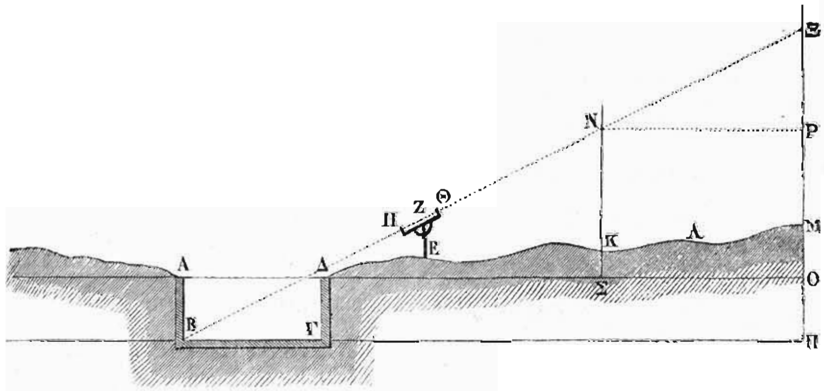
En effet, nous avons appris à construire une perpendiculaire abaissée de tout point visible; il est donc possible, en conséquence, d'abaisser une perpendiculaire de tout point visible

[1] L'ordre alphabétique eût exigé que la lettre E fût employée avant la lettre H.

βαλλόμενον ἐπίπεδον παράλληλον τῷ ὁρίζοντι. Ἁπλῶς γὰρ δύο σημείων δοθέντων οἱωνδηποτοῦν, τὰ αὐτὰ ἐμάθομεν ϖορίσασθαι, τουτέσῖι τάς τε ἀγομένας ἀπ' αὐτῶν καθέτους, καὶ μεταξὺ αὐτῶν διάσῖημα τό τε ϖρὸς διαβήτην[1], καὶ ὡς ἔχει θέσεως, μὴ ϖροσιόντα τοῖς σημείοις.

[1] διαβήτης.

Κεφ. ιδ'.



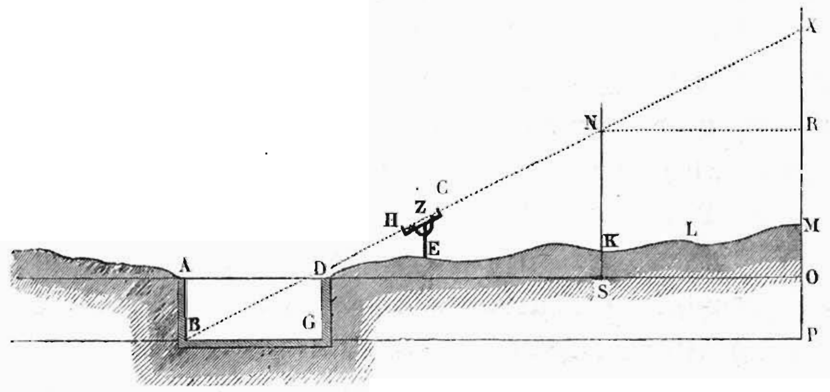
« Ὀρύγματος δοθέντος τὸ βάθος λαβεῖν· τουτέσῖι [μέγεθος] « τῆς ἀπὸ τοῦ ἐν τῷ βάθει σημείου καθέτου ἀγομένης ἐπὶ τὸ « δι' ἡμῶν ἐκβαλλόμενον ἐπίπεδον ἴσον τῷ ὁρίζοντι, ἢ καὶ ἔτι « ἐπὶ τῷ δι' ἑτέρου σημείου ἐκβαλλόμενον ἐπίπεδον ϖαράλ- « ληλον τῷ ὁρίζοντι. »

Ἔσῖω τὸ δοθὲν ὄρυγμα τὸ ΑΒΓΔ· τὸ δ' ἐν τῷ βάθει αὐτοῦ σημεῖον τὸ Β[1]. Κείσθω δὴ ἡ διόπῖρα ϖρὸς τῷ Δ, ἢ ϖρὸς ἄλλῳ τινὶ σημείῳ· ἔσῖω δὴ ϖρὸς τῷ Ε, καὶ ἔσῖω ΕΖ· ὁ δὲ ἐν αὐτῇ κανὼν δι' οὗ διοπῖεύομεν ὁ ΗΘ· ἐγκλινέσθω οὖν ἕως οὗ φανῇ δι' αὐτοῦ τὸ Β σημεῖον. Ἡ δὲ ἐδάφους ἐπιφάνεια νοείσθω κατὰ τῆς ΔΕΚΛΜ γραμμῆς· τὸ δὲ δι' ἡμῶν ἐπίπεδον ἐκπίπῖον νοείσθω κατὰ τῆς ΑΔΣΟ εὐθείας. Ἐπὶ δὲ τοῦ ἐδάφους ἐφέσῖωσαν δύο κανόνες, οἱ ΚΝ, ΜΞ, ὀρθοὶ[2], ἐπ' εὐθείας τῷ ΗΘ κανόνι· καὶ τε-

[1] τὸ δ̄. — [2] οἱ κη̄, μζ̄.

d'une montagne, sur un plan parallèle à l'horizon. Ou bien, simplement, étant donnés deux points quelconques, nous avons appris le moyen de déterminer les longueurs des perpendiculaires en question, ainsi que leur distance, et enfin la [distance et la] position respective des deux points, et tout cela sans en approcher.

§ XIV.



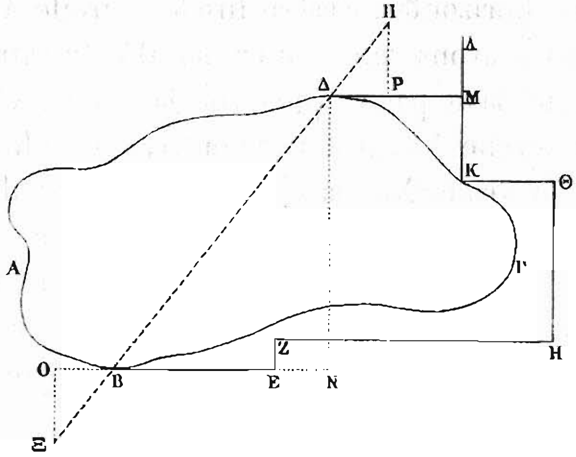
Étant donné un fossé, en déterminer la profondeur, c'est-à-dire mesurer la longueur de la perpendiculaire menée d'un point situé dans le fond du fossé, à notre plan horizontal, ou à tout autre plan parallèle à l'horizon.

Soit ABGD le fossé donné, et B le point situé au fond. Soit la dioptre placée vers D ou ailleurs, par exemple en E; soit EZ le pied de l'instrument, et HC la règle visuelle, que nous inclinerons de manière à voir le point B dans sa direction. Imaginons que la surface du terrain suive la ligne DEKLM, et que le plan horizontal où nous sommes placés soit représenté par la ligne droite ADSO. Plantons verticalement sur le terrain deux perches, KN, MX, alignées sur la règle HC, et supposons que *θεωρήσθω ἐπὶ μὲν τοῦ* ΚΝ[1] *κανόνος σημεῖον τὸ* Ν, *ἐπὶ δὲ τοῦ* ΜΞ[2] *τὸ* Ξ. *Καὶ δέον ἔσΊω τὴν ἀπὸ τοῦ* Β *κάθετον ἀγομένην ἐπὶ τὸ διὰ τοῦ* Δ *ἐκϐαλλόμενον ἐπίπεδον παράλληλον τῷ ὁρίζοντι [πορίσασθαι], τουτέσΊι τὴν ἐπὶ* ΑΔΟ *γραμμὴν ἀγομένην κάθετον· ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ* Β *κάθετος ἡ* ΒΑ *ἐσΊὶν ἣν δεῖ πορίσασθαι. Νενοήσθω οὖν καὶ διὰ τοῦ* Β *ἐπίπεδον παράλληλον τῷ ὁρίζοντι τὸ κατὰ τὸ* Β *γιγνόμενον· καὶ νενοήσθω ἐκϐεϐλημένος ὁ* ΞΜ *κανὼν ἐπὶ τὸ* Π, *καὶ ὁ* ΝΚ *ἐπὶ τὸ* Σ, *καὶ διὰ τοῦ* Ν *τῇ* ΔΟ *παράλληλος ἤχθω ἡ* ΝΡ. Ἡ *ἄρα* ΝΡ *τὸ μεταξὺ τῶν* Κ, Μ *σημείων ἐσΊὶ διάσΊημα τὸ πρὸς διαϐήτην· δυνατὸν ἄρα ἐσΊὶν αὐτὸ πορίσασθαι, ἐπεὶ καὶ τὰς* ΚΣ, ΜΟ. Ἡ *δὲ* ΞΡ *ὑπεροχή ἐσΊι τῶν* ΞΡΟ, ΝΣ[3]*· δυνατὸν ἄρα καὶ ταύτην πορίσασθαι, ἐπεὶ τὰς* ΚΣ, ΜΟ, *δυνατόν ἐσΊι πορίσασθαι, ὥσπερ ἐποιήσαμεν ὅτε τὴν ἀπὸ παντὸς σημείου κάθετον ἀγομένην, διὰ τῶν δύο κανόνων, ἐπορισάμεθα.* Ἔ*σΊω οὖν εὑρημένη, εἰ τύχοι*[4], *τετραπλῆ ἡ* ΝΡ *τῆς* ΡΞ *· ἔσΊαι ἄρα καὶ ἡ* ΒΠ *τετραπλῆ τῆς* ΞΠ. Δ*υνατὸν δέ ἐσΊι πορίσασθαι τὴν* ΒΠ, *τουτέσΊι τὴν* ΑΟ *· τὸ γὰρ ἀπὸ τοῦ* Ο *ἐπὶ τὸ* Α *διάσΊημά ἐσΊι τὸ πρὸς διαϐήτην τὸ* ΑΟ, *τουτέσΊι τὸ* ΒΠ *· ὥσΊε δυνατόν ἐσΊι πορίσασθαι καὶ τὴν* ΞΠ *· ἔσΊι γὰρ τέταρτον μέρος τῆς* ΒΠ. Ἔ*χομεν δὲ καὶ τὴν* ΞΟ *ἡλίκη ἐσΊίν · ὥσΊε καὶ τὴν* ΟΠ *ἕξομεν, τουτέσΊι τὴν* ΑΒ *κάθετον.*

[1] *τοῦ κη.* — [2] *τοῦ ξμ.* — [3] *τῶν ρουσ.* — [4] *τύχῃ.*

le rayon visuel HC rencontre KN en N et MX en X. Il s'agit de déterminer la longueur de la perpendiculaire menée du point B à notre point horizontal, c'est-à-dire à la droite ADO : c'est la ligne que nous avons représentée par BA. Imaginons le plan horizontal qui passe par B ; puis, soit la perche XM prolongée en P, et la perche NK prolongée en S ; soit enfin menée par le point N, la droite NR parallèle à DO. De là il résulte que NR est la distance des points K et M, mesurée en projection horizontale, distance que l'on peut déterminer ainsi que KS et MO. Quant à la longueur XR, c'est la différence des longueurs XRO et NS ; et il est également possible de la déterminer, comme nous l'avons fait (§ XII) lorsque nous avons appris à mener une perpendiculaire par un point quelconque au moyen de deux piquets. Supposons donc que l'on ait trouvé, par exemple, que NR est quadruple de RX, il en résultera que BP est également quadruple de XP. Mais on peut construire BP, c'est-à-dire AO : car cette distance est aussi une projection horizontale. Ainsi il est également possible d'obtenir XP, qui est le quart de BP. D'ailleurs, nous connaissons la longueur de XO : donc nous aurons OP, c'est-à-dire la perpendiculaire AB.

Κεφ. ιε'.

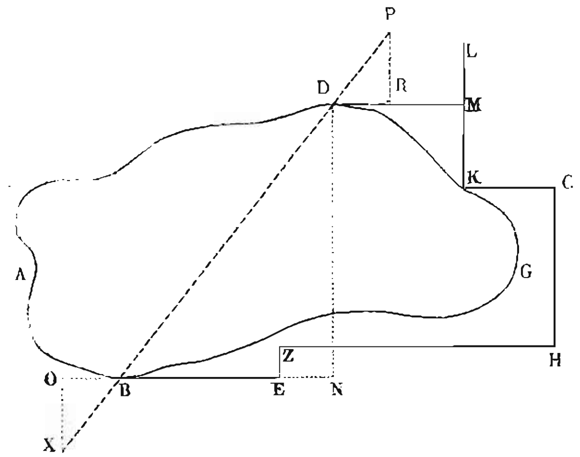


« Ὄρος διορύξαι ἐπ' εὐθείας τῶν σΊομάτων τοῦ ὀρύγματος ἐν « τῷ ὄρει δοθέντων. »

Νενοήσθω τοῦ ὄρους ἕδρα ἡ ΑΒΓΔ *γραμμὴ, τὰ δὲ σΊόματα*[1] *δι' ὧν δεῖ ὀρύξαι, τὰ* Β, Δ. *Ἤγαγον εὐθεῖαν ἀπὸ τοῦ* Β, *ἐν τῷ ἐδάφει, τὴν* ΒΕ[2], *ὡς ἔτυχεν· καὶ ἀπὸ τυχόντος τοῦ* Ε, *τῇ* ΒΕ *πρὸς ὀρθὰς ἤγαγον τὴν* ΕΖ, *διὰ τῆς διόπΊρας· καὶ ἔτι ἀπὸ τοῦ* Ζ *τυχόντος, διὰ τῆς διόπΊρας, πρὸς ὀρθὰς ἤγαγον τὴν* ΖΗ. *Καὶ πάλιν, ἀπὸ τυχόντος*[3] *τοῦ* Η, *τῇ* ΖΗ *πρὸς ὀρθὰς ἤγαγον τὴν* ΗΘ· *καὶ ἔτι ἀπὸ τυχόντος*[4] *τοῦ* Θ, *τῇ* ΘΗ[5] *πρὸς ὀρθὰς τὴν* ΘΚ, *καὶ τῇ* ΘΚ *πρὸς ὀρθὰς τὴν* ΚΛ. *Καὶ παραφέρω τὴν διόπΊραν ἐπὶ τῇ* ΚΛ, *ἄχρις ἂν διὰ τῆς πρὸς ὀρθὰς θέσεως τοῦ κανόνος φανῇ τὸ* Δ *σημεῖον. Πεφηνέτω [οὔσης τῆς διόπΊρας κατὰ τὸ* Μ]· *ἔσΊαι δὴ ἡ* ΜΔ *καὶ ἐπὶ τῆς* ΚΛ *κάθετος. Καὶ νενοήσθω ἐκϐεϐλημένη ἡ* ΕΒ *ἐπὶ τὸ* Ν[6], *καὶ ἐπ' αὐτῆς*[7] *κάθετος ἡ* ΔΝ. *Δυνατὸν δή ἐσΊιν ἐκ τῶν* ΕΖ, ΗΘ, ΚΛ, *ἐπιλογίσασθαι ἡλίκη ἐσΊὶν ἡ* ΔΝ[8], *ὥσπερ ἐποιοῦμεν ὅτε τὴν ἀπὸ παντὸς ση-*

[1] τὸ δὲ σΊόμα — [2] τὴν β̄. — [3] ἀποτυχόντος. — [4] ἀποτυχόντος. — [5] τοῦ θη̄. — [6] τὸ κη̄. — [7] αὐτήν. — [8] ἡ δη̄.

§ XV.



Percer une montagne suivant une ligne droite qui joigne deux ouvertures données sur sa surface.

Supposons que la base de la montagne soit ABGD, B et D étant les deux ouvertures par lesquelles doit se faire l'excavation. Menons sur le sol une droite BE, comme cela se trouvera; ensuite, d'un point quelconque E pris sur cette droite, menons-lui une perpendiculaire EZ, au moyen de la dioptre; puis, d'un point quelconque Z, par le même moyen, menons la perpendiculaire ZH. De même, par le point quelconque H, menons à ZH la perpendiculaire HC; puis, par le point C, la perpendiculaire CK; puis à CK la perpendiculaire KL. Alors je transporte la dioptre le long de KL, jusqu'à ce que, dans une direction perpendiculaire à celle de la règle, je puisse apercevoir le point D. Supposons cette condition remplie [au point M]: alors MD sera perpendiculaire à KL. Imaginons EB prolongée en N, et sa perpendiculaire DN. Il est évidemment possible de déterminer la longueur DN, au moyen des longueurs EZ, HC, KL, comme nous l'avons fait en menant une droite d'un point *μείου, ἐπὶ ἕτερον ἀθεώρητον, ἐπεζευγνύομεν εὐθεῖαν· ὁμοίως δὲ καὶ τὴν* BN *ἐκ τῶν* BE, ZH, ΘK, ΛΔ[1]. *Εὑρήσθω οὖν εἰ τύχοι πενταπλῆ ἡ* BN *τῆς* ΔN· *καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ* BΔ *νενοήσθω ἐκϐεϐλημένη ἐπὶ τὸ* Ξ, *καὶ ἐπὶ τὴν* BE *κάθετος ἤχθω ἡ* ΞO· *ὁμοίως δὲ*[2] *καὶ ἡ* BΔ *νενοήσθω ἐκϐεϐλημένη ἐπὶ τὸ* Π, *καὶ κάθετος ἐπὶ τὴν* ΔΛ[3] *ἡ* ΠP· *ἔσται δὴ*[4] *ὁμοίως πενταπλῆ, ἡ μὲν* BO *τῆς* OΞ, *ἡ δὲ* ΔP *τῆς* PΠ. *Λαϐόντες οὖν ἐπὶ τῆς* BE *σημεῖον τυχὸν τὸ* O, *καὶ πρὸς ὀρθὰς ἀγαγόντες τὴν* OΞ *τῇ* BO[5], *πέμπτον μέρος θήσομεν τὴν* OΞ *τῆς* BO, *καὶ ἔσται*[6] *ἡ* BΞ *νεύουσα ἐπὶ τὸ* B· *ὁμοίως δὴ πάλιν τῆς* ΔP *πέμπτον μέρος θέντες τὴν* ΠP, *ἕξομεν τὴν* ΔΠ *νεύουσαν ἐπὶ τὸ* Δ[7]· *διορύξομεν οὖν ἀπὸ μὲν τοῦ* B *ποιοῦντες τὸ ὄρυγμα ἐπ' εὐθείας τῆς* BΞ, *ἀπὸ δὲ τοῦ* Δ *ἐπ' εὐθείας τῆς*[8] ΔΠ. *Γίνεται δὲ λοιπὸν τὸ ὄρυγμα κανόνος παρατιθεμένου ἐπὶ τῆς εὑρημένης εὐθείας τῆς* ΞB, *ἤτοι ἐπὶ τῆς* ΠΔ, *ἢ καὶ ἐπ' ἀμφότερα τὰ μέρη· γινομένου τοῦ ὀρύγματος οὕτως, ὑπαντήσουσιν ἀλλήλοις οἱ ἐργαζόμενοι.*

[1] $\overline{λμ}$. — [2] δή. — [3] τὴν $\overline{δμ}$. — [4] δὲ. — [5] τῇ $\overline{οξ}$ τὴν $\overline{βο}$. — [6] καὶ ἔπει. — [7] ἐπὶ τὸ $\overline{β}$. — [8] τοῦ.

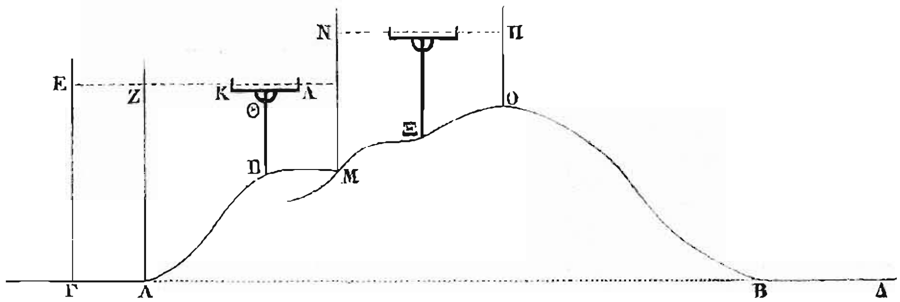
Venturi remarque ici qu'il faut, en outre, opérer le nivellement des deux ouvertures A et B, et régler en conséquence les excavations, par rapport à l'horizon. Il s'est permis, dit-il, ici et ailleurs, d'abréger le raisonnement de l'auteur, « qui est quelquefois minutieux, soit parce que, décrivant pour la « première fois les opérations faites avec son instrument, il craignait de n'être

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

quelconque à un autre point supposé invisible; et il en est de même de BN, que l'on peut déduire de BE, ZH, CK, LD. Supposons, par exemple, que l'on ait trouvé BN quintuple de DN; alors, menant BD et la prolongeant en X, abaissons sur BE la perpendiculaire XO; de même, imaginons BD prolongée en P, et la perpendiculaire PR abaissée sur DL : cela fait, on aura pareillement BO quintuple de OX, et DR quintuple de RP. Marquant donc sur BE un point quelconque O, et élevant OX perpendiculairement à BO, nous prendrons pour OX le cinquième de BO, et alors BX aura l'inclinaison convenable à partir de l'ouverture B. De même, prenant DR égal au cinquième de PR, nous aurons DP convenablement inclinée au point D. Ainsi nous aurons l'excavation demandée en opérant le percement, à partir du point B dans le prolongement de BX, et à partir du point D dans le prolongement de DP. Pour assurer le succès de l'opération, il faudra planter un piquet dans l'un des alignements XB ou PD, ou dans tous les deux; et, en opérant ainsi des deux côtés à la fois, les ouvriers finiront par se rencontrer mutuellement.

« pas assez clair, soit parce que tel était le caractère de son esprit. » Quant à nous, nous n'avons pas cru pouvoir user aussi largement de cette liberté, et, sauf un ou deux cas, d'ailleurs signalés avec soin, nous avons reproduit les détails du texte aussi fidèlement qu'il nous a été possible. — H.V.

Κεφ. ιϛʹ.



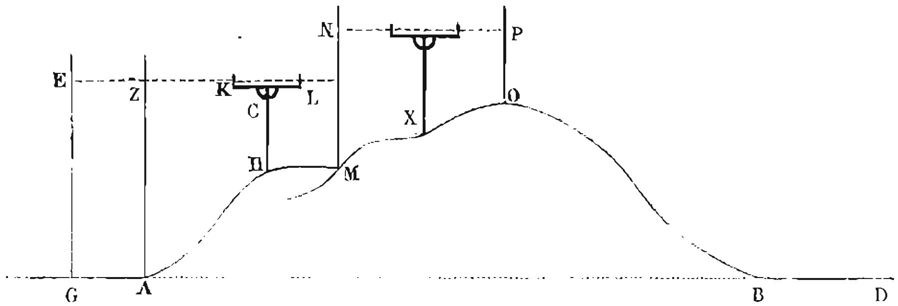
« Φρεατίας ὑπονόμῳ εἰς ὄρος διορύξαι κατὰ κάθετον οὔσας[1] τῷ ὑπονόμῳ. »

Ἔσlω τὰ ὑπονόμου πέρατα τὰ Α, Β· καὶ εἰλήφθωσαν, ἐπ' εὐθείας τῇ ΑΒ, αἱ ΓΑ, ΒΔ, ὡς ἐμάθομεν. Ἔσlησα οὖν δύο κανόνας ὀρθοὺς πρὸς τοῖς Α, Γ, τοὺς ΓΕ, ΑΖ[2]· καὶ τὴν διόπlραν πρὸς τῷ ὄρει ἀπέσlησα[3] σύμμετρον διάσlημα, ὥσlε διὰ τοῦ ἐν τῇ διόπlρᾳ κανόνος ἅμα φανῆναι τοὺς ΓΕ, ΑΖ κανόνας. Ἔσlω οὖν ἡ μὲν διόπlρα ἡ ΗΘ, ὁ δὲ ἐν αὐτῇ κανὼν ὁ ΚΛ· καὶ μένοντος τοῦ ΚΛ κανόνος[4] ἀκινήτου, μετατίθημι ἕνα τῶν ΓΕ, ΑΖ[5] κανόνων, ὡς ἐπὶ τὸ Μ[6] σημεῖον, ἔμπροσθεν τῆς διόπlρας, ὡς τὸν ΜΝ, περιφέρων αὐτὸν ὀρθὸν, ἄχρις ἂν διὰ τοῦ ΚΛ κανόνος φανῇ ὁ ΜΝ κανών· καὶ ἔσlαι[7] τὸ Μ σημεῖον κατὰ κάθετον[8] κείμενον τῷ ὑπονόμῳ. Πάλιν δὴ μετατεθείσης τῆς διόπlρας ἔμπροσθεν τοῦ ΜΝ κανόνος ἐπὶ τὸ Ξ, περιφέρω ἄχρις ἂν διὰ τοῦ ἐν τῇ διόπlρᾳ κανόνος ἅμα φανῶσιν οἱ ΑΖ, ΜΝ[9] κανόνες· καὶ πάλιν μένοντος τοῦ ἐν τῇ διόπlρᾳ κανόνος ἀκινήτου, μεταφέρω τὸν ΑΖ κανόνα ἔμπροσθεν τῆς διόπlρας ὀρθὸν, ὡς ἐπὶ τὸ Ο σημεῖον, περιφέρων αὐτὸν, ἕως οὗ διὰ τοῦ ἐν τῇ διόπlρᾳ κανόνος φανῇ ὁ ΟΠ κανών· καὶ ἔσlαι[10] ὁμοίως τὸ Ο

[1] οὖσα. — [2] τοὺς $\overline{γε}$, $\overline{αρ}$. — [3] ἀποσlήσας. — [4] κανόνας. — [5] τῶν $\overline{γα}$, $\overline{αζ}$. — [6] τὸ $\overline{ζ}$ σημ. — [7] καὶ ἐπεί. — [8] κατάθετον. — [9] οἱ $\overline{αζ}$, $\overline{μη}$. — [10] ὁ $\overline{θπ}$ κ. καὶ ἐπεί.

DE
LA DIOPTRE
d'Héron
d'Alexandrie.

§ XVI.



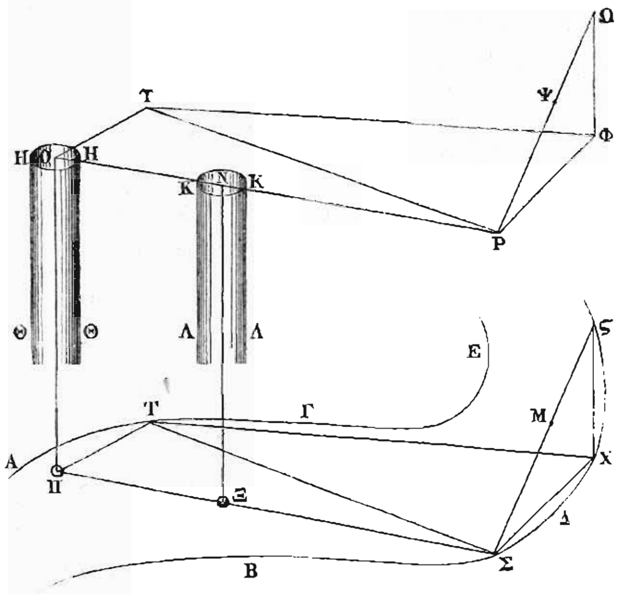
Forer, dans une montagne, des puits qui descendent perpendiculairement sur une excavation.

Soient A et B les deux extrémités de l'excavation. Supposons tracées, comme précédemment, les deux droites GA, BD, sur le prolongement de cette excavation. En G et A je plante verticalement les deux perches GE et AZ; puis je porte la dioptre sur la montagne, à une distance convenable, de manière à apercevoir dans la direction de la règle qui fait partie de l'instrument, les deux perches GE, AZ. Soit donc HC la dioptre, et KL la règle. Laissant KL dans une position fixe, je transporte l'une des deux perches GE, AZ, par exemple au point M, au delà de la dioptre, en la maintenant toujours dans une position verticale, et la plaçant, après quelques tâtonnements, par exemple en MN, de telle façon qu'elle soit sur la direction de la mire KL : le point M se trouvera d'aplomb sur l'excavation. De même, transportant la dioptre au delà de la perche MN, en X, je la place de manière que, dans la direction de la règle, on aperçoive à la fois AZ et MN; puis derechef, la règle de la dioptre demeurant fixe, je transporte AZ au delà de l'instrument, toujours dans une position verticale, par exemple au point O, de manière que, dans l'alignement de la dioptre, on aperçoive cette perche en OP : le point O sera égaκατὰ κάθετον τῷ ὑπονόμῳ. Ὡσαύτως δὲ καὶ ἕτερα πλείονα λαμβάνων[1] σημεῖα, γράψω ἐν τῷ ὄρει γραμμὴν, ἥτις πᾶσα κατὰ κάθετον[2] ἔσται τῷ ὑπονόμῳ. Κἂν βουλώμεθα δὲ καὶ ἐκ τῶν Β, Δ μερῶν τὰ αὐτὰ ποιεῖν, οὐδὲν διοίσει· ἐπὶ τῆς ληφθείσης οὖν ἐν τῷ ὄρει γραμμῆς διαστήματα λαμβάνοντες, τὰς φρεατίας ἐπιτευξόμεθα τοῦ ὑπονόμου. Χρὴ δὲ νοεῖν καὶ ταύτην τὴν δεῖξιν, ὡς τοῦ ὑπονόμου ἐπὶ μιᾶς εὐθείας ὄντος.

[1] λαμβάνω. — [2] κατάθετον.

Le § XVII, qui suit, est tout entier, dans le manuscrit, après le § XX. Ven-

Κεφ. ιζ'.



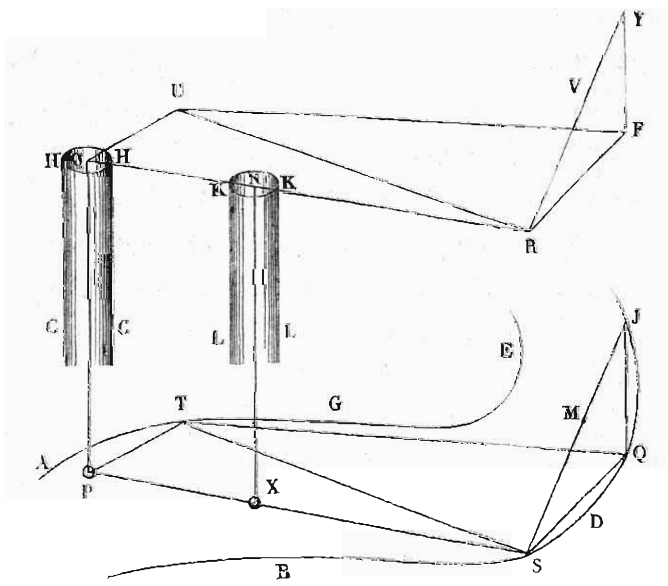
Ὑπονόμου ὄντος, εὑρεῖν ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐδάφει τόπον, « τουτέστι σημεῖον, ἀφ' οὗ φρεατίας[1] γενηθείσης ἐπὶ τὸν δο« θέντα ὑπόνομον, καταντήσωμεν τόπον. » Ὥστε εἰ τύχοι πτώματος ἐν τῷ ὑπονόμῳ γενηθέντος, διὰ τῆς φρεατίας ἀναφέ-

[1] φρεατείας.

lement d'aplomb au-dessus de l'excavation. Continuant ainsi, je prendrai sur la montagne autant d'autres points qu'il le faudra, par lesquels je mènerai une ligne : elle sera tout entière dans le plan vertical déterminé par l'excavation. Nous obtiendrions également cette ligne en commençant par BD. Prenant alors sur sa direction des distances convenables, nous y creuserons des puits qui aboutiront certainement à l'excavation. Mais il faut songer que la démonstration suppose qu'elle est entièrement en ligne droite.

turi l'a placé ici en raison de son analogie avec les deux paragraphes précédents, et j'ai imité son exemple. — H.V.

§ XVII.



Étant donnée une galerie souterraine (tortueuse), trouver, dans la campagne au-dessus, un point d'où l'on puisse creuser un puits vertical aboutissant à un point donné de cette galerie. — Par exemple, s'il y est arrivé un éboulement, faire en sorte que, par le puits, on

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

ρεσθαι τὴν ὕλην τὴν πρὸς τὴν κάθαρσιν τοῦ ὑπονόμου, καὶ τὴν πρὸς τὴν ἐπισκευήν.

Ἔσɩω ὁ δοθεὶς ὑπόνομος ὁ ΑΒΓΔΕ· φρεατίαι δὲ φέρουσαι εἰς αὐτὸν αἱ ΗΘ, ΚΛ[1]· τὸ δὲ σημεῖον τὸ δοθὲν ἐν τῷ ὑπονόμῳ, ἐφ' ᾧ δεῖ τὴν φρεατίαν ἐλθεῖν, τὸ Μ[2]. Κεχαλάσθωσαν σπάρτοι διὰ τῶν ΘΗ, ΚΛ φρεατιῶν, βάρη ἔχουσαι, αἱ ΝΞ, ΟΠ· καὶ κατασɩαθεισῶν αὐτῶν ἀκινήτων, διὰ μὲν τῶν Ο, Ν σημείων, εὐθεῖά τις εἰλήφθω, ἐν τῷ ἐπάνω ἐδάφει, ἡ ΟΝΡ· διὰ δὲ τῶν Π, Ξ, ἐν τῷ ὑπονόμῳ, ἡ ΠΞΣ, προσπίπɩουσα ἑνὶ τῶν τοῦ ὑπονόμου τοίχων κατὰ τὸ Σ· καὶ τῇ ΠΣ ἴση ἡ ΟΡ. Καὶ λαβὼν σχοινίον εὖ ἐκτεταμένον καὶ προβεβασανισμένον, ὥσɩε μηκέτι ἐπεκτείνεσθαι ἢ συσɩέλλεσθαι, τὴν μὲν ἀρχὴν αὐτοῦ τίθημι πρὸς τῷ Σ[3]. Λαβὼν δέ τι σημεῖον ἐπὶ τοῦ ΑΒΓ τοίχου τὸ Τ, ἐπεκτείνω τι σχοινίον ἐπὶ τὸ Τ, καὶ ὁμοίως ἐπὶ τὸ Π, καὶ σημειωσάμενα τὰ μήκη τῶν ΤΣ, ΤΠ[4], ἐφαρμόζω αὐτὰ ἐν τῷ ἐπάνω ἐδάφει, ὥσɩε γενέσθαι τρίγωνον τὸ ΡΥΟ, τὴν μὲν ΡΥ ἴσην ἔχον τῇ ΤΣ[5], τὴν δὲ ΥΟ τῇ ΤΠ. Εἶτα πάλιν λαβὼν ἕτερον σημεῖον τὸ Χ, ἐπεξέτεινα τὸ σχοινίον, ὥσɩε ποιῆσαι τὸ ΤΣΧ τρίγωνον[6]· καὶ πάλιν τοῦτο ἐν τῷ ἐπάνω ἐδάφει ἐφαρμόζω, ὥσɩε γενέσθαι τὸ ΡΥΦ, ἴσην ἔχον τὴν ΡΦ τῇ ΧΣ[7], τὴν δὲ ΥΦ τῇ ΤΧ. Εἶτα πάλιν ἐπὶ τῆς ΣΧ ἕτερον τρίγωνον συσɩησάμενος, τὸ αὐτὸ συνίσɩαμαι καὶ ἐπὶ τῆς ΦΡ, ἄχρις ἂν συνεγγίσω τῷ Μ σημείῳ[8]. Καὶ ἵνα μὴ ποικιλογραφῶμεν ἐπαχθέντι[9] τῷ σχοινίῳ, ἡ ΣΜ ἐπὶ τὸ ϛ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ϛΧ· καὶ ἐπὶ τῆς ΦΡ τρίγωνον ἔσɩω ΦΨΡ[10], ἴσην ἔχον τὴν μὲν ΡΨ τῇ Σϛ, τὴν δὲ ΦΨ τῇ ϛΧ[11]· καὶ τῇ ΜΣ ἴση κείσθω ἡ ΡΩ· ἔσɩαι δὴ τὸ Ω σημεῖον[12] κατὰ κάθετον κείμενον τῷ Μ σημείῳ. Φρεατίας ἄρα ὀρυχθείσης ἀπὸ τοῦ Ω, ὀρθὴ ἔσɩαι ἡ ὀρυγὴ πίπɩουσα

[1] φρεατία δὲ φέρουσα ε. α. ἡ ηθκλ. — [2] το . — [3] πρὸς τὸ ο. — [4] τῶν πσ, τπ. — [5] ἔχον τῇ πσ. — [6] τὸ τρχ ∇. — [7] ἔχον τῇ χσ. — [8] τῷ φ σημ. — [9] ἐπιχθεῖσιν. — [10] φρ ∇ ἐν τῷ φψρ. — [11] ρψ τὴν σϛ, τῇ δὲ φψ τὴν ϛχ. — [12] τὸ ω μέγα σημ.

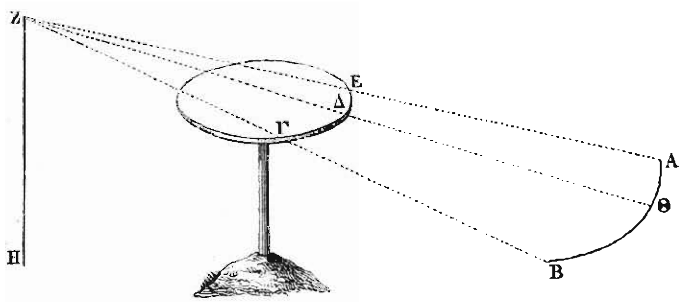
puisse, soit transporter au dehors les décombres provenant de l'éboulement, soit descendre des matériaux pour la construction.

Soit ABGDE l'excavation souterraine; HC, KL, des puits déjà existants et conduisant à cette excavation; enfin, soit M le point de celle-ci où doit aboutir le nouveau puits. On descend dans les puits HC, KL, des fils à plomb NX, OP; puis, ces fils étant amenés au repos, on tire sur le terrain, par les deux points O, N, la droite ONR, et par les deux points P, X, dans l'intérieur de l'excavation, la droite PXS qui rencontre en S une des parois de l'excavation. Soit fait OR = PS. Prenant alors un cordeau bien tendu et à l'épreuve, qui ne puisse d'aucune manière ni s'allonger ni se raccourcir, j'en fixe une extrémité en S; puis, ayant marqué sur les parois de l'excavation un autre point T, je tire le cordeau de S en T et de T en P. Ensuite, après avoir mesuré les longueurs PT et TS, je forme sur le terrain supérieur le triangle OUR, ayant son côté UR=TS, et son côté OU=PT. Continuant, je prends un autre point Q [dans l'intérieur de l'excavation], de manière à y former un second triangle TSQ, que je transporte de même sur le terrain en formant le triangle URF, dans lequel je fais UR=TS et RF=SQ. Continuant de la même manière, après avoir formé un nouveau triangle sur SQ, je le répète sur RF; [et ainsi de suite] jusqu'à ce que je sois arrivé près du point M. Mais alors, pour m'assurer que le cordeau passera exactement par le point M, je commence par mesurer SM, que je prolonge jusqu'en J; puis je joins JQ; ensuite de quoi j'établis sur FR le triangle FVR, dans lequel je fais RV=SJ et FV=JQ; et il ne reste plus qu'à prendre RY=SM. Le point Y est alors celui qui correspond à plomb au-dessus du point M; de sorte qu'en ouvrant un puits au point Y, il *ἐπὶ τὸ Μ· τοῦτο δὴ φανερὸν διὰ τὸ τὰ τρίγωνα[1] τὰ ἐν τῷ ὑπονόμῳ καὶ τὰ ἐν τῷ ἐδάφει, ἴσα τε καὶ ὅμοια εἶναι, καὶ ὁμοίως κείμενα. Πειρᾶσθαι δὲ δεῖ τρίγωνα ἀκλινῆ καθισῖάναι[2], ὅπως αἱ ἀπὸ τῶν γωνιῶν ἐπὶ τὰς γωνίας ἐπιζευγνύμεναι, κάθετοι ὦσιν ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα.*

[1] διὰ τῷ τὰ $\overset{\alpha}{\nabla}$. — [2] καθισῖᾶν.

« Pour mettre la corde hors d'état de s'allonger et de se raccourcir, » dit le même Héron dans ses Automates (*Mathematici veteres*, p. 245), « on la tend « fortement entre deux pieux, et, après l'avoir laissée ainsi tendue pendant « quelque temps, on la tire de nouveau; après avoir répété plusieurs fois « la même manœuvre, on frotte la corde avec un mélange de cire et de « résine. Il vaudra mieux encore la tendre verticalement, et y laisser pen- « dant assez longtemps un poids suspendu. [Une corde que l'on aura sou-

Κεφ. ιη'.



« *Λιμένα περιγράψαι περὶ τὸ δοθὲν κύκλου τμῆμα, τῶν πε- « ράτων αὐτοῦ δοθέντων.* »

Ἔσῖω τὰ πέρατα αὐτοῦ τὰ Α, Β, καὶ καθεσῖάσθω ἐν τῇ διόπῖρᾳ τύμπανον περὶ ὃ ὁ κανὼν κινεῖται παράλληλον τῷ ὁρίζοντι· καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἀπειλήφθω ἡ ΓΔΕ ὁμοία τῷ τοῦ κύκλου τμήματι περὶ ὃν τὸν λιμένα βουλόμεθα περιγράψαι. Καὶ ἔσῖω κανὼν ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη ἔγγισῖα τῆς διόπῖρας ὁ ΖΗ[1], οὕτως ὥσῖε τὰς ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὰ Γ, Ε σημεῖα ἐπιζευγνυμένας

[1] ὁ ζε.

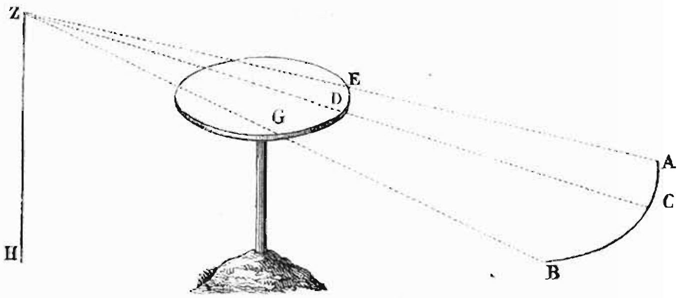
aboutira au point M, comme il est évident d'après l'égalité et la correspondance des triangles que l'on a établis, d'une part dans le souterrain et de l'autre sur la campagne. Mais il est important de chercher à mettre les triangles dans une situation parfaitement horizontale, pour que les droites qui joignent les sommets des angles supérieurs avec ceux des angles inférieurs correspondants soient bien perpendiculaires à l'horizon.

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

« mise à cette opération conservera exactement sa longueur primitive, ou, « du moins, ne subira que des variations insensibles.] »

« Les trois numéros précédents contiennent les premiers pas, que j'appellerai des pas d'enfant, faits dans la géométrie souterraine, que les modernes, et particulièrement les Allemands, ont élevée à la hauteur d'un véritable corps de science. » — VR.

§ XVIII.



Les extrémités d'un port étant données, en dessiner le contour en suivant une portion donnée de cercle.

Soient A et B (fig. 1) les extrémités du port. Établissons sur la dioptre un plateau horizontal sur lequel la règle devra se mouvoir. Taillons ce plateau suivant une ligne GDE semblable à l'arc de cercle suivant lequel nous voulons dessiner le port. Plaçons de l'autre côté, et près de la dioptre, un piquet ZH, situé de manière que les rayons visuels issus de Z et passant par les deux points G, E, étant prolongés au delà, aillent tomber aux *καὶ ἐκβαλλομένας ἀκτῖνας ἀπὸ τῆς ὄψεως πίπτειν ἐπὶ τὰ Α, Β σημεῖα. Τοῦτο δὲ ἔσται μετακινουμένης τῆς διόπτρας καὶ τοῦ ΖΗ κανόνος, ἢ καὶ ἑνὸς αὐτῶν. Καὶ οὕτως κατασταθέντων, προσβεβλήσθω ἀπὸ τοῦ Ζ ἀκτὶς πρὸς τὴν ΓΔ εὐθεῖαν, ἕως οὗ συμπέσῃ τῷ ἐδάφει κατὰ τὸ Θ· ἔσται δὴ[1] τὸ Θ ἐπὶ τῆς περιγραφομένης ἐν τῷ μέλανι γραμμῆς. Ὁμοίως δὲ καὶ ἕτερα λαμβάνοντες[2] τῷ Θ, περιγράψομεν τὴν ΒΘΑ γραμμήν. Δεήσει δὲ καὶ τὸ ἔδαφος ὡς εἰς ἔγγιστα καταστῆσαι παράλληλον τῷ ὁρίζοντι, ἵνα καὶ τῶν ἐπ' αὐτοῦ λαμβανομένων σημείων, ἡ περιγραφομένη γραμμὴ ἡ ἐν ἐπιπέδῳ ᾖ παράλληλος τῷ ὁρίζοντι.*

Ὅτι δὲ ἡ ΒΘΑ γραμμὴ κύκλου περιφέρειά ἐστι καὶ ὁμοία τῆς ΓΔΕ, φανερόν· κῶνος γὰρ γίνεται, οὗ βάσις μὲν ὁ ΓΔΕ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Ζ σημεῖον· πλευραὶ δὲ αὐτοῦ, αἱ ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου προσπίπτουσαι πρὸς τὴν ΓΔΕ περιφέρειαν. Καὶ τέμνεται ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει, τῷ ἐν ᾧ[3] ἐστι τὰ Α, Β σημεῖα, καὶ πλευραὶ αὐτοῦ εἰσὶν αἱ ΖΓΒ, ΖΕΑ· ἡ ἄρα ΒΘΑ γραμμὴ κύκλου γίνεται[4] περιφέρεια καὶ ὁμοία τῇ ΓΔΕ.

Ὁμοίως δὲ ἐὰν βουλώμεθα « Τὴν περιγραφομένην μὴ εἶναι « κύκλου περιφέρειαν [ἀλλ'] ἐλλείψεως, ἢ ὅλην ἔλλειψιν, ἢ « καὶ παραβολὴν, ἢ ὑπερβολὴν, ἢ ἄλλην τινὰ γραμμὴν, » ποιήσομεν[5] ὁμοίαν αὐτῇ ἐκ σανίδος· καὶ ἐφαρμόσαντες ἐπὶ τὸ ΓΔ τύμπανον, ὥστε συμφυὲς αὐτῷ γενέσθαι, ὑπερέχειν [δὲ] εἰς τὸ ἐκτὸς τοῦ τυμπάνου τὴν ἐκ τῆς σανίδος περιτμηθεῖσαν γραμμὴν, τὰ αὐτὰ ποιήσομεν[6] τοῖς ἐπὶ τῆς ΓΔΕ περιφερείας εἰρημένοις. Οὕτως οὖν πάσῃ τῇ δοθείσῃ γραμμῇ ὁμοίαν περιγράψομεν.

Ἐὰν δὲ βουλώμεθα « Τὴν περιγραφομένην γραμμὴν, μὴ ἐν « τῷ ἐδάφει γράφεσθαι παραλλήλῳ τῷ ὁρίζοντι, ἀλλ' ἐν ἑτέρῳ

[1] ἐπειδὴ. — [2] λαμβάνοντας. — [3] τῇ ἐν ᾧ. — [4] γραμμὴ ὁ γίν. — [5] ποιήσωμεν. — [6] ποιήσωμεν.

deux extrémités A et B; ce que l'on obtiendra en faisant mouvoir autant qu'il est nécessaire la dioptre et le piquet ZH, ou bien encore un seul des deux. Cela posé, soit mené du point Z un rayon visuel à la ligne GD; et soit prolongé ce rayon jusqu'à ce qu'il rencontre le terrain en C : ce point C appartiendra au dessin projeté[1]. Puis, si nous prenons de la même manière d'autres points [sur GD], le point C, dans son mouvement, décrira la ligne demandée ACB. Mais il est nécessaire d'établir le terrain de telle manière, qu'il approche le plus possible d'être exactement parallèle à l'horizon, afin qu'il en soit de même de la ligne tracée par les points choisis sur ce terrain.

D'ailleurs, que la ligne ACB soit un arc de cercle semblable à GDE, c'est ce qui est évident. En effet, on forme un cône qui a pour base le cercle GDE, pour sommet le point Z, et pour côtés les droites menées du point Z à la ligne GDE. Puis, ce cône est coupé suivant ACB par un plan parallèle à la base, lequel contient les points A et B; donc puisque ZGB, ZEA, sont des côtés du cône, il s'ensuit que la ligne ACB est un arc de cercle semblable à GDE.

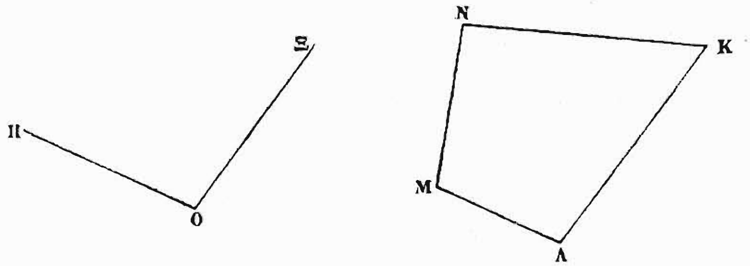
Semblablement, si nous voulons *Que la ligne ACB, au lieu d'être circulaire, soit plutôt une portion d'ellipse, ou une ellipse entière, ou encore une parabole ou une hyperbole, ou toute autre ligne quelconque,* nous en formerons une semblable avec une planchette que nous fixerons solidement au plateau GD, de manière que le contour dessiné déborde entièrement; et nous opérerons pour le reste, comme lorsqu'il s'agissait de décrire un arc de cercle semblable à GDE. Telle est donc la manière de tracer une ligne semblable à une ligne donnée quelconque.

Enfin, si nous voulons *Tracer la ligne projetée, non plus sur un terrain parallèle à l'horizon, mais sur un autre plan,* nous place-

[1] Mot à mot : *tracé en noir.*

« ἐπιπέδῳ, » καταστήσομεν τὸ τύμπανον παράλληλον τῷ ἐπιπέδῳ ἐν ᾧ μέλλει γράφεσθαι ἡ γραμμὴ, καὶ τὰ αὐτὰ ποιήσομεν· πάλιν γὰρ γίνεται κῶνος ἐπιπέδῳ τεμνόμενος τῷ ἐν ᾧ ἐστὶν ἡ γραμμὴ παράλληλος τῇ βάσει. Ὁμοίως καὶ γέφυραν περιγράψομεν [1].

Τὸ δὲ τύμπανον τὸ ΓΔΕ καταστήσομεν καὶ παράλληλον τῷ δοθέντι ἐπιπέδῳ οὕτως.

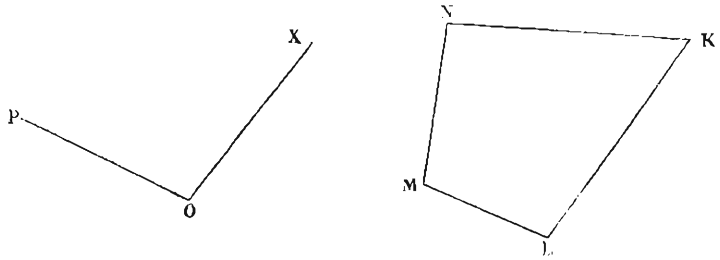


Ἔστω γὰρ τὸ δοθὲν ἐπίπεδον τὸ ΚΛΜΝ· καὶ εὑρήσθω ἡ θέσις τῆς ΚΛ ἐν τοῖς πρὸς ἡμᾶς μέρεσι, καὶ ἔστω ἡ ΞΟ. Ὁμοίως δὲ καὶ ἡ θέσις τῆς ΛΜ εὑρήσθω, καὶ ἔστω ἡ ΟΠ. Τὸ ἄρα ΚΛΜΝ ἐπίπεδον παράλληλόν ἐστι τῷ διὰ τῶν [2] ΞΟ, ΟΠ. Ἐγκλίνας οὖν τὸ τύμπανον ὥστε ἐν τῷ ἐπιπέδῳ αὐτοῦ γενέσθαι τὰς ΞΟ, ΟΠ, ἔξω καθεσταμένον παράλληλον τῷ ΚΛΜΝ ἐπιπέδῳ [3].

[1] περιγράφομεν. — [2] τὸ διὰ τῶν. — [3] ἐξωκαθεστάμενος παρ. τὸ $\overline{\text{λμν}}$ ἐπ.

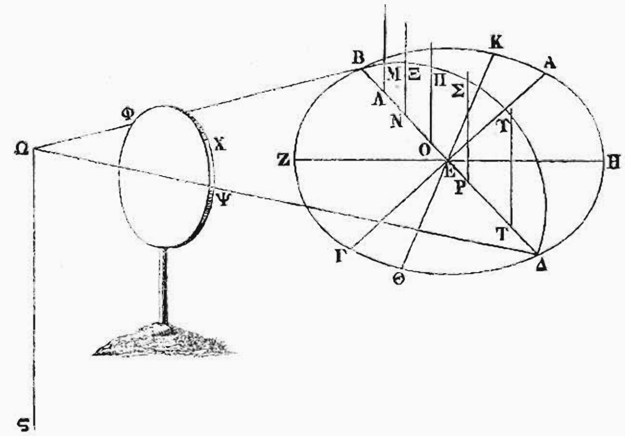
rons le plateau dans une position parallèle au plan sur lequel doit être décrite la ligne; et nous opérerons comme ci-dessus. En effet, on a encore ici une ligne résultant de la section d'un cône coupé par un plan parallèle à sa base. On s'y prendrait de même pour la construction d'une digue.

Quant au plateau GDE, nous le rendrons parallèle à un plan donné de la manière suivante.



Soit le plan donné KLMN. Nous pouvons trouver la position de la ligne KL tout près de nous (§§ x et xiii); soit XO cette position. Cherchons de la même manière la position de LM, et représentons-la par OP. Le plan mené suivant OX, OP, sera parallèle à KLMN. Donc, en inclinant le plateau de manière que son plan passe par OX et OP, nous l'aurons par cela même établi parallèlement au plan KLMN.

Κεφ. ιθ'.



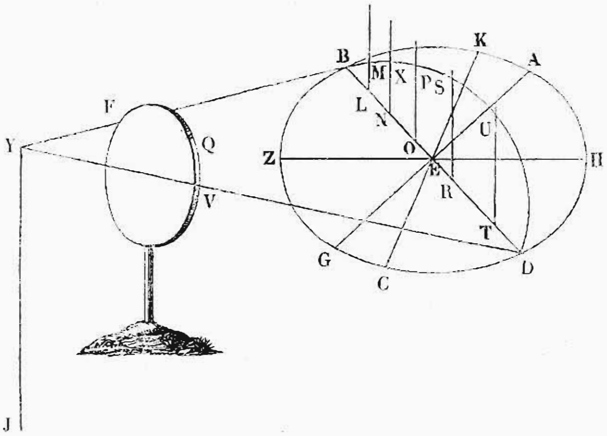
« Ἔδαφος κυρτῶσαι[1] ὥστε σφαιρικὴν ἔχειν ἐπιφάνειαν πρὸς « τὸ δοθὲν τμῆμα. »

Ἔστω ὁ δοθεὶς τόπος ὁ ΑΒΓΔ, μέσον δὲ αὐτοῦ σημεῖον τὸ Ε. Διὰ δὲ τοῦ Ε σημείου διήχθωσαν εὐθεῖαι διὰ τῆς διόπτρας οὖσαι ἐν τῷ ἐδάφει, ὁσαιδηποτοῦν αἱ ΑΓ, ΒΔ, ΖΗ, ΚΘ[2], ἐφ' ὧν πάσσαλοι ἐγκεκρούσθωσαν ὀρθοί. Ὡς δ' ἂν ἐπὶ μιᾶς ὑποδείξομεν, οὕτως καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν νοείσθω εὐθειῶν. Πεπασσαλοκοπήσθω[3] οὖν ἡ ΒΔ τοῖς ΛΜ, ΝΞ, ΟΠ, ΡΣ, ΤΥ πασσάλοις· τὸ δὲ τῆς διόπτρας τύμπανον ἔστω τὸ ΦΧΨ, ὅμοιον τῷ τῆς κυρτώσεως τμήματι· καὶ πάλιν καθεστάσθω ὀρθῶς[4] πρὸς τὸν ὁρίζοντα, ὥστε κανόνος ὁμοίως παρατεθέντος τοῦ Ως[5], τὰς ἀπὸ τοῦ Ω ἐπὶ τὰ Φ, Ψ, ἐπιζευγνυμένας ἀκτῖνας καὶ ἐκβαλλομένας, νεύειν ἐπὶ τὰ Β, Δ σημεῖα. Εἶτα διὰ τοῦ Ω πάλιν καὶ τῆς ΦΧΨ περιφερείας τεθεωρήσθω ἐπὶ τῶν πασσάλων σημεῖα τὰ Μ, Ξ, Π, Σ, Υ· ταῦτα δὲ ἔσται ἐπὶ τοῦ τμήματος τῆς κυρτώσεως. Καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν δὴ[6] εὐθειῶν ἡ αὐτὴ πασσαλοκοπία[7]

[1] σκιρτῶσαι. — [2] ζη, ηθ. — [3] De πασσαλοκοπέω, inconnu aux lexiques. — [4] κατεστάτω ὀρθῶ. — [5] ωπ. — [6] δέ. — [7] Voy. note 3.

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

§ XIX.



Hausser un terrain de manière qu'il prenne la forme d'une portion donnée de surface sphérique.

Soit ABGD le lieu donné, E son point milieu. Par ce point menons avec la dioptre, sur le terrain, autant de droites que l'on voudra, AG, BD, ZH, KC; et, le long de ces droites, plantons des jalons perpendiculairement au sol : ce que nous démontrerons pour l'une de ces lignes pourra être censé démontré de même pour les autres. Plantons donc le long de BD les jalons LM, NX, OP, RS, TU; et soit FQV le plateau de la dioptre, semblable à la section de la levée. Plaçons ce plateau perpendiculairement à l'horizon [et parallèlement à la section], et disposons une règle [verticale] YJ vis-à-vis de lui, de telle manière que deux rayons YF, YV, suffisamment prolongés, aillent aboutir aux points B et D. Ensuite, par le point Y et par l'arc FQV, visons, sur les jalons, les points M, X, P, S, U; ils seront sur la section de la levée. Que l'on fasse la

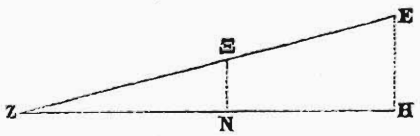
DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

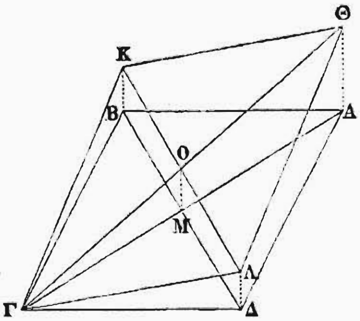
διὰ διόπ7ρας[1] *γεγενήσθω, καὶ ληφθέντων ἐν τοῖς ϖασσάλοις σημείων, ἐγχωννύσθω ὁ τόπος ἄχρι τῶν ληφθέντων σημείων· καὶ ἔσ7αι ἡ κύρτωσις τοῦ τόπου ὁμοία τῷ εἰρημένῳ τμήματι.*

[1] *καὶ διόπ7ρα.*

« Traçant, avec les mêmes précautions, d'autres figures sur le plateau,

Κεφ. κʹ.





« *Ἔδαφος ἐγκλῖναι ἐν δοθείσῃ γωνίᾳ, ὥσ7ε τὸ κλίμα αὐτοῦ* « *ἐφ' ἓν νεύειν σημεῖον δοθέντος ἀκλινοῦς*[1] *τόπου ἐν ϖαραλ-* « *ληλογράμμῳ ἰσοπλεύρῳ.* »

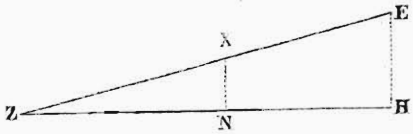
Ἔσ7ω ϖαραλληλόγραμμον ἰσόπλευρον τὸ ΑΒΓΔ, *ἡ δὲ γωνία ἐν ᾗ βουλόμεθα ἐγκλῖναι τὸ ἔδαφος, ἡ ὑπὸ* ΕΖΗ. *Ἀπὸ δὲ τῶν* Α, Β, Δ[2] [*σημείων*], *τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ*[3] *ϖρὸς ὀρθὰς ἀνεσ7άσθωσαν*[4] *αἱ* ΑΘ, ΒΚ, ΔΛ[5] · *τὸ δὲ* Γ *σημεῖον ἔσ7ω ὅπου βουλόμεθα τὴν κλίσιν νεύειν. Καὶ τῇ* ΑΓ *ἴση κείσθω ἡ* ΖΗ, *τῇ δὲ* ΖΗ *ϖρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ* ΕΗ · *τῇ δὲ* ΕΗ *ἴση κείσθω ἡ* ΑΘ · *καὶ τῇ* ΑΓ *ϖροσευρήσθω ἡ* ΑΘ, *ἐν τῷ τῆς* ΖΗ *ϖρὸς* ΗΕ *λόγῳ, καθέτου οὔσης τῆς* ΕΗ. *Ἐὰν δὴ νοήσωμεν ἐπιζευγνυμένην τὴν* ΘΓ[6], *ἔσ7αι ἡ ὑπὸ* ΘΓΑ *γωνία κλίσις. Ἔσ7ω δὲ ἡ ἀπὸ τοῦ* Β *ἐπὶ τῆς*[7] ΑΓ *κάθετος ἡ* ΒΜ · *ἴση κείσθω ἡ* ΖΝ [*τῇ* ΓΜ], *τῇ δὲ* ΗΕ *ϖαράλληλος ἤχθω ἡ* ΝΞ · *τῇ δὲ* ΝΞ *ἴση κείσθω ἑκατέρα*

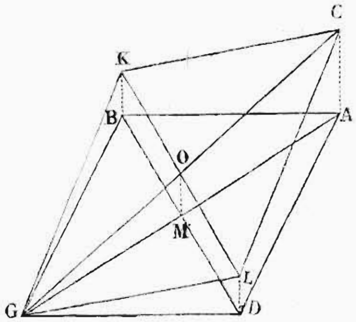
[1] *ἀκλινεῖ.* — [2] *α̅, β̅, γ̅.* — [3] *ὑποπέδῳ.* — [4] *ἀνεσ7άτωσαν.* — [5] *α̅θ̅, β̅η̅, α̅λ̅.* — [6] *τὴν ο̅γ̅.* — [7] *τὴν.*

même opération pour les autres droites, toujours au moyen de la dioptre; que l'on prenne de la même manière des points convenables sur les nouveaux jalons; et qu'enfin l'on remblaye le terrain jusqu'à la hauteur des points ainsi marqués : alors l'élévation du sol sera conforme à la section prescrite.

conformément à ce qui a été dit au § XVIII, nous pourrons donner aussi à la levée d'autres formes arrondies et différentes de celle de la sphère. » — VR.

§ XX.





Incliner le terrain sous un angle donné, de manière que cette inclinaison soit prise à partir de l'un des sommets d'un losange situé dans une position horizontale.

Soit ABGD le losange, et EZH l'inclinaison que nous voulons donner au terrain. Des trois points A, B, D, élevons au plan proposé les perpendiculaires AC, BK, DL, le point G étant celui à partir duquel l'inclinaison doit être mesurée [sur la diagonale GA]. Soit pris ZH = AG; puis élevons sur ZH la perpendiculaire HE, et faisons AC = HE; nous aurons AG : AC :: ZH : HE; et, si l'on joint CG, l'angle CGA sera l'inclinaison voulue. Du point B abaissons la perpendiculaire BM sur AG; prenons ZN = [GM]; menons NX parallèle à HE; faisons les deux lignes τῶν ΒΚ, ΔΛ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν[1] αἱ ΘΚ, ΚΓ, ΓΛ[2], ΛΘ. Ἔσται δὴ τὸ ΘΚΓΛ[3] ἐπίπεδον κεκλιμένον πρὸς τὸ Α[Β]ΓΔ, ἐν τῇ ὑπὸ ΘΓΑ γωνίᾳ, τουτέστι τῇ ὑπὸ ΕΖΗ. Ἐὰν γὰρ νοήσωμεν τῇ ΑΘ παράλληλον[4] γινομένην τὴν ΜΟ, καὶ ἐπιζεύξωμεν[5] τὴν ΟΚ πίπτουσαν ἐπὶ τὸ Λ, ἡ μὲν ΜΟ ἴση ἔσται τῇ ΝΞ[6], ἡ δὲ ΚΟ ἴση [καὶ] παράλληλος τῇ ΒΜ, πρὸς ὀρθὰς δὲ τῇ ΘΓ· ὥστε κέκλιται ὡς εἴρηται τὸ ἐπίπεδον.

Ἐὰν δὲ ὁ τόπος ὁ δοθεὶς ἐν τυχόντι ᾖ τετραπλεύρῳ, ὥστε τὰς διαγωνίους αὐτοῦ μὴ πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις, τῆς ΒΜ[7] πρὸς ὀρθὰς οὔσης[8] τῇ ΑΓ, ἴσην θήσομεν τὴν ΝΖ[9] [τῇ ΓΜ], τῇ δὲ ΝΞ τὴν ΒΚ, ὡς εἴρηται, ἀπὸ τοῦ Β κάθετον ἀγαγόντες ἐπὶ τὴν ΑΓ. Καὶ ταῦτα ποιήσαντες τοῖς ἐπὶ τῆς ΒΜ, ποριούμεθα[10] τὸ μέγεθος τῆς ΔΛ. Ἐγχωσθήσεται οὖν ὁ τόπος ἄχρι τῶν ΘΚ, [ΚΓ,] ΓΛ, ΛΘ εὐθειῶν· καὶ τὸ ἐπίπεδον ἀπεργασθὲν ἕξει τὴν εἰρημένην ἔγκλισιν.

[1] ἐπιζ. — [2] γδ. — [3] θκν. — [4] τῇ αθ ἴσον. — [5] ἐπιζεύξομεν. — [6] μο ἴση ἴση τὴν νξ. — [7] τῇ βμ. — [8] οὔσῃ. — [9] τὴν νξ. — [10] περιούμεθα.

« La solution du problème peut toujours être obtenue par la même méthode, quelle que soit la configuration du terrain, quoique l'auteur y ait introduit l'idée d'un quadrilatère, peut-être pour en faciliter l'intelligence. » — VR.

Pour justifier la construction de l'auteur, je ferai observer que les plans

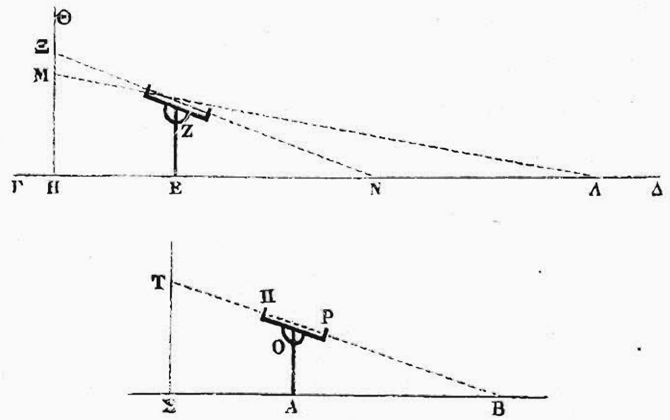
BK, DL, égales à NX; et enfin, conduisons les lignes CK, KG, GL, LC : le plan CKGL sera incliné sur ABGD suivant l'angle CGA, c'est-à-dire EZH. En effet, si l'on mène, [par le point M,] la droite MO parallèle à AC, et que l'on tire OK, cette dernière droite ira aboutir au point L, et l'on aura MO égale à NX; puis, KO sera égale et parallèle à BM, et, de plus, perpendiculaire à CG. De sorte que le plan CKGL aura bien l'inclinaison demandée.

Si ABGD était un quadrilatère à côtés inégaux, en sorte que les diagonales ne fussent pas perpendiculaires entre elles, nous abaisserions cependant encore une perpendiculaire BM sur AG, et nous prendrions, comme précédemment, ZN = GM et BK = NX. Abaissant de même du point D sur AG une perpendiculaire, nous trouverions, par la même méthode, la valeur de DL. Ainsi il faudrait élever le terrain jusqu'aux droites CK, KG, GL, LC; et le plan CKGL aurait encore l'inclinaison demandée.

ABDG, CKLG, se coupent suivant une droite menée par le point G perpendiculairement à la section CGA; l'angle CGA est donc bien la mesure de leur inclinaison; et l'on a, pour le cas du losange, BK = MO = DL. Le raisonnement est à peu près le même pour le cas d'un quadrilatère quelconque. — H.V.

DE
LA DIOPTRE
d'Héron
d'Alexandrie.

Κεφ. κα'.

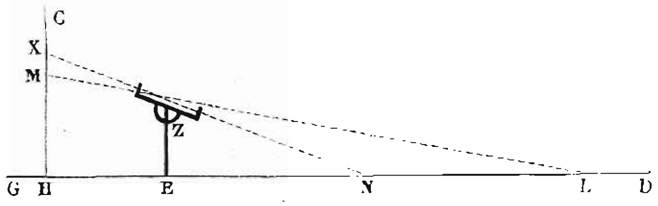


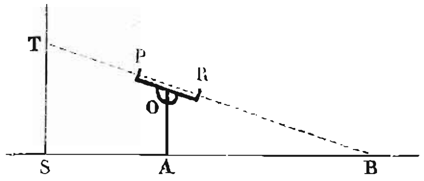
« *Διὰ διόπτρας ἀπολαβεῖν ἀπὸ ἡμῶν διάστημα ἐπὶ τῆς δο-* « *θείσης εὐθείας, ἴσον τῷ δοθέντι διαστήματι.* »

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἐφ' ἧς δεῖ ἀπολαβεῖν [*ἡ* ΑΒ· *δοθὲν δὲ διάστημα ὃ δεῖ ἀπολαβεῖν*] *ἔστω τὸ* ΑΒ · *ἀφ' οὗ δὲ δεῖ σημείου ἀπολαβεῖν, ἔστω τοῦ* Α. *Ἐλθὼν ἐπί τινος ἀκλινοῦς ἐπιπέδου τόπου, οἷον τὸ* ΓΔ, *τίθημι τὴν διόπτραν τὴν* ΕΖ · *καὶ ταύτης ἔμπροσθεν κανόνα ὀρθὸν, μήκους ὡς πηχῶν δέκα, τὸν* ΗΘ, *ἀπέχοντα ἀπὸ τῆς διόπτρας, τουτέστιν ἀπὸ τοῦ* Ε *σημείου, ὃ βούλομαι διάστημα,* [*οἷον πήχεις τρεῖς*]. *Ἔστω δὴ πηχῶν* $\overline{\varphi}$ [*τὸ διάστημα ὃ δεῖ ἀπολαβεῖν*], *καὶ καταλείψας σημεῖον πρὸς τῷ* Λ[1], *ἐγκλίνω τὸν ἐν τῇ διόπτρᾳ κανόνα, ἄχρις ἂν φανῇ δι' αὐτοῦ τὸ* Λ[2] *σημεῖον. Καὶ μένοντος αὐτοῦ ἀκινήτου, ἀντιπεριστὰς, ἔλαβον δι' αὐτοῦ σημεῖον ἐπὶ τοῦ* ΗΘ[3] *κανόνος τὸ* Μ, *καὶ ἐπέγραψα πηχῶν* $\overline{\varphi}$. *Εἶτα πάλιν ἀπολαβὼν ἑτέρους πήχεις ὅσους ἂν βούλωμαι ἐπὶ τῆς* ΕΔ, *οἷον εἰ τύχοι πήχεις* $\overline{\upsilon}$ *ἐπὶ*[4] *τῆς* ΕΝ, *καὶ καταλείψας πρὸς τῷ* Ν *σημεῖον, ὡσαύτως ἔλαβον ἀντιπεριστὰς ἐπὶ τοῦ* ΗΘ[5] *κανόνος ἕτερον σημεῖον τὸ* Ξ, *πρὸς ὃ ἐπέγραψα*

[1] τῶ $\overline{\delta}$. — [2] τὸ $\overline{\delta}$. — [3] τοῦ $\overline{\nu\theta}$. — [4] εἰ τύχοι τοῦ $\overline{\epsilon\nu\upsilon}$ ἐπὶ. — [5] τοῦ $\overline{\nu\theta}$.

§ XXI.





Mesurer à partir de nous, dans une direction donnée, au moyen de la dioptre, une distance égale à une distance donnée.

Soit AB la direction dans laquelle doit être prise, à partir de A, la distance donnée, [et AB cette distance même]. Je me place sur un terrain plan horizontal quelconque comme GD; j'y plante la dioptre EZ perpendiculairement au sol; et au-devant de l'instrument je fixe de même un poteau vertical HC, haut, par exemple, de 10 coudées, à une distance quelconque de la dioptre, c'est-à-dire du point E: [soit cette distance EH égale à 3 coudées]. Soit EL, égale par exemple à 500 coudées, la distance que je veux pouvoir mesurer. Je laisse un signal au point L, et j'incline la règle de la dioptre de manière à voir dans sa direction le point ainsi marqué. Alors, l'instrument restant fixe dans cette position, je passe de l'autre côté; je note sur le poteau HC le point où aboutit la mire, et j'y écris le nombre 500. Prenant de la même manière sur ED d'autres distances à partir de E, par exemple EN égale à 400 coudées, après avoir posé un signal en N, je marque sur le poteau HC, dans l'aligne-

ϖήχεις υ. Καὶ οὕτως λαμβάνων ἃ βούλομαι μέτρα, ἕξω ἐν τῷ ΗΘ *κανόνι τὰς ἐπιγραφάς.*

Στήσας οὖν καὶ τὴν διόπ7ραν ἐπὶ τοῦ Α, *καὶ ἀποσ7ήσας τὸν τὰς ἐπιγραφὰς ἔχοντα κανόνα ἀπὸ τοῦ* Α *ϖήχεις τρεῖς, ὅσους καὶ ὅτε τὰς ἐπιγραφὰς λαμβάνων ἀπέσ7ησα, ἐνέκλινα τὸν ἐπὶ τῇ διόπ7ρᾳ κανόνα, ἄχρις ἂν δι' αὐτοῦ φανῇ ἡ ἐπιγραφὴ τοῦ μέλλοντος ἀπολαμβάνεσθαι μέτρου· εἶτα, ἀντιπερισ7άς, ἔλαβον ἐπὶ τῆς* ΑΒ *εὐθείας διὰ τοῦ κανόνος σημεῖον τὸ* Β· *καὶ ἔσ7αι ἀπειλημμένον τὸ* ΑΒ *διάσ7ημα τοῦ δοθέντος τόπου. Ἔσ7ω οὖν διόπ7ρα μὲν ἡ* ΑΟ[1], *ὁ δὲ ἐν αὐτῇ κανὼν δι' οὗ διοπ7εύομεν ὁ* ΠΡ· *ὁ δὲ τὰς ἐπιγραφὰς ἔχων κανὼν ὁ* ΣΤ. [*Ἐγκλίνω** *οὖν τὸν* ΠΡ *κανόνα, ἄχρις ἂν δι' αὐτοῦ φανῇ τὸ* Τ *σημεῖον, ὅ ἐσ7ιν ἐπιγραφὴ τοῦ μέλλοντος ἀπολαμβάνεσθαι μέτρου· εἶτα, ἀντιπερισ7άς, ἕξω ἐπὶ τῆς* ΑΒ *εὐθείας, διὰ τοῦ κανόνος, σημεῖον τὸ* Β, *καὶ τὸ δοθὲν διάσ7ημα τὸ* ΑΒ.]

[1] ἡ αξ.

* Cette sorte de répétition, qui est bien dans l'esprit des méthodes grecques, aura été supprimée comme inutile par un copiste qui n'en aura pas compris la néces-

« Ce problème est l'inverse de celui du § VIII, comme le suivant est l'inverse de celui du § X. La solution en serait expéditive et commode, si elle ne devenait pas sujette à erreur; mais on y prend pour base une longueur trop petite, qui est la hauteur de la dioptre. Aussi vaut-il bien mieux, au lieu de cette mesure, prendre sur le terrain des distances AG, GE (§ VIII), suffisamment étendues. » — VR.

Je ferai observer que l'on peut, jusqu'à un certain point, comparer à cette méthode d'Héron le procédé que l'on emploie dans la balistique moderne ment inverse au point X, le nombre 400. Opérant de même pour toutes les distances que je voudrai, j'aurai ainsi sur le poteau HC une échelle de graduation pour toutes ces distances. [Cela posé, reprenons notre problème particulier.]

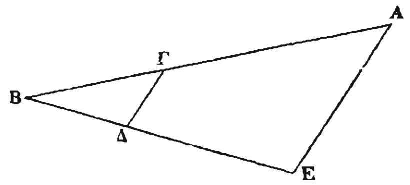
DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

Ayant placé la dioptre AO en A, je plante le poteau qui porte la graduation à une distance de A égale à 3 coudées, c'est-à-dire à une distance égale à celle que j'avais prise quand j'y ai inscrit les nombres. Alors, si j'incline la règle de la dioptre jusqu'à ce que j'aperçoive dans sa direction le nombre indicateur de la distance que je veux prendre, puis, que, passant de l'autre côté, je note, sur la ligne AB, le point B correspondant à cette position de la dioptre, il est clair que j'aurai la distance proposée. Soit donc AO le pied de la dioptre, PR la règle de visée, ST le poteau gradué. [J'incline* la règle PR jusqu'à ce que j'aperçoive par son moyen le point T correspondant à la distance demandée. Alors, passant de l'autre côté, j'apercevrai sur AB le point B, qui me donnera la distance cherchée.]

sité. Il paraît, d'ailleurs, y avoir une lacune dans le manuscrit, et l'énoncé du problème suivant vient sans interruption ni ponctuation.

pour donner à la trajectoire du projectile (abstraction faite de sa courbure), une amplitude donnée. En effet, l'échelle graduée de notre auteur n'est-elle pas reproduite presque identiquement dans cette échelle de mire, nommée *hausse*, dont sont aujourd'hui munies les carabines de nos habiles chasseurs de Vincennes? — H.V.

Κεφ. κβ'.

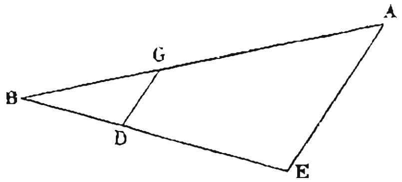


« Διὰ διόπτρας ἀπολαβεῖν διάστημα, ἀπὸ ἑτέρου δοθέντος « σημείου ἐπί τινος εὐθείας παραλλήλου τῇ δοθείσῃ, ἴσον τῷ « δοθέντι διαστήματι, μὴ προσελθόντα τῷ σημείῳ, μηδ' ἔχοντα « τὴν εἰρημένην εὐθεῖαν ἐφ' ἧς δεῖ ἀπολαβεῖν. »

Ἔστω δοθὲν σημεῖον τὸ Α· καὶ κείσθω πρὸς τῷ Β ἡ διόπτρα· καὶ εὑρήσθω ἡ ΑΒ εὐθεῖα ἡλίκη ἐστίν, ὡς ἐμάθομεν· καὶ ἀπειλήφθω αὐτῆς ἡ ΒΓ, μέρος ὃ βουλόμεθα. Ἡ δὲ ΓΔ ἤχθω παράλληλος ᾗ βουλόμεθα εὐθείᾳ, μέρος οὖσα τοῦ δοθέντος διαστήματος ὃ μέρος ἐστὶ[1] καὶ ἡ ΒΓ τῆς ΒΑ· καὶ διὰ τῆς διόπτρας ἡ ΒΔ εὐθεῖα[2] προεκβεβλήσθω, καὶ ἀπ' αὐτῆς ἀπειλήφθω ἡ ΒΕ, τοσαυταπλασία[3] οὖσα τῆς ΒΔ ὁσαπλασία[4] καὶ ἡ ΑΒ τῆς ΒΓ. Ἔσται[5] οὖν ἡ ΑΕ τοῦ τε δοθέντος μέτρου καὶ παράλληλος τῇ ΔΓ· τοῦτο γὰρ φανερόν ἐστι διὰ τὸ εἶναι ὡς τὴν ΑΒ πρὸς τὴν ΓΒ[6], τήν τε ΕΒ πρὸς ΔΒ, καὶ τὴν ΑΕ πρὸς ΓΔ.

[1] ἐστὶν. — [2] διὰ τῆς $\overline{βδ}$ εὐθείας τῇ διόπτρᾳ. — [3] τοσαῦτα πλάσια. — [4] ὅσα πλάσια. — [5] ἔστω. — [6] τὴν $\overline{γδ}$.

§ XXII.

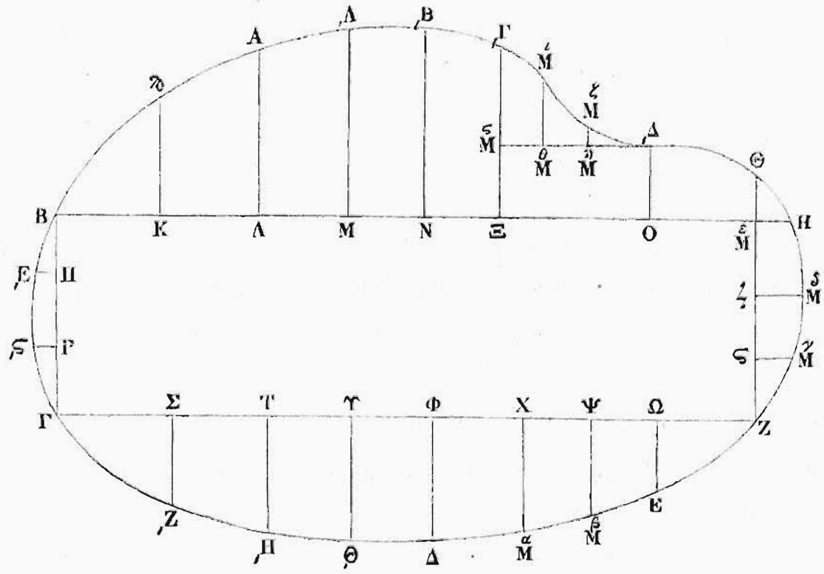


D'un point éloigné de nous, prendre, avec la dioptre, une distance égale à une distance donnée et parallèle à une droite donnée, sans approcher de ce point, et sans avoir la droite sur laquelle il faut prendre cette distance.

Soit A le point donné, et la dioptre en B. On cherche la longueur de AB comme il a été expliqué (§ VIII), et sur AB on prend BG qui en soit une partie quelconque. Conduisons GD parallèlement à la droite sur laquelle nous voulons placer la distance donnée, et qui soit la même portion de la distance donnée que BG l'est de BA. Menons la droite BD; prolongeons-la au moyen de la dioptre, et prenons sur sa direction une distance BE qui soit le même multiple de BD, que AB l'est de BG (§ XXI) : AE aura la grandeur voulue et sera parallèle à GD, ce qui est évident, puisque AB : BG : : EB : BD : : AE : GD.

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

Κεφ. κγʹ.



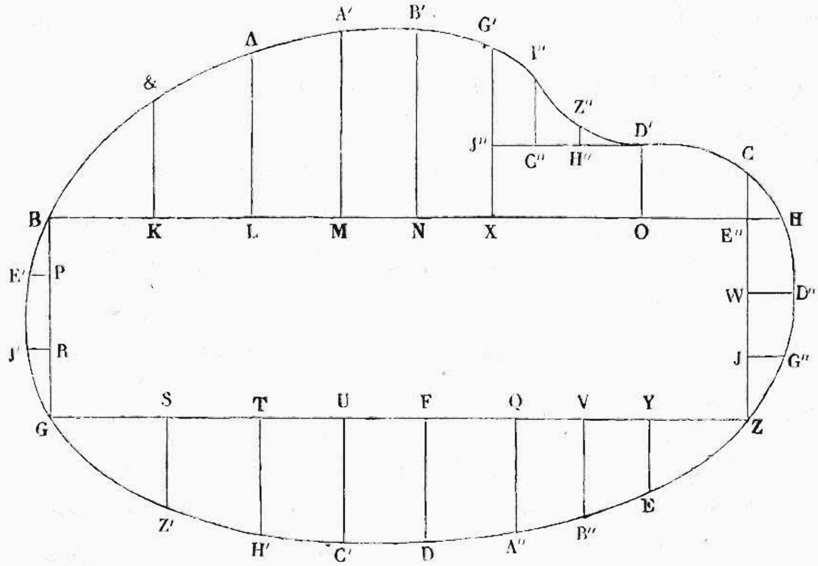
« Τὸ δοθὲν χωρίον μετρῆσαι διὰ τῆς διόπτρας. »

Ἔστω τὸ δοθὲν χωρίον περιεχόμενον ὑπὸ γραμμῆς ἀτάκτου τῆς ΑΒΓΔΕΖΗΘ. Ἐπεὶ οὖν ἐμάθομεν διὰ τῆς κατασκευασθείσης διόπτρας διαγαγεῖν πάσῃ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς, ἔλαβόν τι σημεῖον ἐπὶ τῆς περιεχούσης τὸ χωρίον γραμμῆς, τὸ Β, καὶ ἤγαγον εὐθεῖαν τυχοῦσαν διὰ τῆς διόπτρας τὴν ΒΗ, καὶ ταύτῃ πρὸς ὀρθὰς τὴν ΒΓ· ἑτέραν πρὸς ὀρθὰς τὴν ΓΖ· καὶ ὁμοίως τῇ ΓΖ πρὸς ὀρθὰς τὴν ΖΘ. Καὶ ἔλαβον ἐπὶ τῶν ἀχθεισῶν εὐθειῶν συνεχῆ σημεῖα, ἐπὶ μὲν τῆς ΒΗ, τὰ Κ, Λ, Μ, Ν, Ξ, Ο· ἐπὶ δὲ τῆς ΒΓ, τὰ Π, Ρ· ἐπὶ δὲ τῆς ΓΖ, τὰ Σ, Τ, Υ, Φ, Χ, Ψ, Ω· ἐπὶ δὲ τῆς ΖΘ, τὰ ϛ, ζ. Καὶ ἀπὸ τῶν ληφθέντων σημείων, ταῖς εὐθείαις ἐφ' ὧν ἐστὶ τὰ σημεῖα, πρὸς ὀρθὰς ἤγαγον τὰς Κϡ[1], ΛΑ, ΜΑ, ΝΒ, ΞΓ, ΟΔ, ΠΕ, Ρϛ [ΣΖ], ΤΗ, ΥΘ, ΦΔ, Χ$\overset{\alpha}{\mathrm{M}}$, Ψ$\overset{\beta}{\mathrm{M}}$[2], ΩΕ, ϛ$\overset{\gamma}{\mathrm{M}}$[3], ζ$\overset{\delta}{\mathrm{M}}$, οὕτως ὥστε τὰς ἐπὶ τὰ

[1] $\overline{\kappa\tau}$. — [2] ψ$\overset{\varepsilon}{\mu}$. — [3] καὶ $\overset{\gamma}{\mu}$.

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

§ XXIII.



Mesurer un champ donné au moyen de la dioptre[1].

Soit le champ donné ayant pour contour la ligne irrégulière ABGDEZHC... etc. Puisque nous avons appris à mener, au moyen de la dioptre convenablement disposée, une perpendiculaire à une droite donnée quelconque, je prends un point B sur la ligne qui termine le champ, et je mène au hasard avec la dioptre la droite BH, ainsi que BG perpendiculaire à BH; puis une autre perpendiculaire GZ, et semblablement à GZ la perpendiculaire ZC. Alors je prends, sur les droites ainsi menées, une suite de points tels que K, L, M, N, X, O sur BH; P, R sur BG; S, T, U, F, Q, V, Y sur GZ; enfin J, W sur ZC. Ensuite, par les points ainsi choisis, je mène sur les droites auxquelles ils appartiennent, les perpendiculaires K&, LA, MA', NB', XG', OD', PE', RJ', [SZ',] TH', UC, FD, QA'', VB'', YE, JG'',

[1] Voyez Héron de Byzance, § VI.

πέρατα τῶν ἀχθεισῶν πρὸς ὀρθὰς, ἐπιζευγνυμένας ἀπολαμβάνειν γραμμὰς ἀπὸ τῆς περιεχούσης τὸ χωρίον γραμμῆς, σύνεγγυς εὐθείας· καὶ τούτων γενηθέντων, ἔσται δυνατὸν τὸ χωρίον μετρεῖν. Τὸ μὲν γὰρ ΒΓΖ$\overset{\varepsilon}{\mathrm{M}}$ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιόν ἐστιν· ἔπειτα τὰς πλευρὰς, ἁλύσει ἢ σχοινίῳ βεβασανισμένῳ, τουτέστι μήτε ἐκτείνεσθαι δυναμένῳ [μήτε συστέλλεσθαι], μετρήσαντες, ἕξομεν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ παραλληλογράμμου. Τὰ δ' ἐκτὸς τούτου τρίγωνα ὀρθογώνια καὶ τραπέζια ὁμοίως μετρήσομεν, ἔχοντες τὰς πλευρὰς αὐτῶν· ἔσται γὰρ τρίγωνα μὲν ὀρθογώνια τὰ ΒΚϡ[1], ΒΠ,Ε, ΓΡ,Ϛ, ΓΣ,Ζ, ΖΩΕ, ΖϚ$\overset{\gamma}{\mathrm{M}}$, ΘΗ$\overset{\varepsilon}{\mathrm{M}}$[2]· τὰ δὲ λοιπὰ τραπέζια ὀρθογώνια. Τὰ μὲν οὖν τρίγωνα μετρεῖται, τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν πολλαπλασιαζομένων ἐπ' ἄλληλα[3], καὶ τοῦ γενομένου τὸ ἥμισυ· τὰ δὲ τραπέζια συναμφοτέρων τῶν παραλλήλων τὸ ἥμισυ ἐπὶ τὴν ἐπ' αὐτῆς κάθετον οὖσαν· οἷον τῶν Κϡ[4], ΑΛ τὸ ἥμισυ ἐπὶ τὴν ΚΛ, καὶ τῶν λοιπῶν δὲ ὁμοίως. Ἔσται ἄρα μεμετρημένον[5] ὅλον τὸ χωρίον[6], διά τε τοῦ μέσου παραλληλογράμμου[7], καὶ τῶν ἐκτὸς αὐτοῦ τριγώνων καὶ τραπεζίων.

Ἐὰν δὲ τύχῃ ποτὲ μεταξὺ αὐτῶν τῶν ἀχθεισῶν πρὸς ὀρθὰς ταῖς τοῦ παραλληλογράμμου πλευραῖς καμπύλη γραμμὴ μὴ συνεγγίζουσα εὐθείᾳ (οἷον μεταξὺ τῶν ΞΓ, Ο,Δ, γραμμὴ ἡ ,Γ,Δ), ἀλλὰ περιφερεῖ[8], μετρήσομεν οὕτως· ἀγαγόντες [τῇ] Ο,Δ πρὸς ὀρθὰς τὴν ,Δ$\overset{\varsigma}{\mathrm{M}}$, καὶ ἐπ' αὐτῆς λαβόντες σημεῖα συνεχῆ τὰ $\overset{\theta}{\mathrm{M}}$, $\overset{\eta}{\mathrm{M}}$[9], καὶ ἀπ' αὐτῶν πρὸς ὀρθὰς ἀγαγόντες τῇ $\overset{\varsigma}{\mathrm{M}}$,Δ τὰς $\overset{\theta}{\mathrm{M}}\overset{\iota}{\mathrm{M}}$, $\overset{\eta}{\mathrm{M}}\overset{\xi}{\mathrm{M}}$[10], ὥστε τὰς μεταξὺ τῶν ἀχθεισῶν σύνεγγυς εὐθείας εἶναι,

[1] $\overline{\beta\kappa\tau}$. — [2] ζω εξ $\overset{s\eta}{\mu}$ θη$\overset{\varepsilon}{\mu}$. — [3] ἐπάλληλα. — [4] κΤ. — [5] ἀναμεμ. — [6] τὸ ὠρεῖον. — [7] μέσου $\overset{\rho o \upsilon}{=}$. — [8] γρ. τῇ $\overline{\gamma\delta}$, ἀλλὰ περιφερῆ. — [9] $\overset{\theta}{\mu}$ $\overset{\lambda}{\mu}$. — [10] $\overset{\varsigma}{\mu}$ δ τὰς $\overset{\theta}{\mu}$ $\overset{\varepsilon}{\mu}$ $\overset{\tau}{\mu}$ μζ.

WD″, et cela de telle manière, que les portions du contour de la figure qui seront comprises entre les extrémités des perpendiculaires menées d'abord [aux côtés du parallélogramme inscrit], puissent être prises approximativement pour des portions de lignes droites; et, cela fait, on pourra mesurer le champ. D'abord, le parallélogramme BGZE″ est rectangle; ainsi, en mesurant ses côtés avec une chaîne ou un cordeau bien éprouvé, c'est-à-dire qui ne puisse s'allonger [par l'effet de la traction] ni se raccourcir, nous aurons l'aire de ce parallélogramme. Ensuite, nous mesurerons de même les triangles rectangles et les trapèzes extérieurs à ce parallélogramme, ce qui nous sera facile puisque nous en connaissons tous les côtés : les triangles sont BK&, BPE′, GRJ′, GSZ′, ZYE, ZJG″, CHE″; le reste n'a que des trapèzes. Les triangles se mesurent en multipliant l'un par l'autre les côtés de l'angle droit et prenant la moitié du résultat; quant aux trapèzes, c'est en multipliant la demi-somme des côtés parallèles par la droite qui leur est perpendiculaire: par exemple, [pour K&AL], on prend la moitié de K& *plus* AL, et l'on multiplie par KL; c'est la même chose pour les autres. Ainsi, le champ tout entier se trouvera mesuré par le parallélogramme du milieu et par les triangles et les trapèzes extérieurs.

Mais, s'il arrive que quelque portion du contour, comprise entre les perpendiculaires menées aux côtés du parallélogramme, ne puisse être approximativement prise pour une ligne droite, mais plutôt pour un arc de cercle, comme, par exemple, l'arc G′D′ compris entre les perpendiculaires XG′, OD′, il faut alors s'y prendre ainsi qu'il suit. Menant à OD′ la perpendiculaire D′J″; puis, sur cette droite, prenant les points C″, H″, et menant les perpendiculaires C″I″, H″Z″, de manière qu'entre leurs extrémités on ait à peu près des lignes droites;

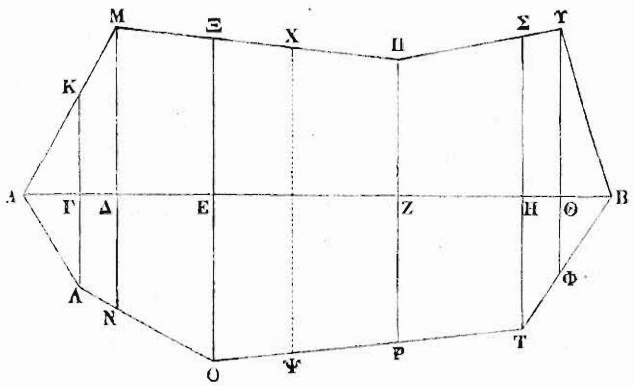
ϖάλιν μετρήσομεν τό τε $\mathrm{M\Xi}\overset{\varsigma}{\mathrm{O}}{}_{,}\Delta$ *ϖαραλληλόγραμμον, καὶ τὸ* $\overset{\eta}{\mathrm{M}}\overset{\xi}{\mathrm{M}}{}_{,}\Delta$[1] *τρίγωνον, καὶ τὸ* ${}_{,}\Gamma\overset{\varsigma}{\mathrm{M}}\overset{\theta}{\mathrm{M}}\overset{\iota}{\mathrm{M}}$[2] *τραπέζιον, καὶ ἔτι τὸ ἕτερον τραπέζιον, καὶ ἕξομεν τὸ ϖεριεχόμενον χωρίον ὑπό τε τῆς* $'\overset{\iota}{\Gamma}\overset{\zeta}{\mathrm{M}}\mathrm{M}{}_{,}\Delta$[3] *γραμμῆς καὶ τῶν* ͵ΓΞ, Ο͵Δ, [ΟΞ] *εὐθειῶν, μεμετρημένον.*

[1] $\overset{\iota}{\mu}\mu\zeta{}_{,}\delta$. — [2] $\gamma\overset{\iota}{\mu}\overset{\theta}{\mu}\overset{\varepsilon}{\mu}$. — [3] $\gamma\overset{\varepsilon}{\mu}\overset{\zeta}{\mu}\delta$.

Venturi déclare avoir omis ici « la longue et minutieuse description que l'auteur donne d'une méthode connue aujourd'hui, dit-il, du premier venu des arpenteurs[1], et qui était communément employée aussi par les gromatiques romains. » On lit en effet dans Frontin (*Gromatici veteres*, p. 33) : « Cujuscumque loci mensura agenda fuerit, eum circumire ante omnia oportet, et ad omnes angulos signa ponere, quæ normaliter ex rigore cogantur :

[1] Je n'ai pas cru devoir imiter en cela le commentateur italien : car il est, je pense, au moins aussi important de savoir de quelles connaissances Héron était privé, que de savoir celles dont il était en possession. H.V.

Κεφ. κδʹ.



Ἔσ7ι δὲ καὶ « Ἄλλος τρόπος μετρήσεως. »

Ἔσ7ω χωρίον ὃ δεῖ μετρῆσαι τὸ ὑπογεγραμμένον, ἐν ᾧ διὰ τῆς διόπ7ρας, δι' ὅλου τοῦ μήκους διήχθω τις εὐθεῖα[1], *κατὰ τὸ*

[1] εὔθεία.

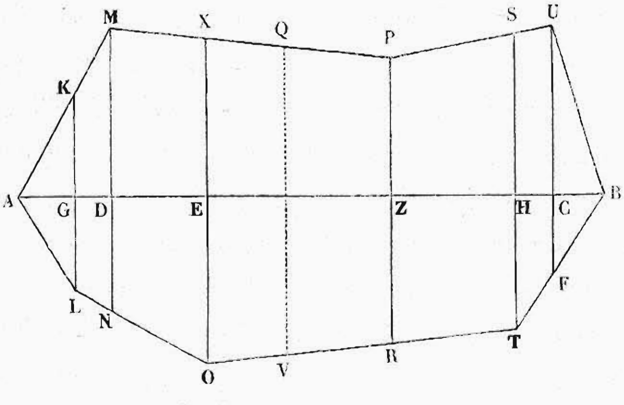
alors nous aurons, comme plus haut, à mesurer un parallélogramme J″XOD′, un triangle H″X″D′, un trapèze G′J″C″I″, encore un autre trapèze [I″C″H″Z″]; et nous obtiendrons ainsi la mesure de l'espace compris entre la courbe G′I″Z″D′ et les droites G′X, OD′, [OX, et, par suite, le champ tout entier].

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

« posito deinde et perpenso ferramento rigorem secundum proximo lateri « dictare; et conlocatis mœtis, in alteram partem rigorem mittere, qui cum « ad extremum pervenerit, parallelon primi rigoris excipiat. » Un peu plus haut (p. 32), Frontin avait dit : « Modum autem (agri) intra lineas clusum « rectorum angulorum ratione subducimus : subjectas deinde extremitatum « partes, areas tangentium nostrarum postulationum, podismis suis adæra- « mus, et adscriptis spatio suo finibus ipsam loci reddimus veritatem. »

« Il faut voir dans le même recueil, continue Venturi, la figure donnée par les anciens à un champ partagé entre des colons (Gœsius, p. 202; Lachm. fig. 205), ce qui est bien loin d'être une frivolité, comme le juge Gœsius, qui ne connaissait pas trop l'arpentage. »

§ XXIV.



Voici une *Autre méthode pour mesurer.*

Soit à mesurer le champ représenté par la figure, dans lequel, au moyen de la dioptre, nous mènerons, suivant toute sa longueur, une droite AB, en nous rapprochant, autant que

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

δυνατὸν μέση τοῦ χωρίου ὡς ἔγγισῖα, ἡ ΑΒ. Ἐπὶ δὲ ταύτης εἰλήφθω συνεχῆ σημεῖα τὰ Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ· ἀπὸ δὲ τῶν ληφθέντων σημείων, τῇ ΑΒ ϖρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν διὰ τῆς διόπῖρας, αἱ ΓΚ, ΓΛ, ΔΜ, ΔΝ, ΕΞ, [ΕΟ,] ΖΠ, ΖΡ, ΗΣ[1], ΗΤ, ΘΥ, ΘΦ, ὥσῖε ϖάλιν τὰς μεταξὺ γραμμὰς σύνεγγυς εὐθείας εἶναι. Πάλιν οὖν διήρηται τὸ χωρίον εἰς τρίγωνα τὰ ΑΓΚ, ΑΓΛ, ΒΘΦ, ΒΘΥ, καὶ τὰ λοιπὰ τραπέζια. Δυνατὸν οὖν διά τε τῶν εἰρημένων τριγώνων καὶ διὰ[2] τῶν τραπεζίων, τὸ χωρίον μετρηθῆναι. Ἐὰν δὲ ϖάλιν ἐμπέσῃ τις μεταξὺ ϖεριφερῆς γραμμὴ, διελοῦμεν τὸ ϖρὸς αὐτῇ τραπέζιον, ὡσαύτως τῷ ἐπάνω, καὶ οὕτως μετρήσομεν.

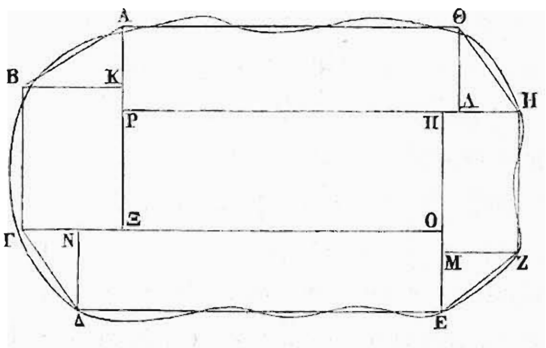
Αὐτὴ δὲ ἡ μέτρησις εὔχρησῖός[3] ἐσῖιν, ὅταν δέῃ καὶ διελεῖν τὸ χωρίον εἰς τὰ δοθέντα μέρη. Δέον γὰρ ἔσῖω διελεῖν αὐτὸ εἰς ἴσα μέρη ἑπῖὰ διὰ ϖαραλλήλων εὐθειῶν. Ἐμέτρησα οὖν τὸ χωρίον, καὶ ἔλαβον τοῦ γενομένου τὸ ἕβδομον μέρος, ὥσῖε ἑκάσῖῳ μέρει τοσοῦτον ἀπονέμειν· ἐμέτρησα οὖν τὸ ΚΑΛ χωρίον, καὶ εἰ μὲν ἴσον τῷ ἑβδόμῳ μέρει, ἔχομεν τὸ ΚΑΛ χωρίον· εἰ δὲ μὴ, ϖροσῖίθημι τῷ τοῦ ΚΑΛ τὸ τοῦ ΚΛΜΝ ἐμβαδόν· καὶ εἰ μὲν ἴσον εὑρεθείη τῷ [ἑβδόμῳ] μέρει, ἔσῖαι ἡ ΜΝ ἀφορίζουσα τὸ ἓν τῶν μερῶν· εἰ δὲ μεῖον εὑρεθείη, δεήσει ϖάλιν ϖροσθεῖναι καὶ τὸ τοῦ ΜΝΞΟ ἐμβαδὸν, ἄχρις ἂν ἴσον γένηται τῷ ἑβδόμῳ μέρει, ἢ ὑπερβάλῃ. Ὑπερβεβλήκετω οὖν· ϖροσῖεθέντος τοῦ ΞΟΠΡ, δεήσει ἄρα ἀπὸ τοῦ ΞΟΠΡ ἀφελεῖν χωρίον ἴσον τῷ ὑπερβάλλοντι, οἷον τὸ ΠΡΧΨ· ὥσῖε δεήσει ἐπίσῖασθαι ἀπὸ τοῦ δοθέντος τραπεζίου ὡς δεῖ ἀφελεῖν τραπέζιον ἴσον τῷ δοθέντι· τοῦτο δὲ ἑξῆς δείξομεν. Οὐκοῦν ἔσῖαι τὸ ΧΑΨ χωρίον ἓν τῶν μερῶν. Πάλιν οὖν τῷ ΠΧΨΡ ϖροσέθηκα τὸ[4] ΠΡΣΤ· καὶ εἰ μὲν ἴσον εἴη αὐτὸ τὸ ἐμβαδὸν [τῷ ἑβδόμῳ] μέρει[5], ἔσῖαι ἡ ΣΤ

[1] δμ, δη, εξ, ζπ, ηρ, ης. — [2] διά τε. — [3] ἄχρησῖος. — [4] τὸ ϖψρ ϖρ. τῷ. — [5] τὸ ἐμβαδὸν μέρος.

possible du milieu du champ. Prenons à la suite les uns des autres, sur cette droite, des points tels que G, D, E, Z, H, C; et, par ces points, menons, au moyen de la dioptre, les perpendiculaires GK, GL, DM, DN, EX, EO, ZP, ZR, HS, HT, CU, CF, de manière à intercepter, sur le contour de la figure, des portions de lignes à peu près droites. Le champ sera donc de nouveau partagé en triangles AGK, AGL, BCF, BCU, et en trapèzes, au moyen desquels il sera possible d'en obtenir la mesure. Et, si nous rencontrons, comme plus haut, quelque arc de cercle [ou de courbe quelconque], nous opérerons comme ci-dessus pour parvenir à effectuer notre mesure.

Cette manière de mesurer est utile principalement quand on veut, en outre, partager le champ en portions données. Supposons, par exemple, qu'il s'agisse de le diviser en sept parties égales, au moyen de lignes parallèles entre elles. J'ai déjà, je suppose, mesuré le champ, et pris le septième du résultat, valeur qu'il faut donner à chacune des parties. Je prends l'espace AKL. S'il est égal à ce septième, ce sera la première portion; s'il est inférieur, j'y ajoute l'espace KLMN. Si la somme est égale à ce même septième, MN sera la ligne correspondante à la première division; si cette somme est elle-même plus petite, il faudra ajouter en outre l'aire MNXO; et ainsi de suite, jusqu'à ce que le tout soit égal ou supérieur au septième. Si c'est après avoir ajouté XOPR que l'on trouve le tout trop grand, alors il faudra mener QV de manière à retrancher du trapèze XOPR une portion QVRP égale à l'excédant. Ainsi il faudra savoir retrancher d'un trapèze donné un autre trapèze donné, ce que nous montrerons par la suite (§ XXVIII). On aura ainsi l'aire QAV égale à l'une des portions. De même, maintenant, il faut ajouter à PQVR l'espace PRST; et, si la somme est égale au septième du tout, la ligne ST déterminera ἀφορίζουσα τὸ δεύτερον μέρος· εἰ δὲ ὑπερβάλοι, πάλιν δεήσει ἀφελεῖν τὸ ὑπερβάλλον ἀπὸ τοῦ ΠΡΣΤ τραπεζίου. Καὶ οὕτως νοείσθω ἐπὶ τῶν λοιπῶν μερῶν.

Κεφ. κε'.



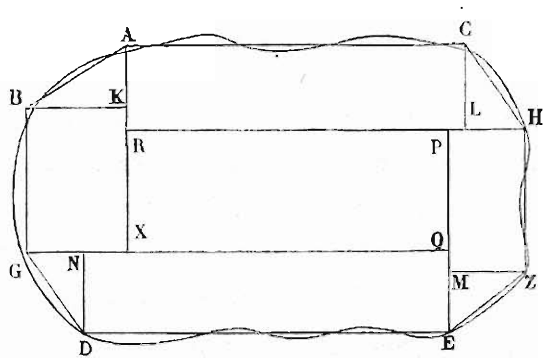
« Ὅρων χωρίου ἀφανῶν γενομένων, καταλειπομένων δὲ δύο « (ἢ τριῶν[1]), καὶ τοῦ μιμήματος ὑπάρχοντος, πορίσασθαι τοὺς « λοιποὺς ὅρους. »

Τοῦ δὲ καθολικωτέρου ἕνεκα σχολαιοτέραν[2] μέτρησιν καὶ μίμημα ἐκθησόμεθα, ὡς τὸ δοθὲν χωρίον, τουτέστι τὸ μίμημα, τὸ ΑΒΓΔΕΖΗΘ, περιεχόμενον ὑπὸ τῶν σύνεγγυς εὐθειῶν τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ, ΕΖ, ΖΗ, ΗΘ, ΘΑ. Καὶ ἤχθω τῇ ΒΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΒΚ, καὶ ἐπ' αὐτῆς [κάθετος ἡ ΚΑ· τῇ δὲ ΑΘ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΘΛ, καὶ ἐπ' αὐτῆς] κάθετος ἡ ΗΛ· τῇ δὲ ΗΖ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΖΜ, καὶ ἐπ' αὐτῆς κάθετος ἡ ΜΕ· πάλιν δὲ τῇ ΒΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΓΝ, καὶ ἐπ' αὐτῆς κάθετος ἡ ΔΝ. Δυνατὸν ἄρα ἐστὶ τὰ ΑΒΚ, ΗΘΛ[3], ΕΖΜ, ΓΔΝ τρίγωνα μετρῆσαι· τὰ δὲ καταλειπόμενα παραλληλόγραμμα πέντε ὄντα μετρησόμεθα[4], ἐκβάλλοντες τὰς πρὸς ὀρθὰς εὐθείας, ὥστ' εἶναι παραλληλόγραμμα τὰ ΒΞ, ΝΕ, ΗΜ, ΘΡ, ΞΠ[5].

[1] Ces deux mots me paraissent une addition maladroite faite par un copiste. — [2] σχολεωτέραν. — [3] τὸ αβ. κηθλ. — [4] παραλλ. τεμόντα μετρῆσαι. — [5] νε, πμ, θρ, ξν.

la deuxième part. Si elle le surpasse, il faudra, du trapèze PRST, retrancher la partie surabondante. Et ce sera la même chose pour toutes les autres parties.

§ XXV.

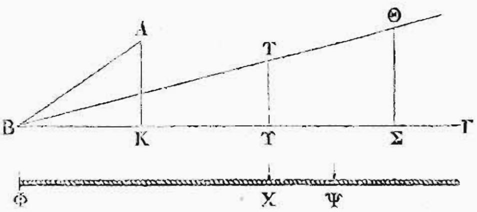


Les limites d'une propriété ayant disparu, à l'exception de deux (ou trois[1]), retrouver, au moyen du plan de la propriété, la position des limites perdues.

Pour plus de généralité, nous indiquerons une méthode d'arpentage moins soignée, et un autre mode de représentation, que nous appliquerons à la figure ABGDEZHC terminée par les lignes à peu près droites AB, BG, GD, DE, EZ, ZH, HC, CA. Soit, dans cette figure, élevée sur BG la perpendiculaire BK, et abaissée sur BK [la perpendiculaire AK; puis, élevée sur AC la perpendiculaire CL, et abaissée sur CL] la perpendiculaire LH; puis encore, menée sur HZ la perpendiculaire ZM, et sur ZM la perpendiculaire ME; puis enfin, sur BG la perpendiculaire GN, et sur celle-ci la perpendiculaire ND. Alors on pourra mesurer, d'abord les triangles ABK, HCL, EZM, GDN, et ensuite les cinq parallélogrammes [rectangles] partiels BX, NE, HM, CR, XP, qui résultent du prolongement des perpendiculaires [indiquées précédemment].

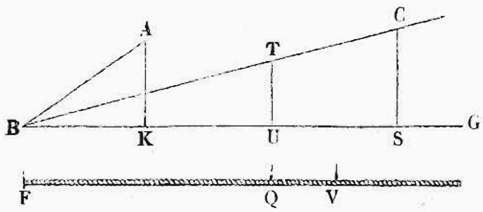
[1] Voir n. 1, p. précéd. — Le problème revient à construire sur le terrain, au moyen d'un côté donné, un polygone semblable à un polygone donné sur le papier.

DE
LA DIOPTRE
d'Héron
d'Alexandrie.



Δεδόσθω οὖν τὸ μίμημα, οἷον εἴρηται, ἐκ τριγώνων καὶ παραλληλογράμμων περιεχόμενον· μόνοι δὲ φαινέσθωσαν οἱ Θ, Β[1] ὅροι. Καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΒΚ[2] ἐπὶ τὸ Γ· καὶ εἰλήφθω ἡ διὰ τῶν Β, Θ σημείων εὐθεῖα, διὰ τῆς διόπτρας, τῇ θέσει καὶ τῷ μεγέθει· καὶ ἀπειλήφθω αὐτῆς δοθὲν [μέρος] ἡ ΒΤ, ἐπὶ δὲ τὴν ΒΓ[3] κάθετος [ἤχθω ἡ ΘΣ, καὶ] ἡ ΤΥ. Ἔσται ἄρα καὶ ἡ ΤΥ τὸ αὐτὸ μέρος τῆς ΘΣ, ὃ μέρος ἐστὶν ἡ ΒΥ τῆς ΒΣ, [καὶ ἡ ΒΤ τῆς ΒΘ]. Ἔχομεν δὲ ἑκατέραν τῶν ΒΣ, ΣΘ[4], ἐκ τοῦ μιμήματος· ὥστε ἕξομεν καὶ ἑκατέραν τῶν ΒΥ, ΥΤ. Λαβόντες οὖν σχοινίον μὴ ἐκτείνεσθαι δυνάμενον, ἴσον τῇ ΒΥΤ, τὸ ΦΨ, ἐπ' αὐτοῦ μέρος ἀποληψόμεθα τὸ ΦΧ[5] [ἴσον τῇ ΒΥ, τὸ αὐτὸ μέρος τῆς ΒΣ] ὃ μέρος ἐστὶν [ἡ ΤΥ τῆς ΘΣ], καὶ ἡ ΒΤ τῆς ΒΘ. Τὰ δὲ πέρατα τοῦ σχοινίου τὰ Ψ, Φ θήσομεν πρὸς τὴν ΒΤ, ὥστε τὸ μὲν Φ πρὸς τῷ Β εἶναι, τὸ δὲ Ψ[6] πρὸς τῷ Τ· καὶ λαβόμενοι τὸ Χ σημεῖον, ἐκτενοῦμεν[7] τὸ σχοινίον, καὶ πάντως τὸ Χ τὴν αὐτὴν [θέσιν] ἕξει τῷ Υ[8]. Ἐπιζεύξαντες[9] οὖν τὴν ΒΥ, ἤτοι σπάρτῳ[10] ἢ διόπτρᾳ, ἐπ' αὐτῆς θήσομεν τὸ μέτρον τῆς ΒΚ, ὃ ὑπάρχει[11] ἐκ τοῦ μιμήματος, καὶ ἕξομεν τὸ Κ σημεῖον. Εἶτα τῇ ΒΚ πρὸς ὀρθὰς ἀγαγόντες τὴν ΚΑ, καὶ θέντες ἐπ' αὐτῆς τὸ μέτρον τῆς ΚΑ, ἕξομεν πεπορισμένον τὸ Α σημεῖον. Καὶ τὰ λοιπὰ δὴ[12] ποριούμεθα, ἀκολουθοῦντες ταῖς ἐν τῷ μιμήματι πρὸς ὀρθὰς εὐθείαις, καὶ τοῖς ἐπ' αὐτὰ μέτροις.

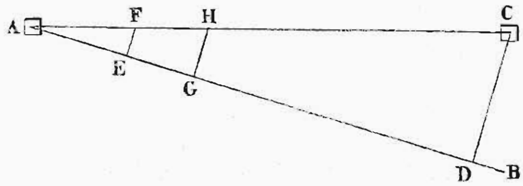
[1] οἱ $\overline{\theta\beta\gamma}$. Voir la note 1 aux deux pages précédentes. — [2] θκ. — [3] τὴν βε. — [4] ἑκατ. τῷ $\overline{\beta\sigma}$, $\overline{\sigma\theta}$. — [5] ἀπολειψόμεθα, τὴν $\overline{\psi\chi}$. — [6] πρὸς τὸ $\overline{\beta\lambda}$. τὸ δὲ. — [7] τοῦ Χ σημείου. ἐκτείνομεν. — [8] τοῦ υ. — [9] ἐπιζεύξαντος. — [10] σπάρτως. — [11] τῆς $\overline{\beta\kappa\theta}$. ὑπ. — [12] δὲ.



Supposons donc que le dessin, comme il a été dit (§ XXIII), soit composé de triangles et de parallélogrammes, et qu'il ne paraisse sur le terrain que les bornes C, B[1]. Supposons BK dirigé vers G, et menons, avec la dioptre, la droite BC, qui sera connue de position et de grandeur; puis prenons sur cette ligne une partie donnée BT, et abaissons sur BG les perpendiculaires [CS et] TU. Nous aurons TU : CS : : BU : BS : : BT : BC. Or le dessin nous fournit les valeurs des deux droites BS, SC; nous aurons donc ainsi les valeurs des deux droites BU, UT. Alors, prenant un cordeau VF parfaitement inextensible, égal à la somme des valeurs trouvées de TU et UB, marquons, sur sa longueur, le point Q qui la partage en deux parties, FQ=BU, et VQ =TU. Cela fait, plaçons, sur le terrain, l'extrémité F de notre cordeau en B, et l'autre, V, en T; alors, si nous le prenons au point désigné Q en le tirant, ce point tombera exactement au point U, ce qui nous permettra de fixer, soit au cordeau, soit à la dioptre, l'alignement BU. Ensuite, nous porterons dans cette direction la grandeur BK telle qu'elle est déterminée par le dessin; puis, du point K ainsi obtenu, nous élèverons la perpendiculaire KA, sur laquelle nous prendrons la grandeur KA [également donnée par le dessin]; et, de cette manière, le point A se trouvera déterminé. Ce sera absolument la même chose pour tous les autres points [du contour], que nous obtiendrons pareillement en nous conformant aux perpendiculaires du dessin, tant pour leurs positions que pour leurs mesures.

[1] Le manuscrit porte CBG (voir la note 1 des trois pages précédentes).

Figure 1.



« Le dessin dont parle Héron est un simple brouillon des lignes d'arpentage, avec leurs longueurs respectives, que l'on note à côté de chacune d'elles en même temps que l'on exécute l'opération sur le terrain [1].....

« Le § XXV, mais plus encore le § VII, a quelque analogie avec le problème que résout un des auteurs *De re agraria* (p. 286) à la suite de la *Varation* du fleuve. Je le rapporte ici en y ajoutant d'idée la figure (fig. 1) avec les lettres. L'absence de ces lettres me donne la conviction que le fragment en question est resté jusqu'à ce jour un mystère. Ayant trouvé dans des champs assignés à une colonie une ancienne borne A, il s'agit de découvrir la limite AC. L'auteur anonyme suppose que, de la borne trouvée A, on ne puisse, à cause d'obstacles interposés, voir l'autre C, qui est très-éloignée. Dans un pareil cas, il prescrit de planter quatre jalons, qui doivent être alignés (deux à deux) sur la borne trouvée A, et il veut que, par leur secours, on essaye de tracer l'alignement de la limite AC. »

« [LIMITIS REPOSITIO [2].

« Cum in agro assignato veneris, et lapides duo contra aliis alios in capi- « tibus centuriæ in decimano sive in cardine inveneris, incipies mensuram « agere ab eo lapide centuriale unde possis pervenire ad centuriam in qua « mensuræ agendæ sunt. Si decusati in capitibus lapides fuerint, ab eo

[1] Je supprime ici quelques lignes qui forment une répétition inutile.

[2] Je crois devoir rétablir ici le texte du commencement même du passage cité par Venturi : car l'absence de ce commencement ajoute encore beaucoup à l'obscurité de la description donnée par l'auteur latin, M. Junius Nipsus. Ce commencement est nécessaire, en particulier, pour que l'on voie bien de quelle manière l'auteur latin entend que les quatre jalons soient placés. Ils doivent former les quatre branches d'une croix dont la borne que l'on prend pour point de départ est le centre. C'est pourquoi j'ai ajouté, entre parenthèses : *deux à deux*. On ne voit pas bien si ce sens a été saisi par le traducteur italien, lorsqu'il dit que l'auteur latin prescrit de planter *quattro canne o mete in linea ai lati del Termine* A *già scoperto*.

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

« lapide qui limitem ducturus est primum lapidem circinabis. Et si inve-« neris recte incisas quattuor lineas eisdem lapidibus ferramentum pusillum « longius a lapide ita ut possis decumani lineam vel cardinis mediam com-« prehendere, et dictare duas cannas, quas per quattuor latera diligenter « perpendes, unam ultra lapidem, et alteram citra lapidem. Inde transferes « in altero latere lapidis ferramentum, et similiter facies sicut supra. Deinde, « sublato ferramento, transferes ad lapidem, et figes. Cum fixeris, perpen-« des. Cum perpenderis diligenter tam diu facies ut ab umbilico soli emis-« sum perpendiculum supra punctum decusis cadat. Cum ita feceris,] inci-« pies quattuor metis comprehensis dictare limitem in quam partem iturus « es. Si lapidem C inveneris, scias te limitem tenere, si vero varatus (en « vous écartant de la limite) intervenerit, unde tibi venerit DC versuram « facies ita ut per punctum decusis lapidis C rigor [CD tibi occurrat[1] in D]. « Cum ita feceris, tetrantem pones ACD; et deinde reverteris ad lapidem « A unde primum cœperas, et cultellabis usque ad tetrantem D et a tetrante « D usque ad punctum C lapidis ad quem varatus venisti. Ut reponas te in « limitem AC, sic facies. Catheti AD quamvis partem solidam sumes et re-« feres a puncto A lapidis per ipsum cathetum et signum pones perpensum « E : (et quam partem AE) retuleris in rigore suo AD, eandem partem sumes « et basis DC, referes (in EF) normaliter signo E quem posueras numero « quem solidum basis DC sumpseras. Et ubi expletum fuerit, signum F per-« pensum pones. Erit hoc signum F in limitem AFC; et numerum AE « quem a puncto lapidis A retuleras per cathetum AD dare illi similiter « referes EG per eundem cathetum AD in rigorem; et ab eo signo G nor-« maliter (in GH) duplicatum numerum ejus basis EF quem retulisti in limi-« tem AC similiter referes; et signum H pones; et habebis duo signa F, H, « in limitem AC perpensa, etc... »

« Observons que, dans le passage qui vient d'être rapporté, le mot *varare* est employé avec le sens d'aller en travers suivant la droite AB, en s'écartant de la limite AC : cela servira à confirmer tout ce qui a été dit sur ce verbe dans la note du § IX.

« Je ne serai pas tout à fait hors de mon sujet si j'indique comment doit être compris tout le reste de ce fragment très-obscur, surtout pour ceux qui ne prennent pas ce mot *varare* dans sa véritable signification.

[1] Lachmann, *currat.*

Fig. 2.

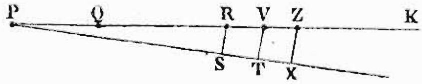


Fig. 3.

Fig. 4.

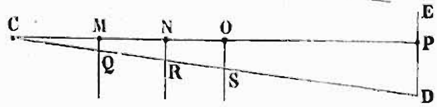
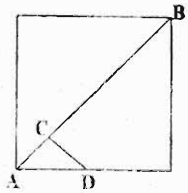


Fig. 5.



« L'auteur avertit donc, en premier lieu (p. 288), que, lorsque AC est une ligne limite, le nombre inscrit sur les deux bornes A et C change seulement par rapport au *decumanus* ou par rapport au *cardo,* mais jamais par rapport à tous deux. En d'autres termes, si l'une des bornes portait inscrit par exemple D. V. K. XII, et l'autre D. VI. K. XIII, la ligne AC n'appartiendrait pas à la limite, et les deux bornes se trouveraient l'une à l'égard de l'autre *en diagonale*, ce que l'auteur appelle *in zachone esse*[1], ou, selon d'autres manuscrits, *in tacone,* expression inconnue aux lexicographes. Il continue ensuite, à mon avis, dans le sens de l'explication suivante, et conformément aux figures...

« La déviation que nous avons commise en nous écartant de la véritable « limite PV (fig. 2) établie d'après le partage primitif des terres et en suivant la « ligne PS, nous la corrigerons de la manière suivante. Soit, par exemple, la « distance de la pierre P à la pierre Q de 700 pieds, et celle de Q à R de « 1700 pieds, ce qui fait ensemble 2400 pieds; et supposons que, pour le « point R, la déviation RS soit de 20 pieds. Voilà donc un total de 20 pieds « par lequel je dois diviser les 2400 [ce qui forme un *actus*]. Ainsi, la ma- « nière de corriger la déviation susdite consiste (je lis : *itaque varationis modus* « *fit ita : si repositionem*, etc.) à rétablir, pour chaque *actus*, un des pieds dont « vous avez dévié quand il s'agissait de tracer la susdite limite PR. Que si « vous voulez prolonger cette même limite au delà des terrains situés entre « P et R, vers V: pour 120 pieds de prolongation (je lis : *extra pedes CXX,* « *ad hunc unum actum*), pour ce premier *actus*, dis-je, vous porterez sur la « perpendiculaire TV 21 pieds, et vous planterez en V un jalon vertical. « Puis, pour les 120 pieds suivants, vous porterez pareillement sur la per- « pendiculaire XZ, 22 pieds, et vous placerez un signal en Z. Alors, pre-

[1] Probablement *in diagonio*. — H.V.

« nant pour ligne de mire la droite qui passe par les signaux V et Z et la « borne R, vous n'aurez qu'à suivre la droite RK qui sera votre limite. De « même, si vous voulez revenir de R vers le point de départ P, vous retran- « cherez pour chaque *actus* les pieds de déviation, de la même manière que « vous les avez ajoutés en allant de R à K. Et ceci devra être observé, non- « seulement pour chaque *actus*, mais encore pour chaque intervalle de 60 « ou 80 pieds, en prenant plus ou moins selon que l'exige la proportion.

« Il y a une autre manière de répartir le nombre des pieds de déviation, « non-seulement dans le cas d'une limite, mais encore dans toute autre con- « dition. Faisons, par exemple (fig. 3), AB de 375, BC de 500 pieds, CD « de 1800. Si nous avons dévié en AB des quantités 12, ou 17 pieds [le « chiffre XII manque dans le texte], nous opérerons ainsi. Nous partagerons « toujours toute la portion parcourue de la limite AB, pour en avoir le rapport « à la divergence totale : ainsi, dans ce cas, je divise 375 par 12 et j'ai 31 « [$\frac{1}{2}$ dans VR], ou bien par 17, et il vient 22, avec une différence de 1 sur « le tout. Ce calcul nous servira pour une portion quelconque de la limite « et de la divergence à corriger, en allant, soit en arrière, soit en avant, « par rapport à B; car il nous apprend combien, pour corriger la dévia- « tion dans chaque cas, nous devons ajouter au chiffre obtenu, si nous « allons en avant, ou en retrancher, si nous allons en arrière.

« Dans les champs partagés (fig. 4), il arrive quelquefois que l'on ne « trouve pas les bornes en M, N, O,... le long des centuries, mais bien sur « les lignes de séparation, comme en Q, R, S.... Si ces bornes vous in- « diquent qu'en D on s'est écarté de la borne P de la quantité PD, vous « vous servirez de la limite extrême EPD, en y calculant le rapport de CP « à PD. Ce rapport vous servira à déterminer les hypoténuses correspon- « dantes CQ, CR, CS.... Ayant ensuite planté (conformément au calcul « précédent) les jalons M, N, O,... vous obtiendrez les limites des champs, « C, M, N, O....[1] » — VR.

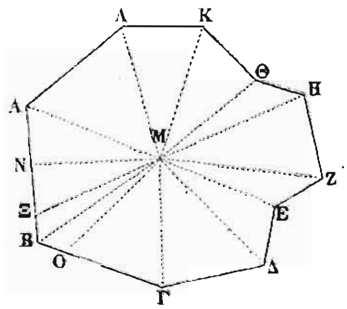
[« Dans le cas [particulier] où la borne A (fig. 5) est située dans un « angle, et l'autre B dans un autre, de telle façon qu'elles soient, l'une par « rapport à l'autre, non-seulement *en diagonale*, mais *semblablement placées* « (*similiter*), [c'est-à-dire sans doute : « si le numéro d'ordre du *cardo* de l'une « est le même que celui du *decumanus* de l'autre, »] alors, comme, dans les

[1] Le lecteur ne pourra manquer de remarquer l'analogie de cette solution avec celle que donne ci-dessus Héron (§ xxv, 2e partie). — H.V.

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

« centuries, les côtés sont égaux dans le sens de la largeur ainsi que dans « celui de la longueur, vous n'aurez, dans l'un des points de AB pris à vo- « lonté, comme en C, qu'à faire un angle droit ACD, et à prendre horizon- « talement une portion CD de la perpendiculaire, égale à la longueur AC

Κεφ. κϛʹ.



« Τὸ δοθὲν χωρίον διελεῖν διὰ τοῦ δοθέντος σημείου εἰς τὰ « δοθέντα μέρη. »

Ἔσlω δή [1] τὸ δοθὲν σημεῖον ὥσπερ ὕδρευμα, ἢ ὡς πάντες οἱ τὰς διαιρέσεις λαβόντες τῷ αὐτῷ χρῶνται ὕδατι.

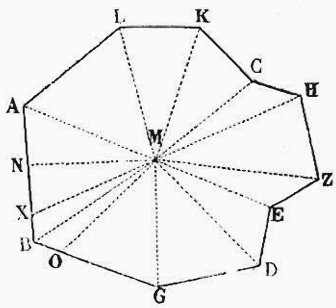
Ἔσlω τὸ δοθὲν χωρίον περιεχόμενον ὑπὸ εὐθειῶν τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ, ΕΖ, ΖΗ, ΗΘ, ΘΚ, ΚΛ, ΛΑ· ἐὰν γὰρ μὴ ὦσιν αἱ τὸ χωρίον περιέχουσαι εὐθεῖαι, ἀλλ' ἄτακτός τις γραμμὴ, ληψόμεθα ἐπ' αὐτῆς σημεῖα ὥσlε τὰς μεταξὺ αὐτῶν σύνεγγυς εὐθείας εἶναι. Τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον ἔσlω τὸ Μ, καὶ δέον ἔσlω διελεῖν εἰς ἑπlὰ ἴσα μέρη τὸ χωρίον διὰ τοῦ Μ σημείου. Ἤχθω ἐπὶ τὴν [2] ΑΒ κάθετος ἡ ΜΝ διὰ [3] τῆς διόπlρας, ὥσl' ἐννοήσωμεν ἐπιζευχθείσας τὰς ΜΑ, ΜΒ· δυνατὸν ἔσlαι τὸ ΑΜΒ [4] τριγώνιον [5] [μετρῆσαι]· τὸ γὰρ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΜΝ [6], διπλάσιόν ἐσlι τοῦ ΑΒΜ τριγώνου. Δυνατὸν δέ ἐσlι μετρῆσαι, ὡς προγέγρα-

[1] δέ. — [2] τῆς. — [3] κάθετος ἡ $\overline{μιν}$ διά. — [4] τὸ $\overline{αμ}$. — [5] τριγώνιον ne se trouve pas dans les lexiques. — [6] τῶν $\overline{αβ}$, $\overline{μη}$.

« déjà parcourue : les extrémités des perpendiculaires ainsi menées seront « sur les limites originelles [1]. »] — H.V.

[1] J'ai dû m'écarter, dans ce dernier passage, du sens donné par la traduction italienne, parce que le traducteur me paraît s'être entièrement mépris sur la signification du texte latin.

§ XXVI.



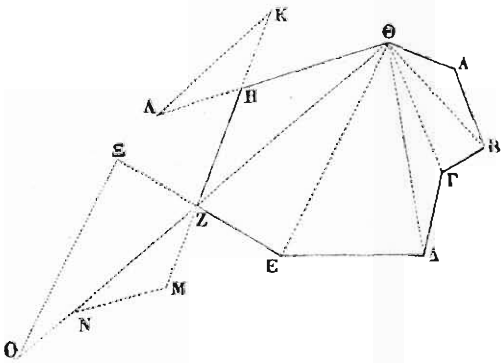
Partager un champ donné en portions données, en partant d'un point donné.

Supposons, par exemple, que le point donné soit un réservoir d'eau dont doivent jouir tous les possesseurs de ce champ.

Supposons le contour du champ formé des lignes droites AB, BG, GD, DE, EZ, ZH, HC, CK, KL, LA : si toutes les lignes qui enveloppent le champ n'étaient pas droites, et qu'il s'y rencontrât quelque ligne courbe, nous prendrions, sur son étendue, des points tels, que les lignes qui les joignent fussent presque droites. Soit M le point donné; et supposons que, à partir de ce point, le champ doive être divisé, par exemple, en sept parties égales. Menons, au moyen de la dioptre, la droite MN perpendiculaire à AB, et supposons tirées les droites MA, MB. Nous pourrons alors connaître l'aire du triangle MAB, qui a pour mesure la moitié du produit de AB par MN. Or nous savons déjà, d'après ce qui a été dit précédemment, *πῖαι, καὶ ὅλον τὸ χωρίον.* Εἰ *μὲν οὖν τὸ* ΑΒΜ *τρίγωνον ἕβδομον μέρος ἐσῖὶ τοῦ ὅλου χωρίου, ἔσῖαι τὸ* ΑΒΜ *τρίγωνον ἓν τῶν μερῶν· εἰ δὲ μεῖζον*[1], *ἀφελεῖν δεῖ ἀπ' αὐτοῦ, διαγαγόντα τὴν* ΜΞ[2], *καὶ ποιεῖν τὸ* ΑΜΞ *τριγώνιον ἴσον τῷ ἑβδόμῳ μέρει τοῦ ὅλου χωρίου·* [*εἰ*] *δὲ μεῖόν ἐσῖι τὸ* ΑΒΜ *τριγώνιον τοῦ ἑβδόμου, δεήσει ἀπὸ τοῦ* ΒΓΜ *τριγώνου ἀφελεῖν τὸ* ΒΜΟ *τρίγωνον, ὃ, μετὰ τοῦ* ΑΜΒ[3] *τριγώνου, ἕβδομον ἔσῖαι μέρος τοῦ ὅλου χωρίου· ὡς δεῖ δὲ ἀφελεῖν τρίγωνον ἢ προσθεῖναι, ἑξῆς δείξομεν.* Οὕτως *οὖν καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν τριγώνων ἐπιλογιζόμενοι, διεξελοῦμεν τὸ χωρίον εἰς τὰ δοθέντα μέρη ἀπὸ τοῦ* Μ *σημείου.*

[1] *μείζων.* — [2] *τὴν μεταξύ.* — [3] *τοῦ* $\overline{αμ}$ ∇.

Κεφ. *κζ'.*



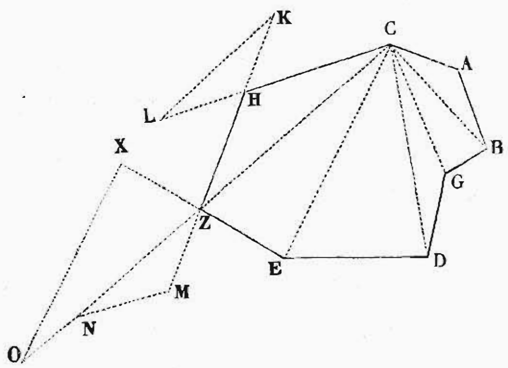
« Τὸ *δοθὲν χωρίον μετρῆσαι, μὴ εἰσελθόντα εἰς τὸ χωρίον,* » *ἤτοι διὰ φυτείας*[1] *πυκνότητα, ἢ διὰ οἰκοδομημάτων ἐμποδισμόν, ἢ διὰ τὸ μὴ ἐξεῖναι εἰς τὸ χωρίον εἰσιέναι.*

Ἐ*σῖω τὸ δοθὲν χωρίον περιεχόμενον ὑπὸ εὐθειῶν τῶν* ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ, ΕΖ, ΖΗ, ΗΘ, ΘΑ. Ἐ*κϐεϐλήσθωσαν αἱ* ΖΗ, ΘΗ, *ἐπὶ τὰ ἐκτὸς τοῦ χωρίου μέρη, ἤτοι διὰ κανόνων, ἢ σπάρτων*[2]*· καὶ τῆς μὲν* ΖΗ *μέρος τι κείσθω ἡ* ΗΚ, *τῆς δὲ* ΘΗ *τὸ αὐτὸ μέ-*

[1] *φυτίας.* — [2] *σπάρτου.*

mesurer le terrain entier. Alors, si le triangle AMB en est la septième partie, ce sera la première portion; s'il est plus grand, il faudra tirer une ligne MX qui forme, en dehors, le triangle BMX égal au surplus. Si, au contraire, il est plus petit, il faut prendre sur le triangle BMG un triangle BMO, qui, ajouté à AMB, fasse une somme égale au septième demandé. Quant à la manière de retrancher ou d'ajouter un triangle, c'est une chose que nous verrons plus tard (§ XXIX). En opérant de la même manière sur les autres triangles, nous aurons partagé le champ en sept portions égales, au moyen de lignes tirées du point M.

§ XXVII.



Mesurer un champ où l'on ne peut pénétrer, soit à cause d'une plantation épaisse, soit à cause d'embarras provenant de constructions, soit enfin parce qu'il n'est pas permis d'y entrer.

Supposons que le contenu du champ donné suive les droites AB, BG, GD, DE, EZ, ZH, HC, CA. Prolongeons les droites ZH, CH, en dehors du champ, soit avec des perches, soit avec des cordes, de telle sorte que HK soit la même portion de ZH ρος ἡ ΗΛ[1]· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΚΛ· ἔσται δὴ καὶ ἡ ΚΛ τὸ αὐτὸ μέρος τῆς ΘΖ. Καὶ ὃν λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ πρὸς τῷ ἀπὸ τῆς ΗΚ, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει καὶ τὸ ΖΗΘ τρίγωνον πρὸς τῷ[2] ΗΚΛ τριγώνῳ, διὰ τὸ παράλληλον γίνεσθαι τὴν ΖΘ τῇ ΚΛ· οἷον, εἰ τύχοι, εἰ πενταπλασία ἐστὶν ἡ ΖΗ τῆς ΗΚ, ἔσται τὸ ΖΗΘ τρίγωνον πέντεκαιεικοσαπλάσιον[3] τοῦ ΗΚΛ τριγώνου. Δυνατὸν δὲ μετρῆσαι τὸ ΗΚΛ τρίγωνον, ἐπειδήπερ ἔχω τὰς πλευρὰς αὐτοῦ (τοῦτο γὰρ ἑξῆς δείξομεν)· δυνατὸν οὖν καὶ τοῦ ΖΗΘ τριγώνου τὸ ἐμβαδὸν πορισθῆναι. Ἐὰν οὖν νοήσωμεν ἐπιζευχθείσας τὰς ΘΖ, ΘΕ, ΘΔ, ΘΓ, ΘΒ, καὶ εὕρωμεν ἑκάστου τῶν[4] ΘΕΖ, ΘΕΔ, ΘΔΓ[5], ΘΓΒ, ΘΒΑ τριγώνων τὸ ἐμβαδὸν, ἔσται καὶ [τὸ] ὅλου[6] τοῦ χωρίου πεπορισμένον.

Ἐκβεβλήσθω ἡ ΗΖ ἐπὶ τὸ Μ, καὶ κείσθω τῇ ΗΚ ἴση ἡ ΖΜ· καὶ ἐπὶ τῆς ΖΜ σχοινίῳ κεκλάσθωσαν αἱ ΖΝ[7], ΝΜ, ὥστ' ἴσην εἶναι τὴν μὲν ΖΝ τῇ ΚΛ, τὴν δὲ ΝΜ τῇ ΗΛ[8]· ἐπειδὴ [ἡ ΖΜ τῇ ΗΖ ἐπ' εὐθείας, ἔσται] καὶ ἡ ΝΖ τῇ ΖΘ ἐπ' εὐθείας. Ἐκβεβλήσθω δὲ καὶ ἡ ΕΖ ἐπὶ τὸ Ξ· καὶ τῆς μὲν ΕΖ μέρος ἔστω ἡ ΖΞ, τῆς δὲ ΘΖ τὸ αὐτὸ μέρος ἡ ΖΟ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΞΟ· ἐπειδὴ καὶ ἡ ΞΟ το αὐτὸ μέρος τῆς ΘΕ, [ἔσται] καὶ παράλληλος αὐτῇ. Καὶ ἔτι ὡς τὸ ἀπὸ ΕΖ πρὸς τῷ ἀπὸ ΖΞ, [οὕτω] τὸ ΕΘΖ τρίγωνον πρὸς τῷ ΞΖΟ τριγώνῳ· δυνάμεθα δὲ πορίσασθαι τὸ ΖΞΟ, ἐπειδήπερ ἑκάστην τῶν πλευρῶν αὐτοῦ δυνατόν ἐστι μετρῆσαι· ὥστε καὶ το ΕΘΖ τρίγωνον πορίσασθαι δυνατόν ἐστιν.

Ὁμοίως δὴ καὶ ἑκάστου τῶν λοιπῶν τριγώνων τὸ ἐμβαδὸνποριούμεθα· ὥστε καὶ τοῦ ὅλου χωρίου δυνατόν ἐστι τὸ ἐμβαδὸν πορίσασθαι.

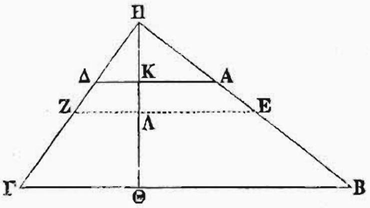
[1] ἡ κλ. — [2] πρὸς τό. — [3] πεντε καὶ εικ. — [4] τὸν — [5] θδτ. — [6] ἐστὶ καὶ ὅλα. — [7] αἱ ζν — [8] τῇ κλ.

que HL l'est de CH, et menons la droite KL : ce sera aussi une portion égale de CZ, à laquelle elle sera parallèle; et les triangles donneront la proportion ZHC : HKL : : $\overline{ZH}^2 : \overline{HK}^2$. Si, par exemple, la droite ZH vaut 5 fois HK, le triangle ZHC vaudra 25 fois le triangle HKL. Or nous pouvons mesurer l'aire du triangle HKL, puisque nous en connaissons les côtés (comme nous le démontrerons plus loin [§ xxx]); nous pouvons donc, par conséquent, déterminer celle du triangle ZHC. Ainsi, imaginons le champ décomposé en triangles CEZ, CED, CDG, CGB, CBA, au moyen des droites CZ, CE, CD, CG, CB, et calculons l'aire de chacun : nous aurons, par suite, celle du champ tout entier.

Pour cela, prolongeons HZ vers M, et prenons ZM = HK; puis, au moyen d'un cordeau, assemblons aux extrémités de ZM les deux lignes ZN, NM, de sorte que ZN = KL et NM = HL; puisque ZM et HZ sont en ligne droite, NZ et ZC seront aussi en ligne droite. Prolongeons EZ vers X; et soit fait EZ : ZX : : CZ : ZO. En joignant XO, cette droite sera homologue et parallèle à CE; et les triangles donneront ECZ : ZXO : : $\overline{EZ}^2 : \overline{ZX}^2$. Mais nous pouvons connaître l'aire ZXO, puisque nous en avons les trois côtés; nous pouvons donc aussi déterminer l'aire du triangle ECZ.

Nous calculerons de la même manière [en suivant chaque contour partiel] les aires des triangles restants; et nous aurons l'aire du champ tout entier.

Κεφ. κη'.



Τὰ δὲ ὑπερτεθέντα νῦν δείξομεν.

« Τραπεζίου δοθέντος » τοῦ ΑΒΓΔ, παράλληλον ἔχοντος τῇ ΑΔ τὴν ΒΓ, καὶ ἔτι ἑκατέραν αὐτῶν, καὶ τὴν μὲν ἐπ' αὐτὰς κάθετον δοθεῖσαν, « ἀγαγεῖν παράλληλον » τῇ ΑΔ, ὡς τὴν ΕΖ, « ἀπολαμβάνουσαν[1] » τὸ ΑΔΕΖ « τραπέζιον δοθὲν τῷ μεγέθει. »

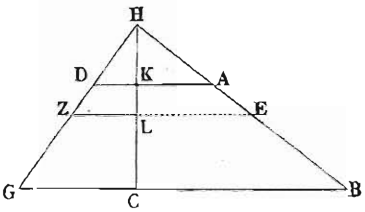
Γεγονέτω* δὴ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΒΑ, ΓΔ, ἐπὶ τὸ Η· καὶ κάθετος ἡ ΗΘ. Ἐπεὶ οὖν ἑκατέρα τῶν ΑΔ, ΒΓ, δοθεῖσά ἐστι τῷ μεγέθει, λόγος ἄρα τῆς ΒΓ πρὸς ΑΔ δοθεὶς, ὥστε καὶ τῆς ΘΗ πρὸς ΗΚ, καὶ τῆς ΘΚ ἄρα πρὸς ΚΗ· καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ΘΚ, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΚΗ. Ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΔ δοθεῖσα· δέδοται οὖν καὶ τὸ ΑΔΗ τρίγωνον τῷ μεγέθει· δέδοται ἄρα καὶ ὅλον τὸ ΗΕΖ τρίγωνον· λόγος ἄρα τοῦ ΗΕΖ τριγώνου πρὸς τῷ ΗΑΔ τριγώνῳ[2] δοθεὶς, ὥστε καὶ τοῦ ἀπὸ ΛΗ πρὸς τῷ ἀπὸ ΚΗ λόγος ἐστὶ δοθείς· καὶ ἔστι δοθὲν τὸ ἀπὸ τῆς ΗΚ, δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΗΛ· δοθεῖσα ἄρα ἡ ΗΛ[3]. Ἀλλὰ (καὶ ἡ ΗΘ, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΛΘ· δοθεῖσά ἐστι θέσει[4] ἄρα ἡ ΕΖ· ἀλλὰ**) καὶ ἡ ΗΚ δοθεῖσα, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΚΛ· δοθεῖσά ἐστι θέσει ἄρα καὶ ἡ ΕΖ[5].

Συντεθήσεται δὴ οὕτως. Ἔστω ἡ μὲν ΒΓ μοιρῶν ιδ̄, ἡ [δὲ] ΑΔ μοιρῶν ἑπτὰ, ἡ δὲ ἐπ' αὐτὴν κάθετος μοιρῶν ϛ̄. Ἐπεὶ οὖν δι-

[1] ἀπολαμβάνουσα. — [2] τὸ ηαδ τρίγωνον. — [3] ἄρα ἡ $\overline{\lambda\eta}$. — [4] θέσις. — [5] ἡ εβ.

* Γεγονέτω, *les choses étant disposées ainsi qu'il est dit.* Cette formule, également employée au paragraphe suivant (voir aussi § VII), paraît être consacrée pour remplacer la formule ἔστω... dans le cas où la figure, avec sa légende, est déjà décrite et consignée dans l'énoncé de la proposition, c'est-à-dire dans le cas où l'ἔκθεσις et le

§ XXVIII.



Maintenant nous allons démontrer les divers points qui ont été laissés en arrière, et premièrement :

Étant donné un trapèze ABGD, ainsi que ses deux côtés parallèles AD, BG, et la droite qui leur est perpendiculaire, *mener une droite* EZ *parallèle à la base* AD, *de manière à retrancher du trapèze donné un trapèze* AEZD *de grandeur donnée.*

Les données étant admises conformément à l'énoncé, prolongeons les deux lignes BA, GD, jusqu'à leur rencontre en H, et abaissons la perpendiculaire HKC. Puisqu'on donne la longueur des deux droites BG, AD, on donne aussi leur rapport, et, par suite, le rapport CH : KH, et, par conséquent aussi, le rapport CK : KH. Mais CK est donné; donc KH l'est aussi. D'un autre côté, puisque AD est donné, le triangle HAD l'est également en grandeur, et, par suite, il en est de même du triangle total HEZ; donc le rapport de HEZ à HAD, et, par conséquent, celui de $\overline{HL}^2$ à $\overline{HK}^2$, nous est donné; or, $\overline{HK}^2$ nous étant donné, il en sera de même de $\overline{HL}^2$, et, par conséquent, de HL. Mais HK est donné; donc KL est aussi donné; et, par conséquent, EZ est donné de position.

Pour faire une application, soit BG = 14, AD = 7, KC = 6.

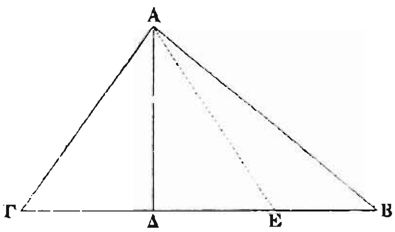
διορισμὸς sont réunis, pour abréger, à la πρότασις. (Conf. Procl. *in Eucl.* lib. II. cap. VIII; et Hauber, *Chrestom. geometr* p. 297.) — H.V.

** Les mots mis ici entre parenthèses ne forment qu'une simple variante de la manière de tirer la conclusion. (Voy. § VII, une rédaction analogue.)

πλασία ἐστὶν ἡ ΒΓ τῆς ΑΔ, ὅλη ἄρα ἡ ΘΗ [1] τῆς ΗΚ ἐστὶ διπλασίων· καὶ ἔστιν ἡ ΚΘ μοιρῶν ἕξ· ἔσται ἄρα καὶ [ἡ] λοιπὴ μοιρῶν ϛ· ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΔ μοιρῶν ζ· τὸ ἄρα ΑΔΗ τρίγωνον ἔσται μοιρῶν κα. Δέον οὖν ἔστω τὸ ἀφαιρούμενον τραπέζιον ποιεῖν μοιρῶν ιθ· ὅλον ἄρα τὸ ΗΕΖ τρίγωνον ἔσται μοιρῶν μ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΗΚ μοιρῶν ἐστὶν ϛ, τὸ ἄρα ἀπ' αὐτῆς μοιρῶν ἐστὶ λϛ. Πολλαπλασιάζω οὖν τὰ λϛ ἐπὶ τὰ μ· γίνεται ͵αυμ [2]· καὶ παραβάλλω παρὰ τὸν κα, γίνεται ξη ∠' ιδ' [3]· καὶ τούτων πλευρὰ τετραγωνικὴ γίνεται ὡς ἔγγιστα η βξ [4]· ἔσται οὖν ἡ ΗΛ μοιρῶν η καὶ βξ [5], ὧν ἡ ΗΚ μοιρῶν ϛ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΚΛ μοιρῶν β καὶ βξ· ὥστ' ἐὰν ἀπὸ τῆς καθέτου ἀφέλω μοίρας β καὶ βξ, καὶ παράλληλον ἀγάγω, ἔσται τὸ ἀφαιρούμενον τραπέζιον μοιρῶν [6] ιθ.

[1] ἡ πο. — [2] αυμς. — [3] ξησιδ. — [4] ὡς ἔγγιστα ἡ κβξ. — [5] καὶ ἡ βξ. — [6] μοιρῶν.

Κεφ. κθ'.



« Τριγώνου ὄντος » τοῦ ΑΒΓ, « καὶ καθέτου » τῆς ΑΔ, « διαγαγεῖν » τὴν ΑΕ « ἀπολαμβάνουσαν » τὸ ΑΒΕ « τρίγωνον « δοθέν. »

Γεγονέτω*·

Δοθὲν οὖν καὶ τὸ ὑπὸ ΑΒΕ· δοθὲν ἄρα τὸ Ε.

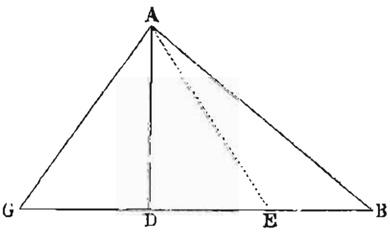
Ἔστω οὖν ἡ ΑΔ κάθετος μοιρῶν ϛ· τὸ δὲ ἀφαιρούμενον τρί-

* Voyez, sur ce mot, la note du paragraphe précédent.

Puis donc que BG est double de AD, CH est le double de HK, et, puisque CK vaut 6, HK vaut également 6; d'ailleurs, AD valant 7, par suite, le triangle HAD = 21. Supposons que le trapèze à retrancher, AEZD, vaille 19 : le triangle entier, HEZ, vaudra 40; et, puisque HK vaut 6, son carré vaut 36. Je multiplie donc 36 par 40, il vient 1440; je divise ce produit par 21; il vient $68 \frac{4}{7}$ [1], dont la racine carrée est approximativement $8 \frac{2}{7}$: telle est donc la valeur de HL. Dans ce nombre, HK entrant pour 6, le reste KL = $2 \frac{2}{7}$; de sorte que, si de la perpendiculaire KC je retranche KL = $2 \frac{2}{7}$ et que je mène la parallèle ELZ, le trapèze retranché vaudra 19.

[1] Dans le grec, $68 + \frac{1}{2} + \frac{1}{14}$.

§ XXIX.



Étant donné un triangle ABG *ainsi que sa hauteur* AD, *mener une droite* AE [*parallèle à sa base*] *de manière à retrancher un triangle donné* ABE.

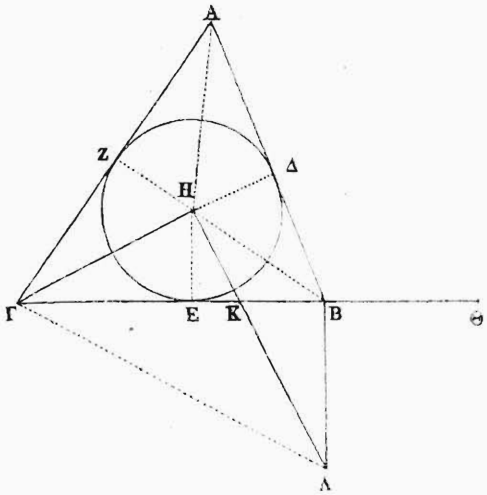
Les données étant admises :

Puisqu'on nous donne encore le triangle ABE, on nous donne donc aussi le point E.

Soit la hauteur AD = 6, et le triangle à retrancher = 45. Je γωνον μοιρῶν μ̅ε̅. Δὶς τὰ μ̅ε̅ γίνονται ϟ̅[1]· παραβάλλω παρὰ τῶν ϛ̅[2], γίνονται πέντε καὶ δέκα· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΕ, ἔσται δὴ τὸ ΑΒΕ[3] τρίγωνον μοιρῶν μ̅ε̅.

[1] Διὸ τὰ μ̅ε̅ γ̅γ̅ϙ. — [2] παρὰ τῶν ν̅ϛ̅. — [3] τὸ α̅β̅.

Κεφ. λ'.



« Τριγώνου δοθεισῶν τῶν πλευρῶν, εὑρεῖν τὸ ἐμβαδόν. »

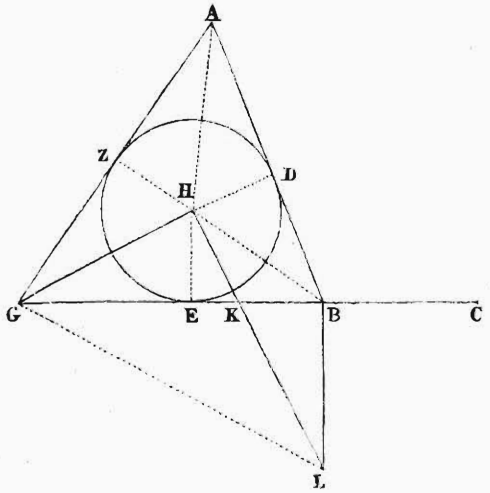
Δυνατὸν μὲν οὖν ἐστὶν ἀγαγόντα μίαν κάθετον, καὶ πορισάμενον αὐτῆς τὸ μέγεθος, εὑρεῖν τοῦ τριγώνου τὸ ἐμβαδόν· δεδόσθω δὲ χωρὶς τῆς καθέτου τὸ ἐμβαδὸν πορίσασθαι.

Ἔστω τὸ δοθὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ ἔστω ἑκάστη τῶν πλευρῶν δοθεῖσα· εὑρεῖν τὸ ἐμβαδόν. Ἐγγεγράφθω δὴ[1] εἰς τὸ τρίγωνον κύκλος ὁ ΔΕΖ οὗ [κέντρον] ἔστω τὸ Η[2]· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΑ, ΗΒ, ΗΓ, ΗΔ, ΗΕ, ΗΖ. Τὸ μὲν ἄρα ὑπὸ ΒΓ, ΗΕ, διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΒΗΓ τριγώνου, τὸ δὲ ὑπὸ ΑΒ, ΗΔ, τοῦ ΑΗΒ, τὸ δὲ ὑπὸ ΑΓ, ΗΖ, τοῦ ΑΓΗ. Τὸ οὖν ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ ΑΒΓ τριγώνου καὶ τῆς ΗΕ, τουτέστι τῆς ἐκ [τοῦ κέντρου] τοῦ ΔΖΕ

[1] δὲ. — [2] οὗ ιε ἔστω τὸ η̅.

double 45, ce qui donne 90, et je divise par 6 : il vient 15 = BE. Je joins AE, et j'ai le triangle ABE = 45.

§ XXX.



Étant donnés les côtés d'un triangle, en trouver l'aire.

On peut, il est vrai, en menant une perpendiculaire [d'un sommet au côté opposé] et mesurant sa longueur, trouver l'aire du triangle. Mais on propose de mesurer l'aire sans connaître la hauteur.

Soit ABG le triangle proposé; et soit donné chacun de ses côtés : on demande d'en trouver l'aire. Inscrivons dans le triangle donné le cercle DEZ dont le centre est H, et menons HA, HB, HG, HD, HE, HZ. Le produit BG $\times$ HE sera le double du triangle BHG; AB $\times$ HD sera le double du triangle AHB; et enfin AG $\times$ HZ sera le double du triangle AHG. Donc le produit du périmètre du triangle ABG par le rayon HE du cercle

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

κύκλου, διπλάσιόν[1] ἐσῖι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου. Ἐκϐεϐλήσθω ἡ ΓΒ, καὶ τῇ ΑΔ ἴση κείσθω ἡ ΒΘ· ἡ ἄρα ΘΓ ἡμίσειά ἐσῖι τῆς ϖεριμέτρου· τὸ ἄρα ὑπὸ ΘΓ, ΕΗ, ἴσον ἐσῖὶ τῷ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐμϐαδῷ[2]· ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΕΗ, ϖλευρά ἐσῖι τοῦ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὸ ἀπὸ (τοῦ) ΕΗ· τοῦ ἄρα ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὸ ἀπὸ ΕΗ ἡ ϖλευρὰ ἔσῖαι τὸ τοῦ τριγώνου[3] ἐμϐαδόν. Ἤχθω τῇ ΗΓ[4] ϖρὸς ὀρθὰς ἡ ΗΛ, τῇ δὲ ΒΓ ἡ ΒΛ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΛ[5]. Ἐπεὶ οὖν ὀρθή ἐσῖιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΓΗΛ, [ΓΒΛ, γωνιῶν,] ἐν κύκλῳ ἄρα ἐσῖὶ τὰ Γ, Η, Β, Λ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΗΒ, ΓΛΒ[6], δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· [καὶ] διὰ τὸ δίχα τέμνεσθαι τὰς ϖρὸς τῷ Η γωνίας[7], ταῖς ΑΗ, ΒΗ, ΓΗ, ἴση ἄρα ἐσῖὶν ἡ ὑπὸ ΑΗΔ τῇ ὑπὸ ΓΛΒ. Ὅμοιον ἄρα τὸ [τρίγωνον] ΑΗΔ[8] τῷ ΓΒΛ τριγώνῳ· ὡς ἄρα ἡ ΒΓ ϖρὸς ΒΛ[9], ἡ ΑΔ ϖρὸς ΔΗ, τουτέσῖιν ἡ ΘΒ ϖρὸς ΗΕ· καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΓΒ ϖρὸς ΒΘ, ἡ ΒΛ ϖρὸς ΗΕ[10], τουτέσῖιν ἡ ΒΚ ϖρὸς ΚΕ· καὶ συνθέτως, ὡς ἡ ΓΘ ϖρὸς ΘΒ, οὕτως ἡ ΒΕ ϖρὸς ΕΚ[11]. Ὥσῖε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΓΘ ϖρὸς τῷ ὑπὸ ΓΘ, ΘΒ, οὕτω τὸ ὑπὸ ΒΕ, ΕΓ, ϖρὸς τῷ ὑπὸ ΓΕ, ΕΚ[12], τουτέσῖι ϖρὸς τῷ ἀπὸ ΗΕ· ὥσῖε τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὸ ἀπὸ ΕΗ[13], οὗ ϖλευρὰ ἦν τὸ τρίγωνον, ἴσον ἔσῖαι τῷ ὑπὸ ΓΘ, ΘΒ, ἐπὶ τὸ ὑπὸ ΓΕ, ΕΒ[14]. Καὶ ἔσῖι[15] δοθεῖσα ἑκάσῖη τῶν ΓΘ, ΘΒ, ΒΕ, ΕΓ· ἡ μὲν ΓΘ ἡμίσειά ἐσῖι τῆς ϖεριμέτρου· ἡ δὲ ΘΒ ὑπεροχὴ ᾗ ὑπερέχει[16] ἡ ἡμίσεια τῆς ϖεριμέτρου, τῆς ΒΓ· [ἡ δὲ ΒΕ ᾗ ὑπερέχει ἡ ἡμίσεια τῆς ϖεριμέτρου, τῆς ΑΓ]· ἡ δὲ ΓΕ ᾗ ὑπερέχει ἡ ἡμίσεια τῆς ϖεριμέτρου, τῆς ΑΒ· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ἐμϐαδὸν τριγώνου.

Συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἔσῖω ἡ μὲν ΑΒ μοιρῶν ιγ, ἡ δὲ ΒΓ μοιρῶν ιδ, ἡ δὲ ΓΑ μοιρῶν ιε. Συνθέντες τὰς ϖλευρὰς[17], γίνονται μβ· τούτων τὸ ἥμισυ κα. Ἄφελε τὰ ιγ, λοιπὸν η· καὶ τὰ ιδ[18], λοιπὸν ζ· καὶ τὰ ιε, λοιπὸν ς. Τὰ κα, η, ζ, ς [ϖολλαπλα-

[1] τοῦ δξε ὁ διπλ. — [2] ἐμϐαδόν. — [3] τῷ τριγ. — [4] τῇ νγ. — [5] ἡ γδ. — [6] ἀπὸ γη. γλ. — [7] ϖρὸς τὸ ἡ γῶν. — [8] ἄρα τὸ τουτέσῖιν ἡ θβ αηδ. — [9] ἡ βγ ϖρὸς αβλ. — [10] ἡ βλ ϖρὸς νε. — [11] ἡ βε ϖρὸς ηκ. — [12] ὑπὸ γθβ... ὑπὸ βεγ... ὑπὸ γεκ. — [13] ἀπὸ θη. — [14] ὑπὸ γθβ. ἐπεὶ τὸ ὑπὸ γεβ. — [15] ἔσῖαι. — [16] ἡ δὲ θβ ὑπεροχὴν ὑπ. — [17] τὰς Γ'. — [18] λοιπὸν η ἡ τὰ ιδ.

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

DEZ est double du triangle ABG. Prolongeons GB et prenons BC = AD; GC sera la moitié du périmètre. Donc le produit GC × HE (ou la racine carrée du produit $\overline{GC}^2 \times \overline{HE}^2$) sera l'aire du triangle. Menons HKL perpendiculaire à HG, puis BL perpendiculaire à BG, et joignons GL. Puisque chacun des deux angles GHL, GBL, est droit, les points G, H, B, L, sont tous quatre sur une même circonférence de cercle; et les angles GHB, GLB, forment une somme égale à deux droits. Donc, en raison de ce que les droites HA, HB, HG, divisent en deux parties égales les trois angles formés autour du point H [par les rayons du cercle inscrit], l'angle AHD est égal à l'angle GLB; et le triangle HAD semblable au triangle GLB. On a donc GB : BL :: AD : DH, ou :: BC : HE; *alternando*, GB : BC :: BL : HE, ou :: BK : KE; et *componendo*, GC : BC :: EB : EK. De sorte que l'on aura encore $\overline{GC}^2$: GC × BC :: GE × EB : GE × EK ou $\overline{HE}^2$. D'où il suit que le produit GC × BC × GE × EB est égal à $\overline{GC}^2 \times \overline{HE}^2$, dont la racine carrée mesure l'aire du triangle. Or les quatre droites qui forment ce produit sont connues : en effet, GC est la moitié du périmètre; BC est l'excès de ce demi-périmètre sur le côté BG; GE, l'excès du même périmètre sur le côté AB; et enfin EB est l'excès sur le côté AC. Donc, en résumé, l'aire du triangle est donnée.

Prenons un exemple : Soit AB = 13, BG = 14, GA = 15. Ajoutons les côtés : on a 42, dont la moitié est 21. Retranchons 13, il reste 8; puis 14, il reste 7; puis 15, il reste 6. Multipliant entre eux ces quatre nombres 21, 8, 7, 6, on a σιασθέντα] δι' ἀλλήλων, γίνονται $\overline{\text{͵ζυς}}$[1]· τούτων ἡ πλευρὰ ἔσται $\overline{\text{πδ}}$[2]. Τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου $\overline{\text{πδ}}$ [ἐστίν].

[1] γιν. $\overline{\text{ζης}}$. — [2] ἔσται $\overline{\text{ηδ}}$.

« Voici enfin, dans son antique simplicité, la démonstration d'un problème devenu célèbre parmi les curiosités géométriques. Klügel, dans son *Dictionnaire mathématique*, en ayant déjà donné l'histoire depuis le temps de Luc Pacioli, je restreindrai ce que je veux en dire aux temps antérieurs à cette époque.

« On conserve à la Bibliothèque de Berne deux manuscrits remontant, l'un à l'année 1004, l'autre à un siècle plus haut. Ces manuscrits, assez différents l'un de l'autre, renferment la géométrie de Boëce, disposée confusément, et interpolée de fragments pris dans Columelle, Cassiodore, Isidore, ainsi que dans les gromatiques romains. Au nombre de ces fragments s'en trouve un concernant la mesure pratique des surfaces des figures, écrit dans un style moins obscur et plus naturel que celui de la géométrie de Boëce; d'où l'on peut conjecturer avec vraisemblance que c'est le travail de quelqu'un des gromatiques romains. Or, parmi les opérations pratiques, il contient la suivante :

« *Omne trigonum una ratione podismare, ut puta orthogonium, oxigonium, et « ambligonium.* Sic quæritur. Cujuslibet ex tribus triangulis tres numeros « jungo in unum, ut puta orthogonium cujus numeri dantur, cathetus qui- « dem pedes VI, basis pedes VIII, hypotenusa pedes X. Hos tres numeros « jungo, fiunt XXIV. Hujus semper sumo dimidium, id est XII. Hoc sepono, « et de hoc numero, id est de XII, tollo singulos numeros. [Tollo cathetum « ped. VI, relinquuntur VI,] pono sub XII. Item basim ped. VIII tollo de XII, « reliquum [IV] pono sub VI. Hypotenusam ped. X tollo de XII, relinquun- « tur II, pono sub IV. Deinde multiplico VI per IV, fiunt XXIV; hoc duco bis, « fiunt XLVIII; hoc duco per XII, fiunt DLXXVI. Hujus sumo latus, id est XXIV : « erit embadum. »

« J'oserais affirmer que Boëce a extrait des fragments cités ci-dessus plusieurs des opérations pratiques qui y sont rapportées, en les traduisant dans son style, dégénéré de la pureté et de la simplicité des anciens. Parmi les nombreux exemples que je pourrais citer en preuve, je me bornerai au suivant :

7056, dont la racine carrée est 84. Donc l'aire du triangle est 84.

« D'après l'anonyme (dans les manuscrits de Berne).

« Omnis forma normaliter quatuor li- « neis comprehensa, si longitudo ejus per « latitudinem metiatur, ut si xv per xv du- « cas, facient ccxxv, qui sunt constrati « pedes subjectæ formæ. »

« D'après Boëce (édition de 1570, page 1528).

« Omnis tetragonus normaliter consti- « tutus, latitudinem longitudine multipli- « cante, arealem constituit planitudinem, « et podismum sine dubio absolvit. Pona- « tur tetragonus pari numero consignatus, « id est 8, quos per se, latitudinem per « longitudinem multiplicans 64 efficiam, « embadum videlicet subtus descripti te- « tragoni. »

« On rencontre, sous le nom d'Héron le Jeune, trois Géodésies différentes entre elles : la première, traduite et publiée par Barocci; la seconde, succincte et brève, et dont je possède une copie manuscrite; la troisième, tout à fait différente de la première et beaucoup plus diffuse que la seconde, dont Dasypodius a publié quelques passages en 1579 dans un volume in-8°. Montfaucon a extrait de la même rédaction un fragment sur les unités[1] de mesure, qu'il a inséré dans ses *Analecta græca* (in-4°, 1688); et, avant ces deux savants, Georges Valla en avait traduit les opérations pratiques, dont est formé presque entièrement son quatorzième livre *De expetendis et fugiendis rebus*. La première de ces Géodésies ne contient pas notre problème; mais il se trouve dans les deux autres, quoique sans démonstration, suivant l'usage de leur auteur. On peut le lire dans la traduction de Valla, avec les mêmes nombres 13, 14, 15, que nous avons vus donnés comme exemple par Héron l'Ancien, dont le Jeune avait entre les mains l'ouvrage *Sur la dioptre*.

« La solution de ce même problème est également donnée, sans aucune démonstration, dans la Géométrie grecque inédite de Jean Pediasimus, écrite dans le goût de celle d'Héron le Jeune.

« L'Académie de Bâle possède un manuscrit ancien dans lequel on lit, traduit de quelque langue orientale dans un latin barbare, un traité intitulé : *Liber trium fratrum de geometria*. Il commence ainsi : *Verba filiorum Moysi*

[1] Voyez § VIII.

filii Sehiæ, id est Mahameti, Hameti et Hason. Les trois frères reproduisent quelques démonstrations empruntées à *Archiménide* et à *Mileus* (*sic*, au lieu d'*Archimède* et *Ménélas*) sur la mesure du cercle, de la sphère et du cône, sur les moyennes proportionnelles, sur la trisection de l'angle : « Et po« suimus præter id modum convenientem quo scitur embadum omnis trian« guli; et isto modo quamvis jam usi sunt multi homines et sciverint ipsum, « tamen ipsi omnes usi sunt eo, aut plures eorum, secundum modum cre« dulitatis, præterquam quod sciverint demonstrationem super ejus veri« tate. » La démonstration qu'ils donnent de la méthode d'Héron s'accorde, pour la figure et le sens, avec celle de Luc Pacioli.

« Mais la démonstration de Pacioli est traduite presque littéralement de la Géométrie de Léonard de Pise, que j'ai vue en manuscrit chez le célèbre professeur Guglielmini, mon collègue, et que j'ai copiée, en 1797, dans le manuscrit n° 7223 de la Bibliothèque de Paris. Il est notoire que Léonard de Pise avait pris chez les Orientaux ses connaissances mathématiques.

« Ramus, à la fin de ses *Scholæ mathematicæ*, attribue la même démonstration de Pacioli, copiée par Tartaglia, à Jordan Nemorarius. J'ai lu de celui-ci l'ouvrage manuscrit *De triangulis*, et je n'y ai trouvé aucun indice du problème d'Héron; cependant il est très-possible que Jordan en ait parlé dans un autre de ses écrits; en effet, j'ai vu qu'il copie dans le livre déjà cité *des trois frères* la solution du problème des deux moyennes.

« La démonstration d'Héron l'Ancien, que j'ai rapportée, non-seulement est plus facile que celle des *trois frères*, reproduite ensuite par Pacioli et par les géomètres du XVIe et du XVIIe siècle; mais encore elle ne le cède, ni pour l'élégance ni pour la simplicité, à aucune autre plus récente, sans en excepter même celles d'Euler (*Novi comment. Petropol.* ann. 1747) et de Boscovich (*Oper.* t. V, opusc. 14). » — VR.

Pour compléter cette note relative à la mesure de l'aire du triangle en fonction des trois côtés, je ne puis rien faire de mieux que de renvoyer le lecteur au savant ouvrage de M. Chasles, intitulé, *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie;* on y trouvera, note XII, p. 431 et suivantes, l'historique complet de la curieuse proposition qui fait l'objet de ce paragraphe, non-seulement chez les Grecs, mais chez les Indiens, les Arabes, les Latins, et les Occidentaux au moyen âge.

Voyez aussi, tome V des *Nouvelles annales de mathématiques* rédigées par

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

MM. Terquem et Gerono, p. 557, la traduction de la partie géométrique de l'Algèbre de Abou Abdallah Mohammed ben Moussa (al Khowarezmi), avec une introduction et des notes par M. Aristide Marre. Voici comment le savant traducteur résume, dans sa note 24, les observations de M. Chasles: « Les nombres 13, 14, 15, sont très-remarquables en ce qu'ils sont ceux « choisis à plusieurs siècles d'intervalle, non-seulement par les Hindous, mais « aussi par Héron d'Alexandrie, Héron le Jeune, les trois fils de Moussa ben « Shaker, Léonard de Pise, Jordan, Lucas de Burgo, Georges Valla, Tar- « talea, etc. L'usage général de ces trois nombres semblait dire qu'ils « avaient une origine commune; mais M. Chasles, en y réfléchissant davan- « tage, ne tarda pas à reconnaître que ces nombres n'offraient probable- « ment pas les secours historiques qu'il avait espérés d'abord. En effet, on « aura cherché naturellement, pour les trois côtés du triangle à proposer « en exemple, trois nombres pour lesquels l'aire de ce triangle, et consé- « quemment la hauteur, fussent exprimées en nombres rationnels. Cette « question se réduit à construire deux triangles rectangles en nombres ra- « tionnels, ayant un côté commun. Maintenant, parmi tous les systèmes de « deux triangles rectangles exprimés en nombres rationnels entiers, et ayant « un côté commun, on aura pris celui où ces nombres sont les plus petits: « ce sont ceux qui ont pour côtés, le premier 5, 12, 13, et le second 9, « 12, 15. Plaçant ces deux triangles de manière que leurs deux côtés égaux « se confondent, et que les autres côtés des angles droits soient dans le pro- « longement l'un de l'autre, on forme le triangle acutangle qui a sa base « égale à 14, et ses deux autres côtés égaux à 13 et à 15. C'est ainsi que « différents géomètres, chacun de son côté, auront pu être conduits au « triangle exprimé par les nombres 13, 14, 15. »

M. Chasles ajoute avec raison que l'on peut, avec les deux mêmes triangles rectangles, en former un autre encore plus simple. Pour cela, il faut superposer les côtés 9 et 5; il en résulte le triangle qui a pour base 4, et pour côtés 13 et 15. Sa hauteur est 12 comme pour le premier; mais il est obtusangle.

Quant à ce que dit Venturi de la distinction des divers auteurs du nom d'Héron, ainsi que de leurs ouvrages, je m'en réfère à mon Introduction.

H.V.

Κεφ. λα'.

« Πηγῆς ὑπαρχούσης, ἐπισκέψασθαι τὴν ἀπόῤῥυσιν αὐτῆς, « τουτέσ7ι τὴν ἀνάϐλυσιν ὅση ἐσ7ίν. »

Εἰδέναι μέντοι χρὴ ὅτι οὐκ ἀεὶ ἡ ἀνάϐλυσις ἡ αὐτὴ διαμένει. Ὄμϐρων μὲν γὰρ ὄντων ἐπιτίθεται, διὰ τὸ ἐπὶ τῶν ὀρῶν[1] τὸ ὕδωρ πλεονάζειν, βιαιότερον ἐκθλιϐόμενον· αὐχμῶν δὲ ὄντων ἀπολήγει ἡ ῥύσις, διὰ τὸ μὴ ἐπιφέρεσθαι πλέον ὕδωρ. Εἰ μέντοι γενναῖαι αἱ πηγαὶ[2], οὐ παρὰ πολὺ τὴν ἀνάϐλυσιν ἴσχουσι. Δεῖ οὖν περιλαϐόντα τὸ πᾶν τῆς πηγῆς ὕδωρ, ὥσ7ε μηδαμόθεν ἀποῤῥεῖν, σωλῆνα τετράγωνον μολιϐδοῦν[3] ποιῆσαι, σ7οχασάμενον μᾶλλον μείζονα πολλῷ τῆς ἀποῤῥύσεως· εἶτα δι' ἑνὸς τόπου ἐναρμόσαι αὐτὸν, ὥσ7ε δι' αὐτοῦ τὸ ἐν τῇ πηγῇ ὕδωρ ἀποῤῥεῖν. Δεῖ δὲ αὐτὸν κεῖσθαι εἰς τὸν ταπεινότερον τῆς πηγῆς τόπον, ὥσ7ε ἔχειν αὐτὸν ἀπόῤῥυσιν· τὸν δὲ ταπεινότερον ἐπιγνωσόμεθα τῆς πηγῆς τόπον, διὰ τῆς διόπ7ρας. Ἀπολήψεται οὖν τὸ ἀποῤῥέον ὕδωρ διὰ τοῦ σωλῆνος, ἐν τῷ περισ7ομίῳ τοῦ σωλῆνος, οἷον ἀπολαμϐάνειν δακτύλους β̅· ἐχέτω δὲ καὶ τὸ πλάτος τοῦ περισ7ομίου[4] τοῦ σωλῆνος δακτύλους ϛ̅· ἑξάκις* β̅ γίνονται ιβ̅· [ἀποφανούμεθα** ἄρα τὴν τῆς πηγῆς ἀνάϐλυσιν δακτύλων εἶναι ιβ̅.] Εἰδέναι δὲ χρὴ ὅτι οὐκ ἔσ7ιν αὔταρκες πρὸς τὸ ἐπιγνῶναι πόσον χορηγεῖ ὕδωρ ἡ πηγὴ, (ἢ)*** τὸ εὑρεῖν τὸν ὄγκον τοῦ ῥεύματος, ὃν λέγομεν εἶναι δακτύλων ιβ̅, ἀλλὰ καὶ τὸ τάχος[5] αὐτοῦ· ταχυτέρας μὲν γὰρ οὔσης τῆς ῥύ-

[1] ἐπιτίθεται, διατίθεται διὰ τὸ ἐπὶ τῶν ὡρῶν. — [2] αἱ μέντοι γένναι αἱ π. — [3] μόλιϐδον. — [4] τὸ περισ7όμιον. — [5] τὸ πάχος.

* Entre les mots ἑξάκις et αὔταρκες, il y a, dans le manuscrit, une lacune que je supplée au moyen du texte d'Héron de Byzance, qui a copié ce problème dans sa neuvième proposition. Par suite, la dernière phrase ci-dessous, qui paraît avoir été transportée à la fin par accident, devient surabondante.

** Voy. § 36 une expression analogue.

*** Cette particule, qui est évidemment surabondante, ne se trouve point dans le texte d'Héron de Byzance.

§ XXXI[1].

Une source étant donnée, évaluer son produit, c'est-à-dire la quantité d'eau qu'elle fournit.

Il faut d'abord savoir que la quantité de l'écoulement n'est pas toujours la même. En effet, dans les temps de pluie, il augmente, à cause de la surabondance de l'eau qui vient des montagnes et jaillit avec une plus grande force; il diminue, au contraire, dans les temps de sécheresse, parce qu'il n'arrive plus d'eau pour l'alimenter. Cependant, les fontaines qui sont dans de bonnes conditions sont peu susceptibles de diminuer dans leur produit. Il faut donc, après avoir circonscrit entièrement l'eau de la source de manière qu'elle ne puisse fuir d'aucun côté, fabriquer une conduite en plomb de forme quadrangulaire, en ayant soin de lui donner un volume beaucoup plus grand que celui du courant; puis l'adapter à la fontaine, de telle façon que l'eau de celle-ci soit forcée d'y entrer tout entière. Pour cela, il est nécessaire de la placer au-dessous de la source même, afin qu'elle reçoive toute la veine liquide; et la dioptre nous fournit, pour cela, le moyen de déterminer un point convenable. Prenons donc, à l'extrémité de la conduite, l'eau qui s'y engage; supposons qu'elle s'y élève à une hauteur de *deux* doigts, et que la largeur de l'embouchure soit de *six*. Multiplions 6 par 2, cela fait 12 : nous voyons ainsi que la section de la veine est de 12 doigts. Observons, toutefois, qu'il ne suffit pas, pour connaître la quantité d'eau fournie par la fontaine, de déterminer la section de la veine que nous disons être de *douze* doigts; il faut avoir en outre sa vitesse[2] : car,

[1] Voy. Héron de Byzance, § x.

[2] Comme il y a πάχος dans le grec au lieu de τάχος, Venturi a traduit ce mot par *addensamento, épaisseur;* mais Barocci, dont il est parlé dans la note, a bien traduit par *velocitas.* — H.V.

σεως, πλέον ἐπιχορηγεῖ τὸ ὕδωρ· βραδυτέρας δὲ μεῖον. Διὸ δεῖ[1], ὑπὸ τὴν τῆς πηγῆς ῥύσιν ὀρύξαντα τάφρον, τηρῆσαι ἐξ ἡλιακοῦ ὡροσκοπίου ἔν τινι ὥρᾳ πόσον ἀποῤῥεῖ ὕδωρ ἐν τῇ τάφρῳ, καὶ οὕτως σΊοχάσασθαι τὸ ἐπιχορηγούμενον ὕδωρ ἐν τῇ ἡμέρᾳ πόσον ἐσΊιν, ὥσΊ' οὐδὲ ἀναγκαῖόν ἐσΊι τὸν ὄγκον τῆς ῥύσεως τηρεῖν· διὰ γὰρ τοῦ χρόνου δήλη ἐσΊιν ἡ χορηγία. (Ἀποφανούμεθα δὴ[2] τὴν ἀνάβλυσιν τῆς πηγῆς δακτύλων ιβ.)

[1] Διὸ δή. — [2] δέ.

« Ce paragraphe, qui ne contient aucune démonstration géométrique, Héron le Jeune l'a copié en entier, avec le suivant, dans sa Géodésie. Il ne cache pas l'auteur dont il l'a extrait, puisque, d'après la traduction de Barocci, il commence ainsi : « Cognoscemus autem fontis quoque defluxum « *secundum Heronem* quantuscumque sit. Verum scire quidem oportet quod

Κεφ. λβ'.

Ἐπεὶ οὖν διὰ τῆς κατασκευασθείσης ἡμῖν διόπΊρας τὰς ἐπὶ γῆς χρείας πρὸς τὰς διοπΊρικὰς ἐπαγγελίας ἀπεδείξαμεν, εὔχρησΊον δέ ἐσΊιν εἰς πολλὰ καὶ πρὸς τὰ οὐράνια, πρὸς τὸ « Τὰς « τῶν ἀπλανῶν ἀσΊέρων ἢ καὶ τῶν πλανητῶν ἀποσΊάσεις » εἰδέναι, ἀποδείξωμεν[1] διὰ τῆς διόπΊρας ὡς δεῖ καὶ τὰ ἀποσΊήματα « λαμβάνειν. »

Ἐν γὰρ τῷ ὑπογασΊέρι[2] τοῦ τυμπάνου ἐν τῇ διόπΊρᾳ, κύκλον γράψομεν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τοῦ τυμπάνου· ὃν γράψει τὸ τοῦ μοιρογνωμονίου[3] ἄκρον τοῦ ἐν τῷ κανόνι· καὶ τοῦτον διελοῦμεν εἰς μοίρας $\overline{\tau\xi}$. Ὅταν οὖν βουλώμεθα δύο ἀσΊέρων τὸ μεταξὺ διάσΊημα ἐπισκέψασθαι ὅσων μοιρῶν ὑπάρχει, ἐάν τε τῶν πλανητῶν εἴησάν τινες, ἢ καὶ τῶν ἀπλανῶν, ἢ καὶ ὁ μὲν ἕτερος[4] αὐτῶν εἴη τῶν ἀπλανῶν, ὁ δὲ ἕτερος τῶν πλανητῶν, ἀφελόντες τὸν κανόνα δι' οὗ διοπΊεύομεν, ἀπὸ τοῦ τυμ-

[1] ἀπεδείξομεν. — [2] ὑπογασΊέρα. — [3] μιρογ. — [4] ἀσΊέρος.

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

plus l'écoulement est rapide, plus la fontaine fournira d'eau; et, plus il est lent, moins il y aura de produit. Pour ce motif, après avoir creusé un réservoir sous le courant, il faut examiner, au moyen d'un cadran solaire, combien il y entre d'eau en une heure, et de là déduire la quantité d'eau fournie en un jour; alors on n'a pas besoin de mesurer la section de la veine : la mesure seule du temps suffit pour rendre évident le produit de la source.

« non semper eadem scaturigo permanet, etc... » tout à fait à la lettre : nouvelle preuve que cet opuscule appartient bien à Héron le Mécanicien. » — VR.

Je répète ici encore une fois que l'ouvrage traduit par Barocci n'a pas d'autre origine que celui-ci, et qu'il est rédigé par un copiste d'Héron d'Alexandrie, dont on lui a appliqué le nom comme aux autres opuscules; on en verra la preuve ci-après. — H.V.

§ XXXII[1].

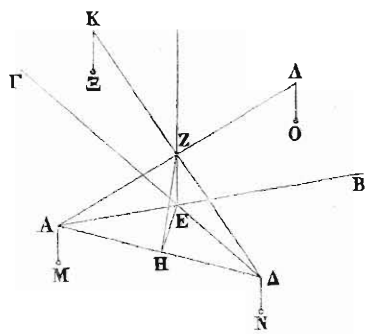
Puisque nous avons exposé les avantages des indications que fournit, sur la surface de la terre, l'usage de la dioptre construite par nous, et que, d'ailleurs, l'utilité de cet instrument s'étend à beaucoup d'observations célestes, comme lorsqu'il s'agit de *Déterminer les distances mutuelles des étoiles fixes ou des planètes*, nous allons, en conséquence, expliquer la manière de se servir de la dioptre pour prendre de telles distances.

A quelque distance du bord du plateau de la dioptre, nous tracerons un cercle concentrique à ce plateau; et nous marquerons une division en 360 degrés, que devra parcourir la pointe d'un index fixé sur la règle. Lors donc que nous voudrons chercher combien de degrés comprend la distance de deux étoiles, soit errantes ou fixes toutes les deux, soit l'une errante et l'autre fixe, nous commencerons par enlever de dessus

[1] Voy. Héron de Byzance, § XI.

πάνου, ἐγκλίνομεν αὐτὸ τὸ τύμπανον, ἄχρις ἂν διὰ τοῦ ἐπιπέδου αὐτοῦ φανῶσιν οἱ εἰρημένοι ἀσἸέρες ἅμα ἀμφότεροι. Εἶτ' ἐντιθεὶς τὸν κανόνα ὡς εἴθισἸαι, τῶν ἄλλων ἀκινήτων, ἐπισἸρέψω αὐτὸν, ἄχρις ἂν εἷς τῶν ἀσἸέρων φανῇ· καὶ παρασημηνάμενος τὴν μοῖραν καθ' ἣν ἓν τῶν μοιρογνωμονίων ὑπάρχει τὸ μέρος αὐτῆς, ἐπισἸρέφω τὸν κανόνα, ἄχρις οὗ καὶ ὁ ἕτερος ἀσἸὴρ δι' αὐτοῦ φανῇ. Εἶτα ὁμοίως παρασημηνάμενος τὴν μοῖραν καθ' ἣν τὸ αὐτὸ μοιρογνωμόνιον ὑπάρχει, ἐπιγνώσομαι τὸ πλῆθος τῶν μοιρῶν τὸ μεταξὺ τῶν ληφθέντων δύο σημείων· καὶ τοσαύτας ἀποφανοῦμαι τοὺς ἀσἸέρας ἀπέχειν ἀπ' ἀλλήλων μοίρας.

Κεφ. λγ'.

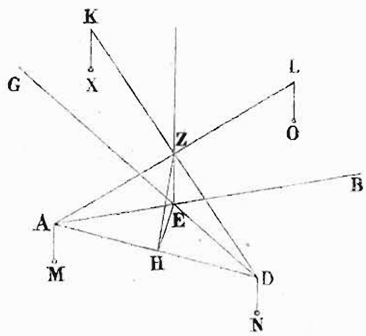


Ἐπεὶ οὖν τινὲς χρῶνται τῷ καλουμένῳ ἀσἸερίσκῳ πρὸς ὀλίγας παντελῶς διοπἸρικὰς χρείας, εὔλογον ἡγούμεθα τὰ περὶ αὐτῶν συμβαίνοντα μηνῦσαι[1] τοῖς πειρωμένοις[2] χρήσασθαι αὐτῷ, ὅπως μὴ παρὰ τὴν ἄγνοιαν ἁμαρτάνοντες λανθάνωσι. Τοὺς μὲν οὖν κεχρημένους οἶμαι πειρᾶσθαι τῆς δυσχρησἸίας αὐτῶν, ὅτι αἱ σπάρται, ἐξ ὧν τὰ βάρη[3] κρέμανται, οὐ

[1] μηνύσαι. — [2] πειρομάνοις. — [3] τὰ μέρη.

le plateau la règle qui servait à viser; puis nous inclinerons le plateau de manière que, sur son plan prolongé, on voie en même temps les deux étoiles en question. Alors, ayant replacé la règle comme à l'ordinaire et maintenant tout le reste fixe, faisons-la tourner de manière à voir, sur son prolongement, une des deux étoiles; puis, après avoir remarqué sur quel degré tombe l'index, faisons derechef tourner la règle, jusqu'à ce que l'on aperçoive, sur son prolongement, la seconde des deux étoiles, en remarquant également le degré sur lequel tombe maintenant le même index; de cette manière, nous connaîtrons le nombre de degrés que comprennent entre eux les deux points désignés : et nous dirons que tel est le nombre de degrés qui sépare les deux astres.

§ XXXIII.



Certaines personnes faisant usage, pour quelques opérations qui sont entièrement du ressort de la dioptre, de ce qu'on appelle l'*astérisque* ou l'*étoile,* nous croyons convenable d'indiquer à ceux qui apprennent à se servir de cet appareil, les particularités qui se présentent dans son emploi, de crainte que, par ignorance, ils ne se trouvent induits en erreur sans s'en apercevoir. Je pense donc que ceux qui en font usage ont éprouvé les graves inconvénients qui résultent de ce que ταχέως ἠρεμοῦσιν, ἀλλὰ χρόνον ἀναμένουσι[1] κινούμεναι, καὶ μάλισῖα ὅταν σφοδρὸς ἄνεμος πνέῃ. Διὸ πειρῶνταί τινες, παραβοηθεῖν βουλόμενοι ταύτῃ τῇ δυσχρησῖίᾳ, ξυλίνας σύριγγας κοίλας ποιοῦντες, ἐμβαλεῖν τὰ βάρη εἰς ταύτας, ὥσῖε μὴ ὑπὸ τοῦ ἀνέμου τύπῖεσθαι. Παρατρίψεως οὖν γινομένης τῶν βαρῶν πρὸς τὰς σύριγγας, οὐκ ἀκριβῶς αἱ σπάρτοι ὀρθαὶ διαμένουσι πρὸς τὸν ὁρίζοντα· ἔτι δὲ καὶ ἐὰν ἐπιτύχωσιν ὥσῖε τὰς σπάρτας ἠρεμεῖν, καὶ ὀρθὰς διαμένειν πρὸς τὸν ὁρίζοντα, οὐ πάντως τὰ διὰ τῶν σπάρτων ἐπίπεδα πρὸς ὀρθὰς[2] γίνεται ἀλλήλοις· τούτου δὲ μὴ γινομένου, οὐδ' αὐτοῦ κατὰ τρόπον ἀκολουθεῖ τι τῶν ἐρευνωμένων[3]· τοῦτο γὰρ δείξομεν.

Ἐσῖωσαν γὰρ ἐν ἐπιπέδῳ δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, ΓΔ, μὴ πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλας τέμνουσαι· ἀμβλεῖα[4] δὲ ἔσῖω ἡ ὑπὸ ΑΕ, ΕΔ[5], γωνία· καὶ ἀπὸ τοῦ Ε, τῷ διὰ τῶν ΑΒ, ΓΔ, ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἀνεσῖάσθω[6] ἡ ΕΖ· καὶ πρὸς ἑκατέραν ἄρα τῶν ΑΕ, ΕΓ, ὀρθή ἐσῖιν. Ἡ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΓ[7], γωνία ἡ κλίσις ἐσῖὶν ἐν ᾗ κέκλιται τὸ διὰ τῶν ΑΕ, ΕΖ[8], πρὸς τῷ διὰ τῶν ΓΕ, ΕΖ[9], καὶ ἔσῖιν ὀξεῖα· τὰ [οὖν] εἰρημένα ἐπίπεδα οὐκ ἔσῖιν ὀρθὰ πρὸς ἄλληλα. Ἀπειλήφθωσαν οὖν δύο ἴσαι εὐθεῖαι αἱ ΑΕ, ΕΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ· καὶ ἐπ' αὐτὴν κάθετος ἤχθω ἡ ΕΗ[10]· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΑΗ τῇ ΗΔ· καὶ ἑκατέρα αὐτῶν μείζων ἐσῖὶ τῆς ΗΕ· δυνατὸν ἄρα ἐσῖὶ προσλαβεῖν ἀπὸ τοῦ Η ἴσην τῇ ΑΗ τὴν ΗΖ[11]. Προσεκβεβλήσθωσαν καὶ ἐπεζεύχθωσαν ἐπὶ τὰ Κ, Λ, καὶ τῇ ΑΖ [καὶ ΔΖ] ἰση ἑκατέρα τῶν ΚΖ καὶ ΖΛ[12]. Διὰ δὲ τῶν Α, Δ, Κ, Λ, τῇ ΕΖ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ ΑΜ, ΔΝ[13], ΚΞ, ΛΟ· ἡ δὲ ΕΖ ὀρθή ἐσῖι πρὸς τὸ διὰ τῶν ΑΒ, ΓΔ, ἐπίπεδον· καὶ ἐπεὶ αἱ τρεῖς αἱ ΑΗ, ΗΔ, ΗΖ ἴσαι εἰσί, πρὸς ὀρθὰς ἄρα ἐσῖὶν ἡ ΑΛ τῇ ΔΚ. Ἐὰν

[1] ἀναμένουσαι. — [2] πρὸς τὰς ὀ. — [3] ἐν ᾧ ἐρουμένων. — [4] ἀμβλεία. — [5] αεδ. — [6] ἀνεσῖάτω. — [7] ὑπὸ τῶν αμγ. — [8] τῶν αεζ. — [9] τῶν γεζ. — [10] ἡ η. — [11] τὴν εζ. — [12] τῶν κζ πρὸς λ. — [13] αμ, δη.

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

les fils d'où pendent les poids, au lieu de se fixer promptement, continuent, au contraire, à se remuer pendant un certain temps, surtout si le vent souffle un peu fort. C'est pour cela que quelques personnes, voulant remédier à cet inconvénient, essayent d'y adapter des tubes de bois dans lesquels elles introduisent les poids, afin de mettre ceux-ci à l'abri du vent. Mais, quand ces poids viennent à frotter contre les parois des tubes, les fils ne restent plus exactement perpendiculaires à l'horizon. Ensuite, lors même qu'on est parvenu à mettre les fils en repos et perpendiculaires à l'horizon, les plans conduits suivant ces fils ne sont pas toujours pour cela perpendiculaires entre eux; et, quand ils ne le sont pas, il s'ensuit qu'on ne peut plus être sûr du résultat de son opération, comme nous allons le démontrer.

Soient donc dans un plan les deux droites AB, GD, qui ne se coupent pas à angle droit, mais qui fassent entre elles l'angle obtus AED. Du point E élevons la perpendiculaire EZ sur le plan des deux droites AB, GD : elle est aussi perpendiculaire aux deux droites AE, EG; et l'angle AEG est l'inclinaison du plan AEZ sur le plan GEZ. D'où il suit que lesdits plans, formant ensemble un angle aigu, ne sont pas perpendiculaires entre eux. Prenons les deux droites égales EA, ED, et joignons AD; puis menons à celle-ci la perpendiculaire EH : nous aurons aussi $AH = HD$, et chacune de ces droites sera plus grande que EH. On peut donc, du point H, tirer une droite $HZ = AH$. Faisons passer par Z les lignes AZL, DZK, et prenons $ZL = ZA$, $ZK = ZD$. Par les points A, D, K, L, conduisons les quatre lignes AM, DN, KX, LO, parallèles à EZ. Puisque EZ est perpendiculaire au plan mené suivant AB, GD, et que les trois droites AH, HZ, HD, sont égales, AL et DK sont perpendiculaires entre elles. Si donc ἄρα ὑποσῖησώμεθα[1] τὰς τοῦ ἀσῖερίσκου ῥάϐδους εἶναι τὰς ΑΛ, ΔΚ, τὸ δὲ διὰ τῶν ΑΒ, ΓΔ, ἐπίπεδον τὸ παρὰ τὸν ὁρίζοντα, τὰς δὲ κρεμαμένας σπάρτους εἶναι ἐκ τῶν Α, Λ, Δ, Κ, ἔσονται αἱ σπάρτοι αἱ ΑΜ, ΔΝ[2], ΚΞ, ΛΟ. Καὶ οὐκ εἰσὶ τὰ διὰ τῶν σπάρτων ἐπίπεδα ὀρθὰ καὶ πρὸς ἄλληλα, λέγω δὴ [τὸ] διὰ τῶν ΑΜ, ΛΟ, πρὸς τὸ διὰ τῶν ΔΝ, ΚΞ[3]· δέδεικται [γὰρ] κεκλιμένα πρὸς ἄλληλα, ἐν τῇ ὑπὸ ΑΕΓ γωνίᾳ ὀξείᾳ οὔσῃ[4].

[1] ἀποσῖησ. — [2] $\overline{\alpha\mu}$, $\overline{\delta\eta}$. — [3] $\overline{\delta\eta}$, $\overline{\kappa\xi}$. — [4] ὀξεία οὔσης.

« Cette élégante démonstration montre ici clairement, à mon avis, la forme non bien comprise encore de la *groma* des Romains, usitée dans la mesure des champs. Saumaise avait bien deviné que c'était une espèce d'équerre, en en faisant venir le nom, sur l'autorité de Festus[1] et des glossaires, du mot grec *γνώμων*; mais ensuite il se trompe étrangement en la confondant avec le *chorobate* de Vitruve. La groma était précisément l'*étoile* critiquée ci-dessus par Héron, aux quatre branches ou *cornes* de laquelle pendaient quatre fils portant chacun un poids. L'arpenteur *embrassait* de l'œil deux des fils opposés, c'est-à-dire dirigeait par ces fils un rayon visuel; et c'est ainsi qu'il *dictait* les *rigores* et les *metæ* sur le terrain; puis il plaçait les *interversuræ* et les *tetrantes* en visant dans le plan des deux autres fils. Les glossaires anciens entendent par *groma* la dioptre qui sert à mesurer. Les arpenteurs romains nomment, sans les distinguer, la *groma* et le *ferramentum;* mais il semble que, dans un sens plus précis, le ferramentum était le support de l'appareil, que l'on plantait sur le sol, et sur lequel était tenue en équilibre (*perpensa*) la groma avec ses fils pendants et servant pour les mires; toutefois, le ferramentum était pris souvent pour l'appareil tout entier.

« Voici les preuves de ceci : elles serviront, en outre, à déchiffrer quelques passages très-obscurs des écrivains *De re agraria*. L'anonyme [lisez *Frontin*], à la page 32 (édit. de Lachmann), veut que, si une ligne d'arpentage est très-longue, elle soit faite à plusieurs reprises, en sorte que l'opérateur, après

[1] Groma (*gruma* ap. Nonium) appellatur genus machinulæ cujusdam, quo regiones agri cujusque cognosci possunt, quod genus Græci dicunt *γνώμονα*. (Festus, *De verborum signific.*)

nous supposons que les verges de l'étoile soient AL, DK, que le plan conduit suivant les lignes AB, GD, soit horizontal, et que les fils soient suspendus aux points A, L, D, K; alors ces fils se confondront avec les droites AM, DN, KX, LO. Or les plans conduits suivant ces fils ne sont pas perpendiculaires entre eux, puisqu'il demeure démontré (ce qui est la même chose) que le plan des droites AM, LO, est incliné sur le plan des droites DN, KX, sous l'angle aigu AEG.

l'avoir commencée dans une première pose de l'équerre, doit « ferramento « primo uti, et omnia momento perpenso dirigere oculo ex *omnibus corniculis;* « *extensa ponderibus et inter se comparata fila seu nervias ita perspicere,* donec « proximam, consumpto alterius [celui de la pose précédente] visu, solam « intueatur; tunc dictare metas, et easdem transposito interim extrema meta « ferramento reprehendere eodem momento quo tenebatur, et cœptum rigo- « rem ad interversuram aut ad finem perducere. Omnibus autem interver- « suris tetrantis locum perpendiculus ostendat. » Et [M. Junius Nipsus] à la page 288 : « Perpenso ferramento... comprehendes[1] signa quæ posuisti in « limitem; *aliisque corniculis* tenebis alium limitem. » Suivant Hygin, l'un des écrivains sur l'art militaire[2], le point central des camps se nomme *groma :* « In dictatione metarum, » dit-il, « posito in eodem loco ferramento « *groma* superponatur, ut portæ castrorum in conspectu rigoris *stellam* effi- « ciant. » Columelle nomme *stella* deux règles croisées en forme d'X (IV, XIII), et il appelle de même, dans le treillage de la vigne, la croix formée par la perche horizontale avec les pieux verticaux qui la traversent (IV, XVII, XXVII). Les copistes et les critiques anciens marquaient certains mots d'un *astérisque*, qui n'était autre chose qu'une *petite croix* avec quatre points dans les angles.

« Le support d'une pareille machine, étant planté sur le sol, devait porter à son sommet un bec ou un éperon, s'avançant en travers, à l'extrémité duquel était suspendue la groma; autrement, si le support avait été placé

[1] C'est à tort, je crois, que Lachmann ajoute *quattuor*. — H.V.

[2] *Hygini gromatici liber de munitionibus castrorum* (ed. Chr. C. L. Lange, Gœtting. 1848, page 73). Cet auteur me paraît être identique à celui du même nom qui fait partie de la collection des *Agrimensores*. H.V.

au-dessous comme une petite colonne, au centre de la groma, il aurait empêché de viser par les deux fils opposés. Aussi, à l'endroit déjà cité (page 287), lit-on : « Figes ferramentum ad lapidem [ita ne in rigore limitis « figas [1]]. Fixo ferramento convertes umbilicum soli supra punctum lapidis, « et sic perpendis ferramentum. » Ce qui veut dire : « Vous planterez le pied « de l'instrument sur le sol près de la pierre de limite, [en sorte qu'il ne « soit pas dans l'alignement]; ensuite vous en dirigerez le bec de manière « à ce qu'il vienne se placer perpendiculairement au-dessus du centre de la « pierre; et alors vous en mettrez l'étoile en équilibre. » — VR.

Il y aurait beaucoup à dire pour compléter ou rectifier ce que Venturi dit ici de la *groma* des *Agrimensores* romains, ainsi que de leurs procédés d'arpentage. Mais je suis heureusement dispensé de prendre cette peine par les deux articles décisifs dont MM. Hase et Biot viennent d'enrichir le *Journal des Savants* (mars et avril 1849), en y rendant compte de la dernière édition des *Gromatici veteres* récemment donnée par M. C. Lachmann (Berlin, 1848). Voici notamment l'opinion de M. Biot sur la nature et la forme de la *groma*. « Ce mot, dit le savant critique (*l. c.* p. 245), me paraît dé- « signer spécialement la croix rectangle formée par les deux lignes de visée « du ferramentum. Il est souvent employé comme synonyme de cet instru- « ment, dont cette croix formait en effet la pièce principale. L'assimilation « pourrait avoir été très-intime; car le manque de descriptions précises ne « nous permet pas d'affirmer que le *ferramentum* eût un plan de vision « plein et continu, comme nos instruments géodésiques actuels. Il serait « possible qu'il se composât simplement d'un cadre carré en fer, dont les « branches diagonales, ou les lignes médianes, portant à leurs extrémités « des chevilles [2], ou pinnules proéminentes, auraient constitué la *groma*. « Toutes les opérations décrites dans les textes seraient également exécu- « tables dans cette supposition..... Toutefois, rien, jusqu'ici, ne me paraît « pouvoir absolument décider s'il faut la rejeter ou l'admettre. Même, pour « les opérations les plus ordinaires, le pied de l'instrument, comme celui

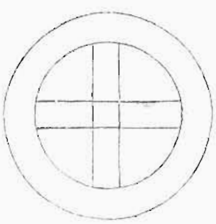
[1] Venturi a supprimé ces mots, qui sont cependant fort importants pour sa thèse. H.V.

[2] « Si l'on traçait avec soin, dit Lacroix « (*Manuel d'arpent.* 3e éd. p. 17, note), sur « une planche bien droite et assez épaisse, « deux lignes perpendiculaires, et qu'on « plantât à leurs extrémités quatre aiguilles « très-fines et très-droites, on aurait à peu « de frais un instrument qui pourrait ser- « vir lorsqu'il ne s'agirait pas d'opérer en « grand. »

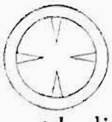
« des équerres d'arpenteur, aurait pu n'être qu'un simple bâton ferré, s'ajus-« tant normalement par sa tête dans le trou central du *ferramentum*, et « pouvant être rendu vertical par le fil à plomb. Alors le cadre en fer aurait « dû être fort réduit. »

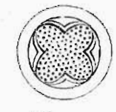
« Puisque, dit ailleurs M. Biot (*ibid.* p. 241), le *ferramentum* donnait im-« médiatement la deuxième branche d'un angle droit horizontal, quand la « première était tracée sur le terrain, il fallait qu'il eût un plan de vision, « continu ou discontinu, *carré* ou *circulaire*, portant sur sa surface au moins « deux droites, ou lignes de visée, tracées rectangulairement autour de son « centre, comme dans les équerres, ou *équarres* de nos anciens arpenteurs. »

Comme on le voit, relativement à la partie principale de l'instrument, à la *groma* proprement dite, M. Biot hésite entre trois formes, la forme circulaire, la forme carrée avec des pinnules proéminentes aux extrémités des diagonales, et la même forme carrée avec les pinnules aux extrémités des lignes médianes. On ne voit, au premier abord, aucune raison pour s'arrêter de préférence à l'une ou à l'autre de ces trois formes; et M. Biot, voulant en faciliter l'intelligence par une figure, ne pouvait mieux faire que de choisir la troisième, parce que, celle-là bien comprise, les autres n'offrent plus aucune difficulté. Quant à moi pourtant, une considération me semble concluante en faveur de la forme circulaire : c'est qu'au commencement du traité d'Hygin *De limitibus constituendis*, à l'endroit même où il explique la manière de fixer, au moyen de la *groma*, les deux grandes lignes d'orientation, c'est-à-dire le *cardo maximus* et le *decumanus maximus*, les manuscrits présentent plusieurs variétés d'une figure qui, en définitive, revient toujours à la représentation d'un *cercle matériel avec deux diamètres perpendiculaires entre eux*. Or, à moins de représenter la *groma* elle-même, cette figure n'aurait rien à faire ici (voy. Lachmann, fig. 134 et 137).



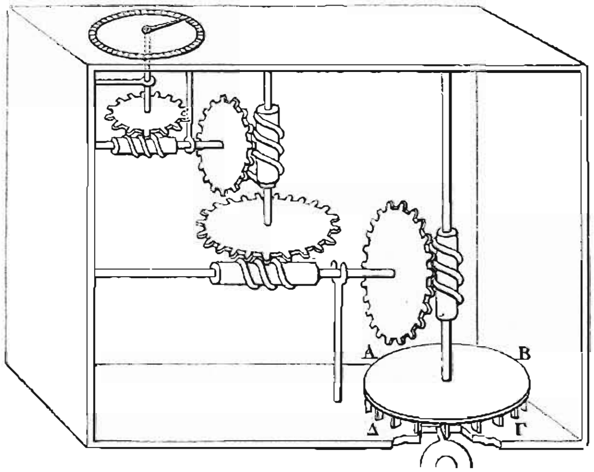
J'ajouterai une remarque qui me paraît digne de quelque intérêt, c'est que le signe hiéroglyphique employé par les Égyptiens pour représenter la *région* (figure qu'il ne faut pas confondre avec celle qui représente les pains consacrés), a, on peut le dire, la plus grande analogie avec cette figure de la *groma*. Cette figure rappelle, d'ailleurs, le passage où Proclus (*in Tim.* p. 216) rapporte que, suivant Porphyre, *la lettre X entourée d'un cercle* représentait l'âme





du monde chez les Égyptiens. On sait encore que les auteurs anciens s'accordent généralement (cf. Proclus *In Eucl.* p. 19) à attribuer aux Égyptiens l'invention de la géométrie. Quant à Hygin, c'est aux Étrusques qu'il fait

Κεφ. λδ'.



Ἀκόλουθον δὲ εἶναι νομίζομεν τῇ διοπτρικῇ πραγματείᾳ καὶ «Διὰ τοῦ καλουμένου ὁδομέτρου τὰ ἐπὶ τῆς γῆς μετρεῖν διαστήματα·» ὥστε μὴ δι' ἀλύσεως[1] μετροῦντα ἢ σχοινίου, κακοπαθῶς καὶ βραδέως ἐμμετρεῖν, ἀλλ' ἐπ' ὀχήματος[2] πορευόμενον, διὰ τῆς τῶν τροχῶν ἐκκυλίσεως ἐπίστασθαι[3] τὰ προειρημένα διαστήματα. Οἱ μὲν οὖν πρὸ ἡμῶν ἐξέθεντό τινας μεθόδους δι' ὧν τοῦτο γίνεται· ἐξέσται δὲ κρίνειν τό τε ὑπὸ ἡμῶν γραφόμενον ὄργανον, καὶ τὰ ὑπὸ τῶν προτέρων.

Γεγονέτω οὖν πῆγμα, καθάπερ κιβώτιον, ἐν ᾧ πᾶσα[4] ἔσται ἡ μέλλουσα λέγεσθαι κατασκευή· ἐν δὲ τῷ πυθμένι τοῦ κιβωταρίου [κείσθω] τὸ ΑΒΓΔ [τυμπάνιον] χάλκεον, συμφυῆ

[1] διαλύσεως. — [2] ἐποχ. — [3] ἐπίσασθαι. — [4] πᾶσαι.

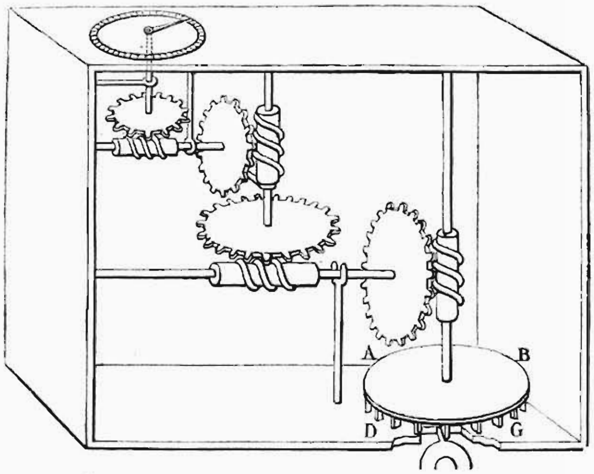
ἔχον τινὰ ἱδρυμένα[1] σκυτάλια· δι' ὧν ἀνατομὴ γεγονέτω ἐν τῷ πυθμένι τοῦ κιβωταρίου, δι' ἧς περόνη[2] συμφυὴς γενηθεῖσα τῇ χοινικίδι ἑνὸς τῶν τοῦ ὀχήματος τροχῶν, κατὰ μίαν σΊροφὴν παρεμβαίνουσα εἰς τὴν ἀνατομὴν τὴν ἐν τῷ τοῦ κιβωταρίου πυθμένι, παράξει ἓν τῶν[3] σκυταλίων· ὥσΊε τὸ ἑξῆς[4] σκυτάλιον τὴν αὐτὴν πάλιν θέσιν ἔχειν τῷ[5] πρότερον, καὶ τοῦτο ἐπ' ἄπειρον. Συμβήσεται οὖν, τοῦ τροχοῦ ὀκτὼ σΊροφὰς ποιησαμένου, τὸ σκυταλωτὸν[6] τύμπανον μίαν ἀποκατάσΊασιν εἰληφέναι. Τῷ οὖν εἰρημένῳ σκυταλωτῷ τυμπάνῳ[7] συμφυὴς ἔσΊω κοχλίας, ἀπὸ τοῦ ἄκρου πρὸς ὀρθὰς[8] αὐτῷ[9] πεπηγώς, τὸ δὲ ἕτερον ἄκρον ἔχων ἐν διαπήγματι πεπηγότι εἰς τοὺς τοῦ κιβωταρίου τοίχους[10]. Τῷ δὲ εἰρημένῳ κοχλίᾳ παρακείσθω τύμπανον ὠδοντωμένον[11], τοὺς ὀδόντας ἁρμοσΊοὺς ἔχον τῇ ἕλικι τοῦ κοχλίου, δηλονότι πρὸς ὀρθὰς τῷ πυθμένι κείμενον, καὶ ἔχον ὁμοίως συμφυῆ ἄξονα, οὗ τὰ ἄκρα πολείσθω[12] εἰς τοὺς τοῦ κιβωταρίου τοίχους· ἐκ δὲ τοῦ ἑνὸς μέρους ὁ ἄξων πάλιν ἐγγεγλυμμένην ἐχέτω ἕλικα[13], ὥσΊε εἶναι αὐτὸν κοχλίαν[14]. Καὶ πάλιν τούτῳ τῷ κοχλίᾳ παρακείσθω ὀδοντωτὸν τυμπάνιον, δηλονότι παράλληλον τῷ πυθμένι κείμενον, ἔχον συμφυῆ ἄξονα· οὗ τὸ μὲν ἕτερον [ἄκρον] πολείσθω ἐν τῷ τοῦ κιβωταρίου πυθμένι, τὸ δὲ λοιπὸν ἐν διατοναίῳ[15] πεπηγότι ἐν τοῖς τοῦ κιβωταρίου τοίχοις· καὶ οὕτως ὢν ὁ ἄξων, ἐκ τοῦ ἑνὸς μέρους ἐχέτω ἕλικα πάλιν ἁρμόζουσαν εἰς ἑτέρου τυμπάνου ὀδόντας, δηλονότι τοῦ τυμπάνου ὀρθοῦ πρὸς τὸν πυθμένα κειμένου. Καὶ τοῦτο γινέσθω ἐφ' ὅσον ἂν βουλώμεθα, ἢ ὁ τόπος ὁ τοῦ κιβωταρίου χώραν ἔχῃ[16]· ὅσῳ γὰρ πλείονα γίνεται

[1] ἔχοντα εἰρημενα*. — [2] περώνη. — [3] πυθμένι περαξ, ἐν τῶν. — [4] ἐξῆς. — [5] ἔχει τὸ. — [6] τι σκυτ. — [7] σκυταλίῳ τῷ τ. — [8] τοῦ αὐτοῦ π. ὀ. — [9] αὐτὸ. — [10] τύχους. — [11] ὀδοντ. — [12] ἀπολειπέσθω. — [13] ἥλικα. — [14] εἶναι τὸν κοχλ. — [15] Peut-être διατονίῳ. — [16] ἔχει.

* Cette expression, que nous regardons comme une leçon fautive, avait fait croire à Venturi qu'il manquait quelque chose dans ce qui précède, d'autant plus que les

honneur (Lachmann, p. 166) de l'emploi du *cardo maximus secundum solis decursum;* or, si l'origine de ce dernier peuple n'est pas encore parfaitement éclaircie, on s'accorde, du moins, à le faire venir de l'Orient. — H.V.

§ XXXIV.



Il nous semble que la pratique de la dioptre a pour complément nécessaire le problème qui consiste à *Mesurer des distances sur la surface de la terre, au moyen de l'appareil que l'on nomme odomètre.* Muni de cet instrument, au lieu d'être obligé d'arpenter lentement et péniblement avec la chaîne ou le cordeau, on peut, voyageant en voiture, connaître les distances parcourues, d'après le nombre des tours exécutés par les roues. D'autres, il est vrai, ont exposé avant nous quelques méthodes pour arriver au même but; mais chacun pourra décider entre l'instrument décrit ici par nous-même et ceux de nos prédécesseurs.

Que l'on imagine un appareil en forme de boîte ou cassette, dans l'intérieur de laquelle sera contenue tout entière la machine que nous avons à décrire. Sur la base de cette cassette repose une roue de cuivre ABGD, portant, implantées près de son bord [et parallèlement à son axe], un certain nombre de

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

palettes [huit par exemple]. Sur ce même fond s'ouvre une fente, dans laquelle une tige, fixée sur le moyeu d'une des roues de la voiture, s'engageant à chaque tour, pousse en avant l'une des palettes, qui se trouve remplacée par la suivante; et de même indéfiniment. D'où il résulte que, quand la roue de la voiture aura fait *huit* révolutions, la roue à palettes en aura fait *une*. Or, au centre de cette dernière, est plantée perpendiculairement, par une de ses extrémités, une vis qui, par son autre extrémité, est engagée dans une traverse fixée aux parois de la boîte. Cette vis s'applique contre une roue dentée dont les dents engrènent avec elle, et dont le plan est perpendiculaire à la base de la boîte. Cette roue dentée porte également un axe dont les extrémités pivotent contre les parois de la cassette; et une partie de cet axe présente des spires creusées à sa surface, de manière qu'il devient lui-même une vis. De même, contre cette nouvelle vis s'applique une roue dentée parallèle au fond de la cassette; sur cette roue est pareillement implanté un axe dont une extrémité pivote sur le fond, tandis que l'autre se rend dans la traverse fixée aux parois; et cet axe porte pareillement une vis qui engrène avec les dents d'une autre roue placée perpendiculairement au fond. Et cela se continuera tant que nous voudrons, ou tant qu'il y aura de la place dans la boîte : car, plus les roues et les vis seront

mots τὸ αβγδ χάλκεον semblaient indiquer pour la figure une description beaucoup plus développée. En outre, Venturi annonce ici avoir suppléé une ou plusieurs lignes; et cependant, on ne voit pas du tout, dans la traduction, qu'il ait rien ajouté au texte grec. Quoi qu'il en soit, je ne vois aucune raison de supposer l'existence d'une lacune considérable dans le texte. Quant à la figure, elle était facile à rétablir d'après les manuscrits; et il est étonnant que Venturi ne l'ait pas tenté. On voit qu'à partir de la *roue de rencontre* ou *roue à palettes*, dont l'axe est vertical, les axes des diverses roues successives sont alternativement parallèles et perpendiculaires aux mêmes faces latérales de la boîte. — H.V.

τά τε τύμπανα καὶ οἱ κοχλίαι, τοσούτῳ καὶ ἡ ὁδὸς ἐπιπλεῖον μετρουμένη εὑρεθήσεται.

Ἕκαστος γὰρ κοχλίας, ἅπαξ στραφεὶς, τοῦ ϖαρακειμένου αὐτῷ [1] τυμπανίου ἕνα ὀδόντα κινήσει· ὥστε τὸν μὲν συμφυῆ τῷ σκυταλωτῷ τυμπανίῳ [2] ἅπαξ στραφέντα, ὀκτὼ μὲν ϖεριμέτρους τοῦ τροχοῦ σημαίνειν, τοῦ δὲ ϖαρακειμένου αὐτῷ [3] τυμπανίου ἕνα ὀδόντα κεκινημένου. Εἰ τύχοι οὖν, τὸ ϖαρακείμενον τύμπανον ἐὰν ὀδόντας ἔχῃ [4] τριάκοντα, ἅπαξ στραφὲν ὑπὸ τοῦ κοχλίου, στροφὰς δηλώσει [5] τοῦ τροχοῦ $\overline{σμ}$. Καὶ ϖάλιν τοῦ εἰρημένου ὀδοντωτοῦ τυμπανίου ἅπαξ στραφέντος, ὁ μὲν συμφυὴς αὐτῷ [6] κοχλίας ἅπαξ στραφήσεται, τοῦ δὲ τοῦ ϖαρακειμένου τῷ κοχλίᾳ τυμπανίου εἷς ὀδοὺς [7] κινηθήσεται. Ἐὰν ἄρα καὶ τοῦτο [τὸ] τύμπανον ἔχῃ ὀδόντας $\overline{λ}$ (ὅπερ εἶναι εἰκὸς καὶ ϖλείονας γίνεσθαι), ἅπαξ στραφέντος αὐτοῦ, στροφαὶ τοῦ τροχοῦ δηλωθήσονται $\overline{͵ζσ}$ [8]· ἂν δὲ ἄρα ὁ τροχὸς ἔχῃ τὴν ϖερίμετρον ϖηχῶν δέκα, ἔσονται ϖήχεις $\overset{ζ}{\overline{μ͵β}}$ [9], τουτέστι στάδια $\overline{ρπ}$ [10]. Καὶ ταῦτα μὲν ἐπὶ τοῦ δευτέρου τυμπανίου εἴρηται· ϖλειόνων δὲ ὄντων, καὶ τῶν ὀδόντων κατὰ τὸ ϖλῆθος αὐξανομένων, ϖόσον [11] τὸ τῆς ὁδοῦ μέγεθος ἔσεται μετρούμενον. Δεῖ δὲ τοιαύτῃ χρήσασθαι κατασκευῇ, ὥστε μὴ ϖολλῷ ϖλείονα ὁδὸν δύνασθαι σημαίνειν τὸ ὄργανον, [ἢ] τὴν ἐν μιᾷ ἡμέρᾳ δυναμένην ἐξανύεσθαι ὑπὸ τοῦ ὀχήματος· δυνατὸν γὰρ, καθ' ἑκάστην ἡμέραν ἐκμετροῦντα τὴν τῆς ἡμέρας ὁδὸν, εἰς τὴν ἑξῆς ϖάλιν ἀρχὴν ϖοιεῖσθαι τῆς ἑξῆς ὁδοῦ.

Ἀλλ' ἐπεὶ ἡ ἑκάστου κοχλίου στροφὴ οὐκ ἀκριϐῶς οὐδὲ μεμετρημένως τοὺς ϖαρακειμένους ὀδόντας στρέφει, ἡμεῖς τῇ ϖείρᾳ ἐπιστρέφομεν τὸν ϖρῶτον κοχλίαν, ἕως οὗ τὸ ϖαρακείμενον αὐτῷ ὀδοντωτὸν τύμπανον μίαν ἀποκατάστασιν λάϐῃ,

[1] αὐτῷ. — [2] σκυταλίῳ τῷ τ. — [3] αὐτῷ. — [4] ἔχει. — [5] δηλώσῃ. — [6] αὐτῶν. — [7] εἰς ὀδ. — [8] $\overline{ϖσ}$. — [9] ϖήχεις $\overline{μβ}$. — [10] ἔστι ς ρπ. — [11] ϖοδός.

nombreuses, plus longue sera la route que l'on pourra mesurer.

En effet, chaque vis, en faisant un tour, fait mouvoir une dent de la roue contre laquelle elle s'applique; de telle sorte que la vis qui fait corps avec la roue à palettes, en tournant une fois, indique *huit* révolutions de la roue de la voiture, tandis qu'elle ne fait mouvoir qu'*une* seule dent de la roue sur laquelle elle agit. Si donc cette dernière a, par exemple, 30 dents, lorsqu'elle aura fait un tour complet par l'impulsion de la vis, elle indiquera 240 tours de la roue de la voiture. De même, la susdite roue dentée, en faisant une révolution, fera faire un tour à la vis implantée sur son plan, et une seule des dents de la roue suivante sera poussée en avant. Par conséquent, si cette nouvelle roue a encore 30 dents (c'est un nombre raisonnable, et il pourrait être bien plus grand), en faisant une révolution, elle indiquera 7 200 tours de la roue de la voiture. Supposons à cette dernière 10 coudées de circonférence, ce sera 72 000 coudées, c'est-à-dire 180 stades. Ceci s'applique à la seconde roue dentée; s'il y en a d'autres, et si le nombre des dents augmente aussi, la longueur du voyage qu'il sera possible d'évaluer augmentera proportionnellement. Mais il convient de se servir d'un appareil construit de telle manière que le chemin qu'il pourra indiquer ne dépasse pas de beaucoup celui que l'on peut faire en un jour avec la voiture, parce qu'on peut tous les jours, après avoir mesuré la route de la journée, recommencer de nouveau pour la route suivante.

Ce n'est pas tout : comme un tour de chaque vis ne correspond pas, avec une exactitude et une précision mathématiques, à l'échappement d'une dent, nous ferons, dans une expérience expresse, tourner la première vis, jusqu'à ce que la roue qui μετροῦντες ὁσάκις αὐτὸς ἐπισῖρέφεται. Καί, εἰ τύχοι[1], εἰλήφθω σῖροφὰς κ̄, ἐν ᾧ τὸ παρακείμενον αὐτῷ τύμπανον μίαν ἀποκατάσῖασιν λαμβάνῃ[2]· τοῦτο δὲ εἶχεν ὀδόντας λ̄· αἱ ἄρα κ̄ σῖροφαὶ τοῦ σκυταλωτοῦ τυμπάνου [σῖρέφουσι] λ̄ ὀδόντας, ἐκείνου[3] ἂν τοῦ παρακειμένου τῷ κοχλίᾳ τυμπάνου· αἱ δὲ κ̄ σῖροφαὶ σκυτάλια ἐπισῖρέφουσιν ρ̄ξ̄· τοσαῦται δὲ καὶ τοῦ τροχοῦ εἰσὶ σῖροφαί· γίνονται ἄρα πήχεις ᾳχ̄. Εἰ δὲ οἱ λ̄ ὀδόντες μηνύουσι πήχεις ᾳχ̄, ὁ ἄρα ᾱ ὀδοὺς τοῦ εἰρημένου τυμπανίου σημαίνει τῆς ὁδοῦ πήχεις νγ γ′[4]· ὅταν ἄρα ἀρξάμενον τὸ ὀδοντωτὸν κινεῖσθαι τύμπανον, εὑρεθῇ κεκινημένον ὀδόντας ιε̄, σημαίνει ὁδὸν πηχῶν ω̄, τουτέσῖι σῖάδια δύο. Ἐπιγράψομεν οὖν ἐν μέσῳ τῷ εἰρημένῳ[5] ὀδοντωτῷ τυμπάνῳ πήχεις νγ γ′[6]· τὰ δὲ αὐτὰ ἐπιλογισάμενοι καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ὀδοντωτῶν[7] τυμπανίων, ἐπιγράψομεν τοὺς ἀριθμούς· ὥσῖε ἑκάσῖου αὐτῶν παραχθέντων τινῶν ὀδόντων, ἐπιγνῶναι τὴν ἐξανυσθεῖσαν ὁδόν.

Ἵνα δὲ μή, ὅταν βουλώμεθα ἐπισκέψασθαι τὸ μῆκος τῆς ὁδοῦ, ἀνοίγοντες τὸ κιϐωτάριον ἐπισκοπῶμεν τοὺς ἑκάσῖου τυμπάνου ὀδόντας, δείξομεν ὡς δυνατόν, διὰ τῆς ἑκάσῖου κιϐωταρίου ἐπιφανείας, γνωμονίων τινῶν περιαγομένων, εὑρίσκειν τὸ τῆς ὁδοῦ μῆκος. Τὰ μὲν γὰρ εἰρημένα[8] ὠδοντωμένα τυμπάνια κείσεται μὴ ψαύοντα τῶν πλευρῶν τοῦ κιϐωταρίου· οἱ δὲ ἄξονες αὐτῶν εἰς τὸ ἐκτὸς μέρος ὑπερεχέτωσαν[9] τῶν τοίχων· αἱ δὲ ὑπεροχαὶ τετράγωνοι ἔσῖωσαν, ὡς ἂν προσειληφυῖαι μοιρογνωμόνια ἐν τετραγώνοις σχήμασιν· ὥσῖε σῖρεφομένου τοῦ τυμπάνου, σὺν τῷ ἄξονι συσῖρέφεσθαι καὶ τὸ μοιρογνωμόνιον· οὗ δὴ[10] περιαγόμενον τὸ ἄκρον κύκλον γράψει[11] ἐν τῇ ἑτέρᾳ πλευρᾷ τοῦ αὐτοῦ τοίχου, ὃν διέλωμεν[12] εἰς τὸ αὐτὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ ἐντὸς τυμπανίου. Τὸ δὲ μοι-

[1] κ. ἐπιτύχοι. — [2] λαμβάνει. — [3] ἐκείνης. — [4] νγε. — [5] τοῦ εἰρημένου. — [6] νγε. — [7] ἐπὶ τῶν λο. ὀδόντων. — [8] εἰρήμενα. — [9] Voy. § XXXVII. — [10] ὁ δή. — [11] γράψοι. — [12] διέλομ.

engrène avec elle ait accompli un tour, et nous compterons le nombre de fois que la vis aura tourné. Supposons, par exemple, qu'elle ait tourné 20 fois pendant que la roue adjacente a fait une seule révolution; cette roue avait 30 dents : donc 20 tours de la roue à palettes correspondent à 30 dents de la roue dentée conduite par la vis. D'un autre côté, les 20 tours font échapper 160 palettes, ce qui fait un pareil nombre de tours de la roue de la voiture, c'est-à-dire 1600 coudées; par conséquent, une seule dent de la roue dentée précédente indique 53 $\frac{1}{3}$ coudées. Ainsi, par exemple, lorsque, en partant de l'origine du mouvement, la roue dentée aura tourné de 15 dents, cela indiquera 800 coudées, c'est-à-dire *deux* stades. Nous écrirons donc sur cette même roue dentée : *coud.* 53 $\frac{1}{3}$. Faisant un calcul semblable pour les autres roues dentées, nous écrirons sur chacune d'elles le nombre qui lui correspond; et, de cette manière, lorsque nous saurons de combien de dents chacune d'elles aura avancé, nous connaîtrons par là même le chemin que nous aurons parcouru.

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie

Maintenant, afin de pouvoir déterminer le chemin parcouru sans avoir besoin d'ouvrir la cassette pour voir les dents de chaque roue, nous montrerons comment, par le moyen de quelques index placés sur les faces extérieures, on peut évaluer la longueur de la route. Admettons que les roues dentées dont on a parlé soient disposées de manière à ne pas toucher les parois de la boîte, mais que leurs axes sortent en dehors, les saillies étant équarries de manière à recevoir des index percés de trous également carrés. De cette façon, la roue, en tournant, fera tourner avec son axe l'index, dont la pointe décrira, sur la face extérieure de cette paroi, un cercle que nous diviserons en un nombre de parties égal à celui des dents de la ρογνωμόνιον μεγέθει ἔσΊω τηλικοῦτον, ὥσΊε μείζονα γράφειν[1] κύκλον, πρὸς τὸ τὴν διαίρεσιν τῶν ὀδόντων ἐν μείζοσι διασΊήμασιν εἶναι· ἕξει δὲ ὁ γραφόμενος κύκλος τὴν αὐτὴν ἐπιγραφὴν τῷ ἐντὸς τυμπάνῳ· καὶ οὕτως διὰ τῆς ἐκτὸς ἐπιφανείας, ἐπιθεωρήσομεν τὸ μῆκος τῆς ἀνυσθείσης ὁδοῦ. Ἐὰν δὲ μὴ ᾖ δυνατὸν πάντα τὰ τυμπάνια μὴ ψαύειν τῶν τοίχων τοῦ κιϐωταρίου, διὰ τὸ ἐμποδίζεσθαι ὑπ' ἀλλήλων, ἢ διὰ τοὺς παρακειμένους κοχλίας, ἢ δι' ἕτερόν τι, ἀποτρίψωμεν[2] ἕκασΊον αὐτῶν τοσοῦτον ὥσΊε μηδὲν ἐμποδὼν[3] εἶναι.

Ἐπεὶ οὖν τῶν ὀδοντωτῶν[4] τυμπάνων ἃ μὲν παράλληλα τῷ πυθμένι ἐσΊὶν, ἃ δὲ ὀρθὰ, καὶ τῶν γραφομένων ἄρα κύκλων ὑπὸ τῶν μοιρογνωμονίων[5], οἱ μὲν ἐν τοῖς ὀρθοῖς τοίχοις ἔσονται τοῦ κιϐωταρίου ὀδοντωτοῦ, [οἱ δὲ] ἐν πώματι[6]. Δεήσει ἄρα διὰ τοῦτο, ἕνα τῶν ὀρθῶν τοίχων τῶν μὴ ἐχόντων τοὺς κύκλους, πῶμα γενέσθαι, ἵνα τὸ ὡσανεὶ πῶμα τοῖχος ᾖ.

[1] ὥσΊε μίαν γρ. — [2] ἀποτίσωμεν. — [3] ἐμποδεῖν. — [4] ὀδόντων τῶν. — [5] μοιρογνομόνων. — [6] ἐνὶ πώμ.

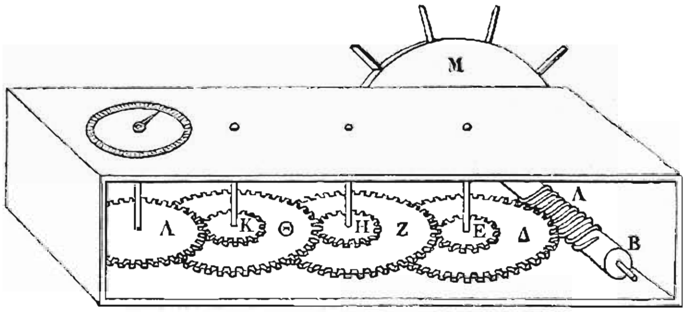
« J'aurais volontiers abrégé la description de cette machine, que les artistes modernes construisent d'après les principes d'Héron, mais d'une manière plus commode pour l'usage. Vitruve (au livre X, ch. XIV) décrit, pour le même but, un instrument qu'il dit avoir emprunté aux anciens, et qui est peut-être un de ceux dont parle Héron au commencement de sa description, en donnant la préférence au sien. Effectivement, celui de Vitruve présente bien un certain air d'élégance; mais il indique seulement les milles roue intérieure. L'index doit avoir une longueur suffisante pour décrire une circonférence plus grande que la roue, de façon que cette circonférence soit divisée en parties plus grandes que l'intervalle qui sépare les dents. Ce cercle doit porter le nombre déjà marqué sur la roue intérieure. Par ce moyen, nous verrons sur la surface extérieure de la cassette la longueur de la route parcourue. S'il était impossible d'empêcher le frottement des roues contre les parois de la cassette, soit parce qu'elles s'embarrassent entre elles, soit à cause des vis adjacentes, soit pour toute autre raison, il faudrait alors les limer d'une quantité suffisante pour que l'appareil ne fût plus gêné en aucune façon.

De plus, comme les roues dentées sont, les unes perpendiculaires, les autres parallèles au fond de la boîte, de même les cercles décrits par les index seront, les uns sur les parois latérales de la cassette, les autres sur la partie supérieure. En conséquence, il faudra faire en sorte qu'une des parois latérales qui ne portent pas de cercle serve de couvercle, ou, en d'autres termes, il faudra que la boîte se ferme latéralement.

grosso modo, sans marquer les coudées séparément, comme le fait l'odomètre de notre auteur.

« A la fin du manuscrit se trouve un fragment sur la manière de mesurer la route parcourue sur l'eau par un navire. J'ai cru devoir le placer ici, à cause de son analogie avec la question précédente. » — VR.

Κεφ. λε'.

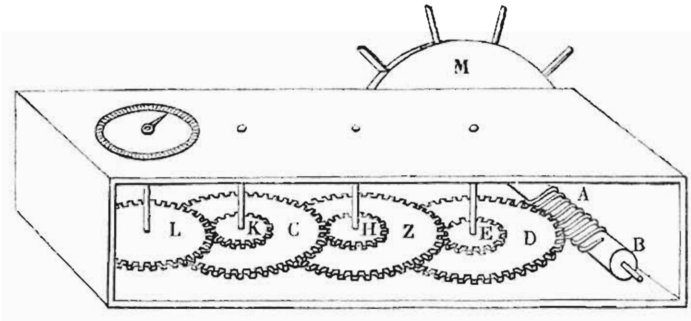


Ἔσῖω οὖν κοχλίας ἐπί τινων σῖηματίων κινούμενος ὁ AB. Ὧ παρακείσθω τύμπανον τὸ Δ, ὀδόντων [ϖα̅]· τούτῳ δὲ συμφυὲς ἔσῖω τύμπανον τὸ E, ὀδόντων [θ̅]. Καὶ τούτῳ παράλληλον ἔσῖω[1] τὸ Z, ὀδόντων ρ̅· συμφυὲς δὲ ἔσῖω αὐτῷ τὸ H[2], ὀδόντων ιη̅. Παρακείσθω δὲ τὸ Θ, ὀδόντων οβ̅· ὁμοίως δὲ συμφυὲς ἔσῖω αὐτῷ τὸ K[3], ὀδόντων ιη̅. Ὁμοίως δὲ τὸ Λ, ὀδόντων ρ̅[4]· πρὸς ὃ ἕτερον ὁμοίως [κ. τ. λ.], ἀφ' οὗ μοιρογνωμόνιον ἔσῖω τὸ δηλοῦν τὸ πλῆθος τῶν σῖαδίων.

Κατεσκευάσθω[5] δὲ τροχὸς πῖερωτὸς ὁ M, τὴν περίμετρον ἔχων, τὴν ὑπὸ τῶν πῖερῶν, [ε̅] πάσων, τετορνευμένος, ἰσοχρόνιος ὢν τῇ νηΐ. Σὺν τῷδε[6] καὶ τοῦ αὐτοῦ ἐκφερομένου, ἄξονι τούτου τοῦ τροχοῦ[7] προσειλήφθω ὀδούς· [ὥσῖ'] ἐὰν δυνάμενον[8], ἐν μιᾷ ἀποκαταστάσει τοῦ M, ἕνα ὀδόντα τοῦ Δ[9] πίπῖειν. Δῆλον οὖν ὅτι, τῆς νεὼς ρ μίλια πορευθείσης[10], τὸ Λ τύμπανον μίαν ἀποκατάσῖασιν ἕξει· ὥσῖ' ἐὰν μὲν ὢν τὶς κύκλος[11] περὶ τὸ κέντρον τοῦ Λ διαιρεθῇ εἰς ρ̅, τὸ μοιρογνωμόνιον τὸ συμφυὲς τῷ Λ[12], φερόμενον ἐπὶ τοῦ εἰρημένου κύκλου, δηλώσει τὸ καθ' ἕκασῖον κίνημα [τὸ ποσὸν] τῆς κινήσεως.

[1] ἔσῖων κοχλίαι ἐπὶ τ. σῖοματίων κινούμενοι ὁ αβ̅, ὡς συμφυὲς ἔσῖω τ. τὸ δ̅. ὀδ. τοῦτο δὲ σ. ἔσῖω ὀδ. καὶ τ. παράλληλοι ἔσῖων. — [2] αὐτὸ τὸ η̅. — [3] ἔσῖω αὐτὸ τὸ κ̅. — [4] ὁμοίως δὲ τὸ λ̅ ὀδ. ζ̅. πρὸς ὁ ἑτ. ὁμ. ὀδ. λ̅, ἀφ. — [5] κατασκ. — [6] σὺν τῷ δε. — [7] τούτῳ τῷ τροχῷ. — [8] ὀδοῦ, ἐὰν δυνάμενος. — [9] ἕνα ὀδ. τοῦ λ̅. — [10] ρ̅ κίλια πυρ. — [11] ἔν τις κ. — [12] τοῦ λ̅.

§ XXXV.



Soit une vis AB tournant dans ses supports. Supposons que son filet mène une roue D de 81 dents, à laquelle sera fixé un pignon E de 9 dents. Supposons ensuite que ce pignon engrène avec une autre roue Z de 100 dents, et qu'à celle-ci soit fixé un pignon H de 18 dents; puis, que ce pignon engrène avec une troisième roue C de 72 dents, laquelle portera également un pignon K de 18 dents; puis encore, que ce pignon engrène avec une roue L de 100 dents, et ainsi de suite; de sorte qu'enfin la dernière roue porte un index disposé de manière à indiquer le nombre des stades parcourus.

D'un autre côté, construisons une roue ailée M, dont le périmètre, en dedans des ailes, soit de 5 *pas* romains; supposons-la parfaitement circulaire, et adaptée au flanc d'un navire, de manière à avoir, sur la surface de l'eau, une vitesse égale à celle du bâtiment. Supposons, en outre, les choses disposées de telle façon, qu'à chaque tour de la roue M il avance, s'il est possible, une dent de D. Il est clair qu'alors, à chaque distance de 100 *milles* parcourus par le vaisseau, la roue L fera une révolution. De sorte que, si un cercle concentrique à la roue L est divisé en *cent* parties, l'index fixé à L, en tournant sur ce cercle, marquera, par le nombre des degrés, le nombre des milles parcourus.

Ici je suis obligé de me séparer entièrement de Venturi, qui n'a pas du tout compris les détails numériques de ce passage. Il a pris les noms, Δ et M, de deux roues, pour les nombres de leurs dents; et cette erreur l'a empêché de retrouver les autres nombres, qui manquent dans le manuscrit. A proprement parler, il ne manque qu'un nombre, c'est celui de la circonférence de la roue à palettes; car les nombres de dents de la roue Δ et de son pignon se trouvent sur un débris de figure que contient encore le manuscrit. Cette figure, j'en conviens, ne saurait être celle d'Héron; car, 1° les roues et leurs pignons s'y trouvent à la suite les uns des autres comme s'ils jouaient tous le même rôle; 2° la roue à palettes occupe le dernier rang au lieu d'être au premier, etc. etc. On ne peut donc voir, dans la figure en question, qu'un essai de restitution fait, à une époque relativement moderne, par un copiste inintelligent. Mais ce que la figure ne donne pas n'empêche nullement de faire usage de ce qu'elle donne. C'est donc pour me conformer, autant que possible, aux données de cette figure, que j'ai rétabli les nombres 81 [1] et 9 avec leurs attributions; et, d'un autre côté, j'ai substitué le nombre $\rho = 100$ au nombre $\zeta = 7$, comme semble le demander la suite du texte. Plusieurs autres corrections, également indispensables pour échapper à quelques contradictions, étant de même effectuées, la circonférence de la roue à palettes se trouve déterminée complétement. Ce nombre doit être exprimé en *pas* romains comme l'indique le mot πάσων, transcription du mot latin *passuum*, de même que le mot μίλια (au lieu de χίλια), employé à l'évaluation de la route parcourue, est celle du mot *millia*.

Cela posé, soient, pour généraliser, R, R', R'', . . . les nombres respectifs de dents des roues désignées par D, Z, C, . . .; soient r, r', r'', . . . ceux des dents de leurs pignons désignés par E, H, K. . . . Il résultera de ces notations, que l'échappement de chaque dent de la roue L correspondra à un nombre de tours de la roue M, marqué par le rapport $\frac{R\,R'\,R''\ldots}{r\,r'\,r''\ldots}$, et, par conséquent, en nommant P le périmètre de cette dernière, évalué en *pas*, à un nombre de *milles* parcourus par le navire, exprimé par $\frac{R\,R'\,R''\ldots P}{r\,r'\,r''\ldots 1000}$. Si donc on veut que cet échappement d'une dent de la roue L corresponde précisément à *un mille*, on aura $\frac{R\,R'\,R''\ldots}{r\,r'\,r''\ldots} P = 1000$; de sorte que, si le cercle concentrique à la roue L est divisé en autant de degrés que cette

[1] Observons cependant que, dans le manuscrit, il y a seulement 80, représenté par la sigle ϖ; mais le nombre 81 est suffisamment motivé par le diviseur 9, nombre de dents du pignon correspondant.

dernière a de dents, par exemple 100, le nombre des degrés décrits par l'index marquera le nombre des *milles* parcourus.

Maintenant, venant à notre exemple particulier, nous avons $n = 100$, $r = 9$, $r' = 18$, $r'' = 18$, $R = 81$, $R' = 100$, $R'' = 72$; d'où $P = 5$.

La valeur de ce nombre me semble donner à mes restitutions un certain degré de vraisemblance, et voici comment. Vitruve, qui présente le problème à sa manière (X, IX), donne à sa roue 4 pieds de diamètre. Or, si l'on multiplie 4 par $\frac{2}{5}$ pour avoir ce diamètre exprimé en pas, à raison de 5 pieds pour 2 pas, conformément au tableau de réduction que j'ai donné à la suite du § V, puis par $\frac{25}{8}$, valeur suffisamment approchée[1] du rapport de la circonférence au diamètre, on retrouve les 5 pas ($4 \times \frac{2}{5} \times \frac{25}{8} = 5$).

Il serait possible, toutefois, que la découverte de quelque nouveau manuscrit modifiât les résultats précédents; mais je me crois autorisé à affirmer que, eu égard aux circonstances signalées ci-dessus, ces résultats, considérés du moins comme approximatifs, présentent le plus haut degré de vraisemblance et de probabilité possible[2].

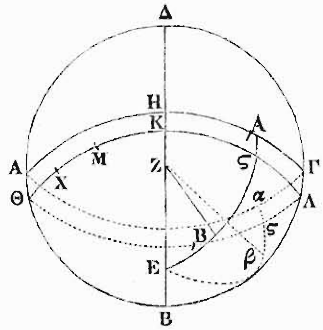
Je terminerai en observant que, si ce passage appartient à Héron, il est toutefois étranger au Traité de la Dioptre : car autrement il devrait, dans le manuscrit comme ici, se trouver à la suite du § XXXIV, au lieu d'être rejeté à la fin de l'ouvrage et à la suite du § XXXVII, qui n'est lui-même qu'une addition. Mais ce n'est pas tout : ce § XXXV est évidemment composé de deux morceaux d'origine différente; et il se pourrait encore que la première partie appartînt à Héron et non la seconde. Cela est facile à reconnaître, puisque la première partie prend le stade pour unité, tandis que la seconde est calculée en milles; et, en effet, si je n'avais pas corrigé *χίλια* (*sic*) en *μίλια*, il m'eût été impossible d'expliquer le mot *πάσων* qui, placé comme il l'est en cet endroit, ne peut être que le mot latin *passuum* hellénisé. L'application finale paraît donc bien être d'une autre main que le théorème; et elle semble déceler un compilateur gréco-romain. — H.V.

[1] On sait que cette fraction est la première des réduites secondaires de la valeur du nombre ϖ exprimé en fraction continue.

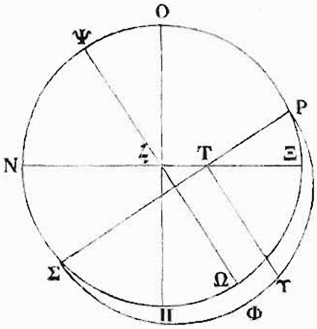
[2] Une dernière portion de la *figure* des manuscrits, non mentionnée dans le texte, et où se lisent les nombres 7, 70 et 30, pourrait s'interpréter en admettant l'existence d'une quatrième roue dentée de 70 dents, engrenant avec un quatrième pignon de 7 dents, et en supposant que la roue L a 30 dents; alors, en divisant le cercle en 300 parties au lieu de 100, l'index marquerait également les *milles* parcourus. Cela résulte de ce que le produit $\frac{70}{7} \times \frac{30}{300} = 1$.

Κεφ. λϛ'.

Σχ. α.



Σχ. β.



Ὅσοι μὲν οὖν τόποι βαδίζεσθαι δύνανται, τούτων τὰ μήκη[1], ἢ διὰ τῆς κατασκευασθείσης [ἡμῖν] διόπΊρας, ἢ τοῦ ῥηθέντος ὁδομέτρου εὑρίσκεται· ἐπεὶ δὲ εὔχρησΊον ὑπάρχει, καὶ «Τὴν «μεταξὺ δύο κλιμάτων ὁδὸν ἡλίκη ἐσΊὶν ἐπίσΊασθαι,» ἐμπιπΊόντων εἰς αὐτὴν νήσων τε καὶ τῶν πελαγῶν, καὶ, εἰ τύχοι, ἀϐάτων τινῶν τόπων, ἀναγκαῖόν ἐσΊι καὶ πρὸς τοῦτο μέθοδόν τινα ὑπάρχειν, ὅπως παντελῶς εἴη ἡμῖν ἡ ἐκδεδομένη πραγματεία. Δεδόσθω δὴ[2], εἰ τύχοι, τὴν μεταξὺ Ἀλεξανδρείας καὶ Ῥώμης ὁδὸν ἐκμετρῆσαι τὴν ἐπ' εὐθείας, τήν γε ἐπὶ[3] κύκλου περιφερείας μεγίσΊου τοῦ ἐν τῇ γῇ, προσομολογουμένου[4] τούτου, ὅτι περίμετρος τῆς γῆς σΊαδίων ἐσΊὶ $\overset{\kappa\epsilon}{\mu}$[5] καὶ ἔτι ͵β, ὡς ὁ μάλισΊα τῶν ἄλλων ἀκριϐέσΊερον πεπραγματευμένος Ἐρατοσθένης δείκνυσιν ἐν ἐπιγραφομένῳ «Περὶ τῆς ἀναμετρήσεως τῆς γῆς.»

Τηρείσθω οὖν ἐν τῇ Ἀλεξανδρείᾳ καὶ Ῥώμῃ [ἡ] αὐτὴ ἔκλειψις τῆς σελήνης· (εἰ μὲν γὰρ ἐν ταῖς ἀναγραφείσαις εὑρίσκεται, ταύτῃ χρησόμεθα· εἰ δὲ οὔ, δυνατὸν ἔσΊαι ἡμᾶς αὐτοὺς τηρή-

[1] τῷ μήκει. — [2] δέ. — [3] εὐθ. γῆν τε τὴν ἐπ. — [4] fort. προομολ. — [5] σΊαδίων ·/. $\overline{\mu\epsilon}$, καί.

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

§ XXXVI.

Fig. 1.

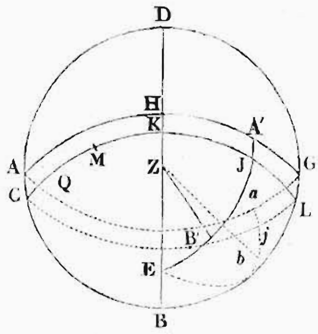
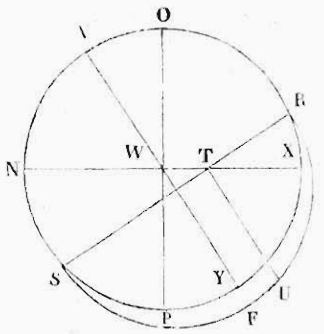


Fig. 2.



Ainsi donc, quelle que soit la longueur d'un chemin à parcourir, on peut déterminer cette longueur, soit avec la dioptre que nous avons construite, soit avec l'odomètre dont on a parlé ci-dessus. Mais il serait bien utile de pouvoir aussi *Mesurer la distance qui sépare deux pays situés dans des climats différents*, et entre lesquels se trouvent des îles, des mers, et, en général, des lieux inaccessibles : il est donc nécessaire d'ajouter ici, pour remplir cet objet, une méthode qui complète tout à fait la théorie que nous avons exposée. Par exemple, soit proposé de mesurer la distance d'Alexandrie à Rome, prise en droite ligne sur la surface de la terre, c'est-à-dire plus exactement, en suivant la circonférence d'un de ses grands cercles, une chose étant d'abord convenue, savoir, que le contour de la terre est de 252 000 stades, comme Ératosthène, l'auteur le plus exact de beaucoup parmi tous ceux qui ont traité ce sujet, le démontre dans le livre qu'il a écrit *Sur la mesure de la terre*.

Que l'on observe à Alexandrie et à Rome la même éclipse de lune. (Si une pareille observation se trouve mentionnée dans les registres, nous nous en servirons; dans le cas contraire, il nous sera possible de la faire nous-même, puisque les éclipses de

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

σαντας εἰπεῖν, διὰ τὸ τὰς τῆς σελήνης ἐκλείψεις[1] *διὰ πενταμήνων καὶ ἑξαμήνων γίνεσθαι). Ἔστω οὖν εὑρημένη ἐν τοῖς εἰρημένοις κλίμασιν αὕτη*[2] *ἔκλειψις, ἀλλὰ ἐν Ἀλεξανδρείᾳ μὲν νυκτὸς ὥρας* $\overline{\varepsilon}^{\eta\varsigma}$, *ἐν Ῥώμῃ δὲ ἡ αὐτὴ*[3], *νυκτὸς ὥρας* $\overline{\gamma}^{\eta\varsigma}$, *δηλονότι τῇ αὐτῇ νυκτί. Ἔστω δὲ καὶ ἡ νὺξ, τουτέστιν ὁ ἡμερήσιος κύκλος καὶ καθ' οὗ φέρεται** *ὁ ἥλιος ἐν τῇ εἰρημένῃ νυκτὶ, ἀπέχων ἀπὸ ἰσημερίας ἐαρινῆς, ὡς ἐπὶ τροπὰς χειμερινὰς, ἡμέρας δέκα· καὶ καταγεγράφθω ἡμισφαίριον, τὸ διὰ τῶν τροπικῶν, εἰ μὲν ἐν Ἀλεξανδρείᾳ ἐσμὲν, πρὸς τὸ ἐν Ἀλεξανδρείᾳ, εἰ δ' ἐν Ῥώμῃ, πρὸς τὸ ἐν Ῥώμῃ κλίμα.*

Ἔστω δὴ[4] *ἡμᾶς εἶναι ἐν Ἀλεξανδρείᾳ· καὶ ἐγκείσθω κοῖλον*[5] *ἡμισφαίριον, διὰ τῶν τροπικῶν, καταγράφειν πρὸς τὸ ἐν Ἀλεξανδρείᾳ κλίμα.* Καὶ *ἔστω αὐτοῦ ὁ περὶ τὸ χεῖλος κύκλος ὁ* ΑΒΓΔ· *μεσημβρινὸς*[6] *δὲ ἐν αὐτῷ ἔστω ὁ* ΒΕΖΗ[Δ]· *ἰσημερινὸς δὲ ὁ* ΑΗΓ· *πόλος δὲ τῶν παραλλήλων ὁ* Ε· *τοῦ δὲ περὶ τὸ χεῖλος τοῦ ἡμισφαιρίου πόλος ὁ* Ζ[7]. Καὶ *ἐντετάχθω ὁμοταγὴς τῷ κύκλῳ τῷ καθ' ὃν*[8] *φέρεται ἐν τῇ εἰρημένῃ νυκτὶ ὁ ἥλιος ὥρας πέμπτης, τότε μὲν ἀπέχων*[9] *ἀπὸ ἰσημερίας ἐαρινῆς καὶ ἐπὶ τροπὰς χειμερινὰς ἡμέρας* $\overline{\iota}$, *καὶ ἔστω ὁ* ΘΚΛ· *καὶ διῃρήσθω ἡ* ΘΚΛ *περιφέρεια εἰς τὰς* $\iota\beta$· *καὶ ἔστω τοιοῦτον ἡ πέμπτη* ΘΜ, *ἐπειδήπερ πέμπτης ὥρας*[10] *ἡ ἔκλειψις ἐτηρήθη ἐν Ἀλεξανδρείᾳ· ἔσται ἄρα τὸ* Μ *ὁμοταγὲς τῷ πρὸς ὃ ἦν ὁ ἥλιος*[11] *τῆς ἐκλείψεως γενομένης.*

Καὶ *γεγράφθω δὴ*[12] *καὶ τὸ διὰ Ῥώμης ἀνάλημμα, ἐν ᾧ ἐγγεγράφθω καὶ ὁ ἡμερήσιος κύκλος ὁ ὁμοταγὴς τῷ* ΘΚΛ. Καὶ *τοῦ ὁρίζοντος μὲν διάμετρος ἡ* ΝΞ· *γνώμων ὁ* ΟΠ[13]· *ἡ δὲ τοῦ ἡμερησίου διάμετρος ἡ* ΡΣ· *δίορον δὲ ἡ* ΤΥ. Καὶ *οἷόν ἐστιν ἡ* ΥΦΣ

[1] *ἔκλειψις.* — [2] *ἐν αὐτῇ.* — [3] *ἐν αὐτῇ.* — [4] *δὲ.* — [5] *κοινόν.* — [6] *μεσημβρίᾳ.* — [7] *ὁ* $\overline{\theta\zeta}$. — [8] *καθὸ.* — [9] *τὸ μὲν ἀπέχειν.* — [10] *ἡ* $\overline{\varepsilon\eta\theta\mu}$. *ἐπ.* $\overset{\alpha}{\varpi}$ Є *ὡρ.* — [11] *τὸ πρ. ὁ μὴ θ'.* — [12] *δὲ.* — [13] *γν. ὁ* $\overline{\theta\pi}$.

* Les manuscrits de Strasbourg et de Paris omettent les sept mots précédents, à partir de *τουτέστιν*, de cette manière : *τουτέστιν ὁ ἥλιος.*

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

lune arrivent par intervalles de cinq et de six mois [environ].) Supposons donc que l'on ait constaté l'existence d'une telle éclipse, la même, aux lieux susdits, mais à *cinq* heures de nuit pour Alexandrie, et, pour Rome, à *trois* heures de la même nuit. Soit, de plus, la distance de cette nuit (c'est-à-dire la distance du cercle diurne sur lequel se trouve le soleil pendant cette nuit) à l'équinoxe, du côté du tropique d'hiver, de dix jours. Représentons l'hémisphère concave, traversant les tropiques [1], qui correspond au climat d'Alexandrie, si nous sommes à Alexandrie, et à celui de Rome, si nous sommes à Rome.

Supposons que nous soyons à Alexandrie. Considérons l'hémisphère concave, traversant les tropiques, qui correspond au climat d'Alexandrie; et soit ABGD (fig. 1re) le cercle qui borde l'hémisphère [2], BEZHD le méridien qui le traverse, AHG l'équateur, E le pôle des parallèles, et Z le pôle du cercle qui borde l'hémisphère [3]. Maintenant, il faut assigner la position qu'occupe le soleil à 5 heures, sur le cercle que forme sa trajectoire ce jour-là, c'est-à-dire à 10 jours d'intervalle de l'équinoxe du printemps, du côté du tropique d'hiver. Soit CKL ce cercle; divisons l'arc CKL en *douze* parties dont *cinq* soient contenues dans CM; et alors, puisque l'éclipse a été observée à Alexandrie à *cinq* heures, M sera le point correspondant à celui où était le soleil lors de l'apparition de l'éclipse.

Décrivons maintenant l'analemme de Rome, avec le cercle diurne correspondant à CKL. Soit NX le diamètre de l'horizon (fig. 2), OP le gnomon, RS le diamètre du cercle diurne, TU la ligne de séparation du jour d'avec la nuit [4] (ou l'intersec-

[1] C'est-à-dire dont le bord coupe les cercles tropicaux.

[2] Ce cercle représente l'*horizon rationnel*.

[3] Ce point représente le *nadir*.

[4] C'est-à-dire l'intersection du cercle diurne avec l'horizon, intersection qui sépare la portion du cercle diurne cachée sous l'horizon de celle qui reste au-dessus : c'est cette figure de séparation qu'Héron nomme *διορον*.

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

ϖεριφέρεια ταῖς ὥραις ἡμερησίαις ϛ, τοιοῦτον[1] ὡρῶν ἡμερησίων ΥΦ, γ[2], ἐπειδήπερ ἡ τήρησις ἐν Ῥώμῃ γεγένηται ὥρας γ^ης· καὶ τῇ ΥΦ ϖεριφερείᾳ ὁμοία κείσθω ἡ ΜΧ, γ· τὸ ἄρα Χ[3] σημεῖον ϖρὸς τῷ ὁρίζοντι τῷ διὰ Ῥώμης. Ἔσ7ω δὲ καὶ ἄξων ἐν τῷ ἀναλήμματι[4] ὁ ΨΩ, καὶ τῇ ΥΦΣ[5] ϖεριφερείᾳ ὁμοία κείσθω ἡ Χϛ[6]· καὶ ἐπειδὴ τὸ ϛ ἐσ7ὶ[7] τοῦ μεσημβρινοῦ τοῦ διὰ[8] Ῥώμης, ἀλλὰ καὶ τὸ Ε ϖόλος τῶν ϖαραλλήλων[9], γεγράφθω διὰ τῶν Ε, ϛ, μέγισ7ος κύκλος ὁ Εϛ· οὗτος δὴ ἔσ7αι[10] ὁ εἰρημένος διὰ Ῥώμης[11] μεσημβρινός. Καὶ τῇ ΞΩ ϖεριφερείᾳ ὁμοία κείσθω ἡ ͵Α͵Β, ἀπὸ δὲ τοῦ ϛ͵Α τετράγωνον κείσθω Η͵Α͵ΒΖ[12]· τὸ ἄρα ͵Β σημεῖον ἔσ7αι τοῦ διὰ Ῥώμης ὁρίζοντος ϖόλος, ἀλλὰ καὶ τὸ Ζ τοῦ δι' Ἀλεξανδρείας. Γεγράφθω οὖν διὰ τῶν ͵Β, Ζ, μεγίσ7ου κύκλου ϖεριφέρεια[13] ἡ ͵ΒΖ, καὶ ἐξητάσθω ϖόσων γίνεται μοιρῶν ϖρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον· εὑρήσθω, εἰ τύχοι, μοιρῶν[14] κ· ἔσ7αι οὖν ἡ ἀπολαμβανομένη ἐν τῇ γῇ μεταξὺ Ῥώμης καὶ Ἀλεξανδρείας μοιρῶν κ· καὶ ὁ μέγας κύκλος μοιρῶν τξ. Ἔχει δὲ ἡ μία μοῖρα τῶν ἐν τῇ γῇ σ7άδια ψ[15], εἴ γε ὅλη [ἡ] ϖερίμετρός ἐσ7ι [μυριάδων] κε, καὶ ͵β[16]· αἱ ἄρα κ μοῖραι[17] γίνονται εἰς $\overset{\alpha}{\mu}$ [͵δ]· ὁδίους οὖν τούσδε[18] σ7αδίους ἐμφανούμεθα*, καὶ τὸ τῆς εἰρημένης ὁδοῦ μῆκος.

Ἐὰν δὲ τὸ ͵Α σημεῖον ὑπερπίπ7ῃ τοῦ [Γ σημείου, μεγέθει] τῆς ὑπερπιπ7ούσης ϖεριφερείας ἣν θήσομεν τὴν αΓ[19], καὶ ἔσ7αι τὸ ϛΛ[20] διάμετρον τῷ ὑπερπίπ7οντι σημείῳ**. Πάλιν οὖν τετραγωνικῶς θέντες τὴν ϛβ[21], ἕξομεν τὸ β σημεῖον· [καὶ ἀφελόντες τὸν ἀριθμὸν τῶν μοιρῶν τῆς Ζβ, ἀπὸ ρπ μοιρῶν, ἕξομεν τὸν ἀριθμὸν τῆς ὁδοῦ].

[1] τῇ ηω ϛ τοιούτων. — [2] ωη υφγ. — [3] μχγ ὁ Є χ. — [4] ἀναλύμμ. — [5] καὶ ἡ υφσ. — [6] χκ. — [7] ἐπὶ. — [8] τὸ διά. — [9] τὸ ἡ ϖ. γ τῶν ϖ. — [10] ἐπὶ. — [11] γεγ. δὴ τ. βϛ μέγ. ⊙ ὁ υεϛ. τοῦτο δὴ ἐπεὶ Ῥώμην. — [12] ὁμ. κ. ἡ θϛ. ἀπὸ δὲ τοῦ σα □ κ. ἡ αβ τὸ Є β. — [13] μεγ. ⊙, οὗ ϖερ. — [14] μηρῶν. — [15] σ7. σψ. — [16] ϖεριμετρός ἐσ7ιν κε, καὶ β. — [17] μοίραν. — [18] οὗ τοὺς δή. — [19] τὴν γ. — [20] τὸ β τε — [21] Π. οὖν □' θ. τ. σβ.

* Voyez § 34, une expression analogue. — ** C'est-à-dire τῷ ϛ.

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

tion des deux cercles); et, de même que l'arc UFS correspond à *six* heures, de même prenons l'arc UF correspondant à *trois* heures, puisque c'est à cette heure que l'éclipse a été observée à Rome. Or, soit pris l'arc MQ (fig. 1) semblable à UF (fig. 2), et le point Q (fig. 1) sera sur l'horizon de Rome. Soit VY (fig. 2) l'axe de l'analemme; prenons l'arc QJ (fig. 1) semblable à l'arc UFS (fig. 2) : le point J (fig. 1) sera sur le méridien de Rome; et, puisque E était le pôle des parallèles, par les deux points E, J, faisons passer un grand cercle EJ : ce sera le méridien de Rome. [A partir de son intersection A′ avec l'équateur], prenons l'arc A′B′ (fig. 1) semblable à XY (fig. 2), et plaçons-le sur A′J (fig. 1), de manière à former le quadrilatère HA′B′Z : B′ sera le pôle de l'horizon de Rome, de même que Z était celui de l'horizon d'Alexandrie. Enfin, traçons l'arc de grand cercle qui doit joindre les points B′ et Z; et, pour le mesurer en degrés, portons-le sur le grand cercle ABGD. Supposons qu'il se trouve être, par exemple, de 20 degrés : la distance, sur terre, de Rome à Alexandrie, sera donc de 20 degrés, dont le grand cercle contient 360. Or un degré terrestre vaut 700 stades, en supposant, comme nous l'avons déjà dit, que la circonférence entière en ait 252 000. Les 20 degrés correspondent donc à 14 000 stades; et telle est la longueur de la distance proposée.

Si le point A′ dépasse [le bord de l'hémisphère ou le point G], d'un arc égal, par exemple à *a*G, il faudra de même ajouter [sur le prolongement de l'arc QL] un arc L*j* pour atteindre le point *j*. Construisant comme précédemment le quadrilatère qui détermine *jb*, nous obtiendrons le point *b*; [retranchant alors l'arc Z*b* de 180°, nous aurons le nombre de degrés de la distance cherchée].

Le problème précédent, soit qu'on le considère dans son ensemble ou dans ses détails, est certainement le morceau le plus curieux de tout l'ouvrage. J'ai déjà eu l'occasion d'en parler dans l'Introduction; et je ne reviendrai point ici sur les inductions qu'il m'a fournies relativement à l'époque de la rédaction du Traité de la Dioptre. Mais j'ai plusieurs observations de détail à ajouter à celles que j'ai faites en cet endroit.

Héron cite l'ouvrage d'Ératosthène sous ce titre : Ἐν ἐπιγραφομένῳ περὶ τῆς ἀναμετρήσεως τῆς γῆς. Macrobe dit : (*In somn. Scip.* I, xx) : *in libris dimensionum*, ce que Planude traduit ainsi : ἐν τοῖς περὶ διαμετρήσεως βιβλίοις. On trouve cependant, dans certains manuscrits de Macrobe, la leçon *in libro.* Il se présenterait donc ici une question, savoir, si Ératosthène a écrit plusieurs livres sur les mesures ou s'il n'en a écrit qu'un. Venturi adopte une opinion en quelque sorte intermédiaire; et il pense qu'Ératosthène, s'étant aussi occupé de la détermination des grandeurs et des distances des corps célestes, avait pu diviser son ouvrage en plusieurs livres, dont l'un traitait en particulier *De la mesure de la terre* (voy. à ce sujet Fabricius, éd. de Harles, tome IV, p. 121 et 124). Je ne m'arrêterai point à discuter la justesse de cette appréciation du traducteur italien; mais je ne saurais laisser passer de même le sens qu'il paraît attacher aux mots ἐν ταῖς ἀναγραφείσαις. « Théon, poursuit-il à ce sujet, Théon, dans ses Commentaires sur Aratus, dit que, depuis Méton, les astronomes exposaient dans les villes, des Tables où étaient décrits, pour les années à venir, les événements des saisons et du ciel, *gli avvenimenti delle stagioni e del cielo* : c'est ce que Géminus et Vitruve nommaient des *parapegmes*. » Or le mot ἀναγραφείσαις me paraît désigner uniquement les éclipses déjà observées et consignées dans les éphémérides, et non des éclipses prédites et calculées d'avance[1] : de là cette espèce de restriction, εἰ μὲν γὰρ εὑρίσκεται, « s'il s'en rencontre une, » qui suppose la même éclipse observée dans les deux lieux dont on veut connaître la distance; à défaut de quoi il faut prendre ses précautions d'avance en guettant, en quelque sorte, l'apparition de la première éclipse que l'on sait devoir arriver. A ce sujet, nous rencontrons ici une assertion singulière de notre auteur, qui annoncerait de sa part, si l'on devait prendre ses expressions à la lettre, une ignorance dont on ne peut raisonnablement pas le

[1] Sur le mot ἀναγραφή, voy. le *Thesaurus*; Gail, *Sur les Hiérons de l'Égypte*, Paris, 1823, p. 109; et M. Brunet de Presle, *Examen critique de la succession des dynasties égyptiennes*, t. I, p. 60.

supposer coupable, c'est à savoir, que *les éclipses de lune arrivent tous les cinq ou six mois* : τὸ τῆς σελήνης ἐκλείψεις διὰ πενταμήνων καὶ ἑξαμήνων γίνεσθαι. Or, selon toute vraisemblance, Héron a voulu dire simplement que l'on n'aurait communément pas à attendre plus de cinq ou six mois l'occasion de faire la double observation demandée. Il suffit d'un mot supprimé par quelque copiste, σύνεγγυς ou ἔγγιστα, pour avoir produit ce faux sens[1].

Parlons maintenant de l'hémisphère *creux* (κοῖλον, au lieu de κοινόν qu'on lit dans le manuscrit) dont l'auteur se sert dans sa démonstration. Les mots διὰ τῶν τροπικῶν me paraissent signifier que le cercle qui borde cet hémisphère, ὁ περὶ τὸ χεῖλος κύκλος, cercle qui représente *l'horizon rationnel* du lieu, et sur lequel se fait la projection, traverse les deux tropiques, ce qui exige que la situation de la sphère, pour le lieu d'observation, n'approche pas trop de celle de la sphère droite, ou, plus précisément, que le lieu proposé n'appartienne point aux régions polaires; car, dans ce cas, il n'y aurait plus d'heures temporaires, et la solution d'Héron se trouverait inapplicable : c'est ce qu'il paraît avoir voulu indiquer en insistant sur les expressions διὰ τῶν τροπικῶν.

Cet hémisphère creux, dont l'intention n'a pas été comprise par Venturi, et qu'en effet il m'a été fort difficile de reconnaître dans la figure (encore plus obscure et plus altérée que le texte) qui devait le représenter, me paraît être, comme je l'ai dit dans l'Introduction, ce que les anciens astronomes nommaient *scaphion* ou *scaphé*, et dont nous trouvons l'usage expliqué dans Cléomède (I, x), dans Macrobe (*In somn. Scip.* I, xx), dans Martianus Capella (VI, I). Macrobe définit ainsi la scaphé : « Saxeum vas in hemisphærii speciem cavata ambitione curvatum, infra per lineas designato duodecim diei horarum numero, quas stili prominentis umbra cum transitu solis prætereundo distinguit[2]. »

La définition de Martianus Capella ne diffère pas essentiellement de la précédente; seulement, suivant cet auteur, le vase est en airain au lieu d'être en pierre, ce qui est sans importance : « Scaphia dicuntur rotunda ex ære vasa, quæ horarum ductus stili in medio fundo sui proceritate discriminant, qui stilus gnomon appellatur[3]. »

[1] Cf. Henri Martin, *Recherches sur la vie et les ouvrages d'Héron d'Alexandrie*, II, I.

[2] Cf. le Mémoire de M. Jomard sur le système métrique des anciens Égyptiens, p. 239.

[3] La figure du scaphion se trouve grossièrement indiquée à la fin des prélimi-

Cet instrument avait été employé par Ératosthène à mesurer la circonférence de la terre, comme l'expliquent Cléomède et Martianus Capella; il servait aussi à rechercher la mesure du diamètre du soleil, comme l'indique Macrobe. Ici, comme on peut le voir, il s'agit encore d'un autre usage : il n'y est pas question du gnomon qui se projette au centre de la figure en un point que l'auteur appelle le pôle de l'hémisphère; mais on a tracé, dans la concavité de l'hémisphère, le méridien qui le partage en deux parties égales, l'équateur qui fait avec l'horizon un angle complémentaire de la latitude, et les cercles parallèles correspondant à chaque époque de l'année, ou, du moins, les portions de ces cercles qui sont inférieures à l'horizon (il paraît même que les parties supérieures des mêmes cercles y étaient aussi représentées en projection); enfin, on a marqué sur la surface concave de l'hémisphère, à une distance du bord égale à la latitude, le pôle de l'équateur et de ses parallèles.

Au moyen de ces constructions préliminaires, l'auteur détermine facilement la position du soleil sur le cercle qu'il parcourt le jour de l'éclipse que l'on considère, et au moment même de l'apparition de cette éclipse. Il emploie à cet effet, comme nous l'avons dit dans l'Introduction, des heures temporaires, qu'il désigne par les sigles *ηω* ou *ωη*, c'est-à-dire *ὧραι ἡμερήσιαι*.

La position du soleil, à l'heure de l'éclipse, étant ainsi déterminée sur la scaphé construite pour la latitude du lieu où l'on est, c'est-à-dire pour Alexandrie, suivant l'hypothèse de l'auteur, on pourrait faire la même chose pour la latitude de Rome, dont on cherche la distance, en y employant de même la scaphé préparée pour la latitude de Rome; mais, pour cette seconde partie de la question, la construction est plus simple, et il suffit d'une projection plane faite sur le colure des solstices : c'est celle que Vitruve et Ptolémée décrivent sous le nom d'*analemme*[1].

Là où je traduis : *faisons l'arc A'B' semblable à XY*, Venturi a dit : *faisons*

naires (page 32) de l'édition donnée par l'abbé Halma, des *Hypothèses et époques de Ptolémée*. Le gnomon, qui devrait se terminer au centre de l'hémisphère, y est beaucoup trop élevé.

Voyez ce que dit Letronne de l'usage de ce grossier instrument, dans son mémoire sur cette question : *Les anciens ont-ils exécuté une mesure de la terre postérieurement à l'établissement de l'école d'Alexandrie?* (*Mémoires de l'Académie des inscriptions et belles-lettres*, nouvelle série, t. VI, p. 269.)

[1] Voyez, sur ce sujet, la savante dissertation de M. S. Woepcke, intitulée : *Disquisitiones archæologicæ mathematicæ circa solaria veterum*. Berlin, 1848.

DE
LA DIOPTRE
d'Héron
d'Alexandrie.

l'arc EB' semblable à OV; et il déclare ne pas comprendre le premier sens, ce qui tient à l'altération des lettres, que je me suis attaché à rectifier conformément à l'intention probable de l'auteur grec. Au surplus, il faut l'avouer, la solution de Venturi est plus simple; et elle se rapproche plus de la méthode moderne, qui ramène la question à la résolution d'un triangle dont on connaît deux côtés (les compléments des latitudes respectives) et l'angle compris (la différence des longitudes); mais je n'ai rien voulu changer à la solution d'Héron.

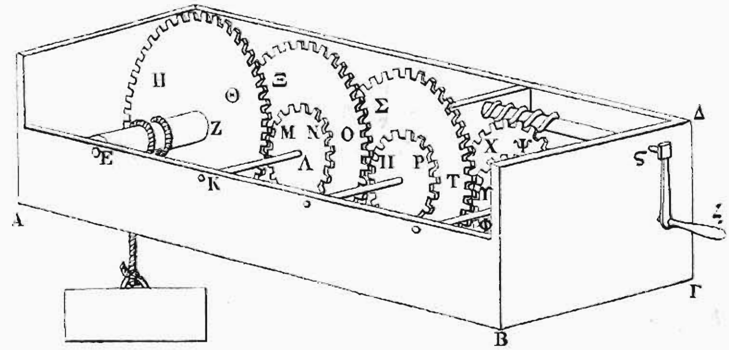
Quant au dernier passage, relatif au cas où les longitudes des deux lieux proposés diffèrent de plus de 90°, je n'oserais me flatter de l'avoir rétabli, sinon dans les termes mêmes de l'auteur, du moins conformément à sa pensée, si la certitude que porte avec elle toute solution mathématique n'en était par cela même la vérification. Je ne devais pas, d'ailleurs, me borner à imiter Venturi, qui a cru pouvoir passer cet article sous silence, après l'avoir entièrement supprimé dans sa traduction. Le sens que j'ai attribué au mot *διάμετρον* me paraît, d'ailleurs, conforme à celui que je trouve dans Suidas lorsqu'il dit : *διάμετρον δὲ Δεινάρχῳ τὸ ἐλλεῖπον ἀπὸ τοῦ δικαίως μετρηθέντος* [1].

(Conf. *Marcian. Peripl.* ed. S. F. G. Hoffmann, Lips. 1841, p. XXI; et *Allgemeine Literatur-Zeitung*, Halle, 1839, n. 105, p. 232.) — H.V.

[1] Dans la nouvelle édition du *Thesaurus* : *Διάμετρον* Dinarcho *ἐν τῇ Καλλισθένους εἰσαγγελίᾳ* est *τὸ ἐλλ. ἀπὸ τ. δ. μ.* (Harpocr. et ex eo Suid.).

DE
LA DIOPTRE
d'Héron
d'Alexandrie.

Κεφ. λζ', τὸ καὶ ἔσχατον.

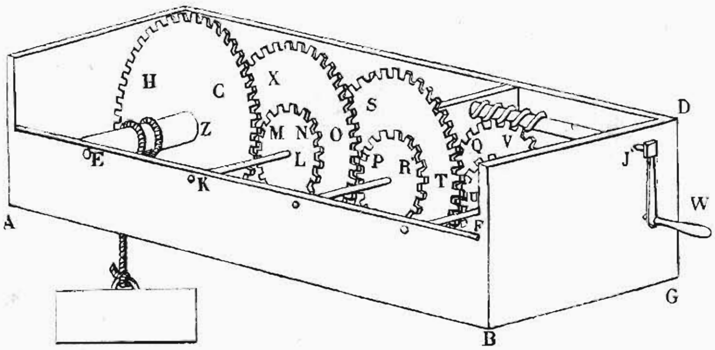


« Τῇ δοθείσῃ δυνάμει τὸ δοθὲν βάρος κινῆσαι, διὰ τυμπάνων « ὀδοντωτῶν παραθέσεων. »

Κατεσκευάσθω[1] πῆγμα καθάπερ γλωσσόκομον· εἰς τοὺς μακροὺς καὶ παραλλήλους τοίχους διακείσθωσαν ἄξονες[2] παράλληλοι ἑαυτοῖς, ἐν διαστήμασι κείμενοι ὥστε τὰ συμφυῆ αὐτοῖς ὀδοντωτὰ τύμπανα παρακεῖσθαι καὶ συμπεπλέχθαι ἀλλήλοις καθὰ μέλλομεν δηλοῦν. Ἔστω τὸ εἰρημένον γλωσσόκομον τὸ ΑΒΓΔ, ἐν ᾧ ἄξων ἔστω διακείμενος, ὡς εἴρηται, καὶ δυνάμενος εὐλύτως στρέφεσθαι, ὁ ΕΖ. Τούτῳ[3] δὲ συμφυὲς ἔστω τύμπανον ὠδοντωμένον τὸ ΗΘ, ἔχον τὴν διάμετρον, εἰ τύχοι, πενταπλασίονα [τῆς] τοῦ ΕΖ[4] ἄξονος διαμέτρου. Καὶ ἵνα ἐπὶ παραδείγματος τὴν κατασκευὴν ποιησώμεθα, ἔστω τὸ μὲν ἀγόμενον βάρος ταλάντων χιλίων, ἡ δὲ κινοῦσα δύναμις ἔστω ταλάντων ε, τουτέστιν ὁ κινῶν ἄνθρωπος ἢ παιδάριον, ὥστε δύνασθαι καθ' ἑαυτὸν ἄνευ μηχανῆς ἕλκειν[5] τάλαντα πέντε. Οὐκοῦν ἐὰν τὰ ἐκ τοῦ φορτίου ἐνδεδεμένα ὅπλα διά τινος ἐν τῷ ΑΒ τοίχῳ ἐπειληθῇ, περὶ δὴ[6] τὸν ΕΖ ἄξονα κατειλούμενα, τὸ[7] ἐκ τοῦ φορτίου ἐφεῖλκεν ἄν τι[8] τὸ βάρος· ἵνα δὲ κινηθῇ τὸ ΗΘ[9] τύμπανον, [δεῖ] ὑπάρχειν πλέον ταλάν-

[1] κατασκευάσθω. — [2] ἄξωνες partout. — [3] ὁ εξ. Τοῦτο. — [4] τοῦ εξ. — [5] εἴκειν. — [6] ἐπιλήθη, π. δέ. — [7] τὸ εξ ἄξ. κ. τά. — [8] ἐπλακὼν ἔν τισι. — [9] τὸ πθ.

§ XXXVII ET DERNIER.



Avec une force donnée faire mouvoir un poids donné, au moyen d'un système de roues dentées.

Soit construit un châssis en forme de cassette; et, dans les faces parallèles les plus longues, soient engagés plusieurs axes parallèles entre eux et séparés par des intervalles tels, que les roues dentées qu'ils feront mouvoir se trouvent appuyées les unes contre les autres, comme nous allons l'expliquer. Soit ABGD cette caisse, dans l'intérieur de laquelle on dispose un cylindre EZ pouvant tourner librement de la manière qui vient d'être énoncée. A ce cylindre soit fixée la roue dentée CH faisant corps avec lui, et d'un diamètre qui soit, si vous voulez, *quintuple* de celui de EZ. Et, afin d'opérer sur un exemple, supposons que le poids à mouvoir soit de *mille* talents, et que la force motrice soit de *cinq* talents; par exemple, que ce soit la force d'un homme ou d'un jeune garçon, pouvant, seul et sans machine, soulever *cinq* talents. Imaginons pour cela des cordes qui, partant du fardeau et traversant quelque part la paroi AB, soient enroulées dans l'intérieur de la caisse, autour du cylindre EZ. Elles tireront bien jusqu'à un certain point le poids du fardeau; mais, pour faire mouvoir la roue CH, il faut plus de 200 talents, à cause du diamètre de *των σ̅, διὰ τὸ τὴν διάμετρον τοῦ τυμπάνου τῆς διαμέτρου τοῦ ἄξονος, ὡς ὑπεθέμεθα, πενταπλῆν [εἶναι]· (ταῦτα γὰρ ἀπεδείχθη ἐν ταῖς τῶν ε̅ δυνάμεων ἀποδείξεσιν). Ἀλλ' [οὐκ] ἔχομέν τι τὴν δύναμιν ταλάντων σ̅.*

Ἀλλὰ γεγονέτω[1] ἕτερος ἄξων, παράλληλος τῷ ΕΖ[2], ὁ ΚΛ, ἔχων συμφυὲς τύμπανον ὠδοντωμένον[3] τὸ ΜΝ. Ὀδοντῶδες δὲ καὶ τὸ ΗΘ[4] τύμπανον, ὥστε ἐναρμόζειν τοῖς ὀδοῦσι[5] τοῦ ΜΝ τυμπάνου· τῷ δὲ αὐτῷ ἄξονι τῷ ΚΛ συμφυὲς τύμπανον τὸ ΞΟ[6], ἔχον ὁμοίως τὴν διάμετρον πενταπλασίονα τῆς τοῦ ΜΝ τυμπάνου διαμέτρου. Διὰ δὴ τοῦτο δεήσει τὸν βουλόμενον κινεῖν διὰ τοῦ ΞΟ τυμπάνου τὸ βάρος, ἔχειν δύναμιν ταλάντων μ̅, ἐπειδήπερ τῶν σ̅ ταλάντων τὸ ε^ον^ ἐστὶ τάλαντα μ̅.

Πάλιν οὖν παρακείσθω [τῷ ΞΟ τυμπάνῳ ὠδοντωμένῳ] τύμπανον ὀδοντωθὲν ἕτερον [τὸ ΠΡ, καὶ ἔστω τῷ] τυμπάνῳ ὠδοντωμένῳ τῷ ΠΡ συμφυὲς ἕτερον[7] [τὸ ΣΤ], ἔχον ὁμοίως πενταπλῆν τὴν διάμετρον τῆς ΠΡ τυμπάνου διαμέτρου· ἡ δὴ[8] ἀ[νάλογος ἔσται δύναμις] τοῦ ΣΤ[9] τυμπάνου ἡ ἔχουσα τὸ βάρος ταλάντων η̅· ἀλλ' ἡ ὑπάρχουσα ἡμῖν δύναμις δέδοται ταλάντων ε̅.

Ὁμοίως ἕτερον παρακείσθω τύμπανον ὠδοντωμένον τὸ ΥΦ τῷ ΣΤ ὀδοντωθέντι· τοῦδε τοῦ ΥΦ τυμπάνου[10] ἄξονι συμφυὲς ἔστω τύμπανον τὸ ΧΨ ὠδοντωμένον[11], οὗ ἡ διάμετρος, πρὸς τὴν τοῦ ΥΦ διάμετρον, λόγον ἐχέτω ὃν τὰ[12] ὀκτὼ τάλαντα πρὸς τὰ[13] τῆς δοθείσης δυνάμεως τάλαντα ε̅.

Καὶ τούτων κατασκευασθέντων, ἐὰν ἐπινοήσωμεν τὸ ΑΒΓΔ [γλωσσόκομον] μετέωρον κείμενον, καὶ ἐκ μὲν τοῦ ΕΖ[14] ἄξονος τὸ βάρος διάψωμεν[15], ἐκ δὲ τοῦ ΧΨ[16] τυμπάνου τὴν ἕλκουσαν δύναμιν, οὐδοπότερον[17] αὐτῶν κατενεχθήσεται, εὐλύτως στρε-

[1] *ἐγεγον.* — [2] *ὁ ἕτερος ἄξων διὰ τῷ ε̅ξ̅.* — [3] *ὀδοντ.* — [4] *καὶ τὸ ν̅θ̅.* — [5] *ταῖς ὀδοντώσεσι.* — [6] *τὸ ξ̅.* — [7] *συμφυεῖ ἕτ. συμφυὲς.* — [8] *δὲ.* — [9] *τοῦ ε̅γ̅.* — [10] *ὀδοντωθέντος· οἱ δὲ τοῦ υ̅φ̅ τὸ σ̅τ̅ ὀδοντωθὲν δὲ τοῦ υ̅φ̅ τ.* — [11] *τοῦ χ̅ψ̅ ὀδοντώμενου.* — [12] *ὄντα.* — [13] *πρός τε.* — [14] *ε̅ξ̅.* — [15] *διάψομεν.* — [16] *χ̅π̅.* — [17] *οὐδ' ὁ πρότερον.*

la roue, qui est, comme nous l'avons supposé, *quintuple* de celui du cylindre (c'est ce qui a été démontré dans la théorie des cinq puissances). Or nous n'avons en aucune manière cette force de 200 talents.

Mais soit, parallèlement à EZ, un autre axe KL auquel est fixée la roue dentée MN : la roue CH est aussi munie de dents qui peuvent engrener avec celles de la roue MN. Au même axe KL est fixée une autre roue dentée XO, dont le diamètre est aussi *quintuple* du diamètre de MN. D'après cela, pour faire mouvoir le poids au moyen de la roue XO, il faudra une force de 40 talents, *cinquième* partie de 200.

Plaçons donc de même, en contact avec la roue XO, une autre roue dentée PR, également fixée à une autre ST dont le diamètre soit *quintuple* du diamètre de PR. D'après les mêmes principes, la force nécessaire pour faire mouvoir la roue ST sera de *huit* talents; mais, encore une fois, la force donnée n'est que de *cinq* talents.

Établissons donc encore, d'une manière semblable, une autre roue dentée UF engrenant avec ST; et, sur l'axe même de la roue UF, fixons-en une autre QV dont le diamètre soit au diamètre de UF *comme huit* talents sont aux *cinq* talents de la force donnée.

Les choses étant ainsi disposées, imaginons le châssis ABGD placé suffisamment haut, le poids appliqué au cylindre EZ, et la puissance à la roue QV; ni l'un ni l'autre ne cédera, malgré φομένων τῶν ἀξόνων, καὶ τῆς τῶν τυμπάνων παραθέσεως ἱκανῶς ἁρμοσῆς[1]· ἀλλ' ὥσπερ [ἐπὶ] ζυγοῦ τινὸς ἰσοῤῥοπήσει ἡ δύναμις[2] τῷ βάρει. Ἐὰν δὲ ἑνὶ αὐτῶν προσθῶμεν ὀλίγον ἕτερον βάρος, καταῤῥέψει καὶ ἐνεχθήσεται ἐφ' ὃ προσετέθη βάρος, ὥστε ἐὰν ἓν τῶν ε̄ ταλάντων δυνάμει, εἰ τύχοι, προστεθῇ, βάρος κατακρατήσει, καὶ ἐπισπασθήσεται τὸ βάρος.

Ἀντὶ δὲ τῆς προσθέσεως, τούτῳ τῷ ΧΨ τυμπάνῳ παρακείσθω κοχλίας ἔχων[3] τὴν ἕλικα ἁρμοστὴν τοῖς ὀδοῦσι τοῦ τυμπάνου, στρεφόμενος εὐλύτως περὶ τόρμους ἐν τρήμασι στρογγύλοις, ὧν ὁ μὲν ἕτερος ὑπερεχέτω εἰς τὸ ἐκτὸς[4] μέρος τοῦ γλωσσοκόμου κατὰ τὸν ΓΔ [τοῖχον τὸν παρακείμενον] τῷ κοχλίᾳ· ὁ ἄρα [τόρμος] τετραγωνισθεὶς, ἐλεύσεται[5] [εἰς] χειρολαβὴν τὴν ζς[6], δι' ἧς ἐπιλαμβανόμενός τις καὶ ἐπιστρέφων, ἐπιστρέψει τὸν κοχλίαν, καὶ τὸ ΧΨ τύμπανον, ὥστε καὶ τὸ ΥΦ[7] συμφυὲς αὐτῷ. Διὰ δὲ τοῦτο, καὶ τὸ παρακείμενον τὸ ΣΤ[8] ἐπιστραφήσεται, καὶ τὸ συμφυὲς αὐτῷ τὸ ΠΡ, καὶ τὸ τούτῳ παρακείμενον τὸ ΞΟ, καὶ τὸ τούτῳ συμφυὲς τὸ ΜΝ[9], καὶ τὸ τούτῳ παρακείμενον τὸ ΗΘ, ὥστε καὶ ὁ τούτῳ συμφυὴς ἄξων ΕΖ[10], περὶ ὃν ἐπειλούμενα[11] τὰ ἐκ τοῦ φορτίου ὅπλα κινήσει τὸ βάρος. Ὅτι γὰρ κινήσει πρόδηλον ἐκ τοῦ προστεθῆναι ἑτέρᾳ δυνάμει [τὴν] τῆς χειρολαβῆς, ἥτις περιγράφει κύκλον τῆς[12] τοῦ κοχλίου περιμέτρου μείζονα· ἀπεδείχθη γὰρ ὅτι οἱ μείζονες κύκλοι τῶν ἐλασσόνων κατακρατοῦσιν, ὅταν περὶ τὸ αὐτὸ κυλίωνται.

[1] εἰ καλῶς ἁρμόσεις. — [2] ἰσοῤῥόπου εἴη δυνάμεως. — [3] β. κατ...ση καὶ ἐπισπάσηται τ. β. ἀ. τ. προθέσεως. Τούτῳ δὲ παρ. κοχλίας τῷ χ̄ψ̄ τυμπ. ἔχων. — [4] τὸ ἐντός (voir § XXXIV). — [5] κατὰ τὴν γ̄δ̄ τῷ κοχλίαν· ἡ ϵ τετραγωνεῖσθαι, ἀλλάσσεται. — [6] τὴν κ̄δ̄. — [7] τῇ ῡφ̄. — [8] τῷ σ̄τ̄. — [9] τὸ μ̄ν̄. — [10] ε̄ξ̄. — [11] ἐπελαυνόμενα. — [12] ἡ τῇ περιγραφῇ ὁ τῆς.

« Cet article n'appartient pas au Traité de la Dioptre; mais quelqu'un l'y a joint comme étant indubitablement une production d'Héron..... Pappus

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

toute la perfection des engrenages et la facilité des mouvements de rotation : il y aura équilibre, comme dans la balance quand la puissance est égale au poids. Mais, si nous ajoutons à l'un des deux quelque autre petit poids, si, par exemple, aux *cinq* talents de la puissance nous en ajoutons *un* de plus, elle l'emportera sur le poids, et l'entraînera en conséquence.

Mais, au lieu d'effectuer cette addition, établissons, en contact avec la roue QV, une vis dont le filet engrène avec les dents de cette roue, et pouvant tourner librement dans des trous bien ronds où s'engagent ses pivots. Que l'un de ceux-ci fasse saillie hors de la cassette au travers de la paroi GD adjacente à la vis, et qu'alors, étant équarri à son extrémité, il s'engage dans une manivelle JW. En cet état de choses, si l'on prend la manivelle et qu'on la fasse tourner, la vis tournera en même temps et fera tourner la roue QV, ainsi que la roue UF qui fait corps avec QV. Par suite, la roue adjacente ST tournera aussi, de même que son adhérente PR; par suite encore, l'adjacente XO et son adhérente MN; puis l'adjacente CH et le cylindre EZ auquel elle est fixée. Enfin, les cordes enroulées autour du cylindre et aboutissant au fardeau, en enlèveront le poids. Maintenant, que cet effet doive avoir lieu, c'est ce qui est évident : car, à la force primitive nous avons ajouté celle qui résulte de l'addition de la manivelle, ou, si l'on veut, de l'addition que nous avons faite au circuit de la vis; or il a été démontré que, pour des rotations égales, les plus grands cercles l'emportent sur les plus petits.

en a donné un extrait au sujet de la proposition x de son VIII^e livre.....[1] (voir ci-après).

« Pappus s'occupe ensuite (depuis la proposition xx^e jusqu'à la xxiv^e) d'ex-

[1] Je supprime ici la traduction, donnée par Venturi, de quelques lignes du texte de Pappus, parce qu'elle me paraît entachée de plusieurs inexactitudes. — H.V.

DE LA DIOPTRE d'Héron d'Alexandrie.

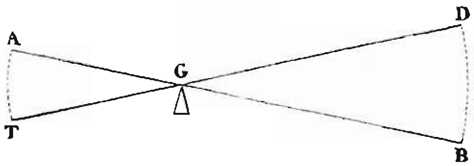
pliquer comment on combine ensemble les roues et la vis du *barulcum*, ce qu'il fait en s'attachant aux traces de la Mécanique d'Héron, dont le seul fragment qui nous reste en original est, jusqu'à présent, le barulcum décrit ci-dessus.

« Golius avait rapporté d'Orient une traduction arabe du *Barulcum* d'Héron, que lui-même traduisit en latin; ce dernier travail resta inédit jusqu'au moment où Brugmans le mit au jour en le publiant dans les Mémoires de Gœttingue pour l'année 1785......

« Ce théorème, que « *Les cercles les plus grands l'emportent sur les plus petits « quand ils tournent autour du même centre*, » est mentionné par Aristote; et, au dire de Pappus, il avait été démontré par Archimède dans son traité des *Balances*, et par Philon et Héron dans leurs *Mécaniques*. Ces ouvrages ne sont pas parvenus jusqu'à nous; mais je les regarde comme la source où l'on a pris la démonstration de ce théorème, que j'ai trouvée dans un manuscrit traduit de l'arabe de *Thébit, fils de Coré*, lequel est signalé par les bibliographes sous le titre *Liber Karastoni*. J'en présente ici un aperçu comme se rapportant au théorème précédent.

« 1° Les puissances de deux mouvements sont proportionnelles aux es« paces qu'elles parcourent en temps égal. Par exemple, si deux voyageurs « font l'un 30 et l'autre 60 dans le même temps, la puissance motrice du « second est double de la puissance motrice du premier. *Hæc est propositio « recepta per se, inter quam et intellectum non est medium separans ea.* »

« 2° Si une ligne AB tourne autour d'un point fixe G pris sur sa direction, « les arcs AT, BD, décrits par ses deux extrémités A, B, dans le même « temps, sont entre eux comme les rayons AG, GB.



« 3° Donc la puissance motrice du point A est à la puissance motrice du « point B comme AG est à GB.

« 4° Si donc nous voulons qu'un poids suspendu en A soit en équilibre « avec un autre suspendu en B, il faut que le poids en A soit au poids en B « dans le rapport inverse de BG à GA, afin de compenser de cette manière « la puissance motrice que le point B communique au poids qu'il soutient.

« puissance plus grande que celle que le point A communique au poids qui « lui est appliqué. »

« N'est-ce pas là le principe des *vitesses virtuelles* clairement énoncé ? »

(Fin des notes de Venturi.)

Pour compléter et rectifier cette note de Venturi, je vais donner le texte et la traduction de la proposition x^e du VIII^e livre des *Collections mathématiques* de Pappus (chap. XI suivant le ms. 2871). Je ferai remarquer, dès le commencement, ces mots où, après avoir parlé du *barulcum* d'Héron, il dit : *ἔνθα καὶ περὶ ε̅ δυνάμεων διαλαμβάνει*, phrase à laquelle en correspond une autre qui se trouve plus loin (au ch. XXX, suivant le même ms.) : *Τοσαῦτα μὲν οὖν περὶ τοῦ βαρουλκοῦ· τῶν δὲ προειρημένων ε̅ δυνάμεων ἐκ τῶν Ἥρωνος τὴν ἔκθεσιν ἐπιτομώτερον ποιησόμεθα*. De là il semblerait résulter deux choses : 1° que, dans le traité intitulé *Barulcum*, il était également question des *cinq* puissances, et 2° que Pappus nous donne, précisément à la fin de son VIII^e livre, la substance du traité entier d'Héron. Nous pourrions alors comprendre comment, si l'on s'en rapportait à la version de Golius citée par Brugmans et mentionnée plus haut par Venturi, ce traité aurait été divisé en trois livres. Le titre du premier livre aurait ainsi pu devenir le titre du traité entier, ce qui n'est pas sans exemple. D'ailleurs, il n'est pas inutile d'observer que l'expression *βαρουλκὸν*, qui peut se traduire par les mots : *appareil propre à tirer des fardeaux*, présente en réalité un sens beaucoup plus général que le sens tout spécial auquel on le restreint en l'appliquant purement et simplement à un système de roues dentées[1]. Cependant, si l'on considère, en premier lieu, que le mot *ἔνθα* se trouve placé immédiatement après ceux-ci : *ἐν τοῖς μηχανικοῖς ἀπέδειξεν·* ensuite, que l'expression *ἐκ τῶν Ἥρωνος*, après les mots *τοσαῦτα μὲν οὖν περὶ τοῦ βαρουλκοῦ*, conviendrait peu pour indiquer la suite du traité du *Barulcum;* et enfin, que, plus loin encore, après avoir cité les *Mécaniques* d'Héron, Pappus annonce qu'il va décrire, *d'après le III^e livre*, diverses machines... alors il deviendra probable que le reste du VIII^e livre de Pappus est emprunté plutôt au traité des *Mécaniques* qu'à celui du *Barulcum*. Quoi qu'il en soit, voici le texte et la traduction du chapitre de Pappus.

H.V.

[1] Voyez la 2^e partie (ch. II, § 2) du mémoire de M. Henri Martin, intitulé *Recherches sur la vie et les ouvrages d'Héron d'Alexandrie, disciple de Ctésibius.* (*Acad. des inscr. et belles-lettres, Savants étrangers*, I^re série, tome III.)

EXTRAIT
de Pappus.

ΠΑΠΠΟΥ ΑΠΟΣΠΑΣΜΑΤΙΟΝ[*].

Τῆς αὐτῆς δέ ἐστι θεωρίας[**] τὸ « δοθὲν βάρος τῇ δοθείσῃ δυ- « νάμει κινῆσαι. » Τοῦτο γὰρ Ἀρχιμήδους μὲν εὕρημα[1] λέγεται μηχανικὸν, ἐφ' ᾧ[2] λέγεται εἰρηκέναι· « δός μοι (φησὶ) ποῦ στῶ, « καὶ κινῶ τὴν γῆν. » Ἥρων δὲ ὁ Ἀλεξανδρεὺς, πάνυ σαφῶς αὐτοῦ τὴν κατασκευὴν ἐξέθετο ἐν τῷ καλουμένῳ Βαρουλκῷ[3], λῆμμα λαβὼν ὅπερ ἐν τοῖς Μηχανικοῖς ἀπέδειξεν· ἔνθα καὶ περὶ τῶν πέντε δυνάμεων διαλαμβάνει[***], τουτέστι τοῦ τε σφηνὸς, καὶ μοχλοῦ, καὶ κοχλίου[4], καὶ πολυσπάστου, καὶ ἄξονος[****] ἐν τῷ περιτροχίῳ[5], δι' ὧν τὸ δοθὲν βάρος τῇ δοθείσῃ[6] δυνάμει κινεῖται[7] καθ' ἑκάστην δύναμιν. Ἐν δὲ τῷ Βαρουλκῷ, διὰ τυμπάνων ὀδοντωτῶν[8] παραθέσεως ἐκίνει τὸ[9] δοθὲν βάρος τῇ δοθείσῃ δυνάμει, τῆς διαμέτρου τοῦ τυμπάνου[10] πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ ἄξονος λόγον ἐχούσης ὃν ε̅ πρὸς α̅, τοῦ κινουμένου βάρους ὑποκειμένου ταλάντων χιλίων, τῆς δὲ κινούσης δυνάμεως ὑποκειμένης ταλάντων ε̅[11]. Ἔστω δὴ ἡμᾶς ἐπὶ διπλασίου λόγου τὸ αὐτὸ δεικνύναι, καὶ ταλάντων ρ̅ξ̅ ὄντος τοῦ κινουμένου βάρους ἀντὶ[12] χιλίων, καὶ τῆς κινούσης αὐτὸ δυνάμεως ὑποκειμένης ταλάντων δ̅ ἀντὶ ε̅, τουτέστιν ὁ κινῶν ἄνθρωπος δυνάσθω καθ' αὐτὸν ἄνευ μηχανῆς ἕλκειν τάλαντα δ̅.

[1] B μ̅ εὕρεμα, comme a lu Commandin, et Venturi d'après lui. — [2] B ἐφ' ὧν. — [3] Mss. βάρου λκω. — [4] Mss. κόχμα. — [5] B περὶ τροχιωδιῶν. — [6] B om. βάρος et δοθείσῃ. — [7] κινῆται. — [8] B ὀδόντων τῶν. — [9] B ἐκινεῖτο. — [10] B τυμπ. sans l'art. — [11] Correct. de Command. — Ms. B ὑποκειμένων ταλ. χείαι ταλ. ε̅. — [12] A ἀνὰ.

[*] *Collect. mathém.* liv. VIII, propos. x : ms. de la Bibl. imp. 2871 = A (ch. xi), 15 suppl. = B (fol. 9-11); 2368 = C (fol. 385 v°); Commandin, p. 460.

EXTRAIT de Pappus.

EXTRAIT DE PAPPUS*.

De la même théorie** dépend cette question de *Mouvoir un poids donné avec une force donnée* : c'est là, dit-on, une des inventions mécaniques d'Archimède, à propos de laquelle on lui attribue ce mot : « Donnez-moi un point d'appui et je mouvrai « la terre. » Héron d'Alexandrie, dans le livre intitulé *Barulcum*, expose avec une clarté parfaite un mécanisme propre à produire un semblable effet, en partant pour cela d'une proposition fondamentale qu'il a démontrée dans ses *Mécaniques*, là où il traite en outre des *cinq* puissances***, c'est-à-dire du *coin*, du *levier*, de la *vis*, de la *moufle* et du *treuil*****, puissances sur chacune desquelles il démontre comment on peut mouvoir un poids donné avec une force donnée. Quant au *Barulcum*, c'est au moyen de la juxtaposition d'une suite de roues dentées qu'il résout le problème, en supposant que le diamètre de chaque roue est à celui de son pignon comme 5 est à 1, le poids à mouvoir étant, d'ailleurs, de 1000 talents, et la force motrice de 5 talents. Que l'on nous permette d'adopter, pour notre propre démonstration, le rapport de 2 à 1, de supposer le poids à mouvoir de 160 talents au lieu de 1000, et la force motrice de 4 talents au lieu de 5; c'est-à-dire que nous supposons la puissance motrice de l'homme égale à 4 talents lorsqu'il l'exerce par lui-même sans aucune machine.

** La proposition précédente est relative à la théorie du *plan incliné*.

*** Voy. Pappus, Command. p. 482.

**** Commandin met ici *un point* et lit ἐν τῷ περὶ τροχιοδιῶν : de sorte qu'il admet dans sa traduction l'existence d'un traité d'Héron sous le titre Περὶ τροχιοδιῶν. Cette erreur est d'autant plus étonnante, que, quelques pages plus loin, p. 482, il traduit bien par *axis in peritrochio*.

EXTRAIT de Pappus.

Καὶ ἔσῖω τὸ εἰρημένον ὑπ' αὐτοῦ[1] γλωσσόκομον τὸ ΑΒΓΔ*· καὶ ἐν αὐτῷ εἰς τοὺς μακροὺς καὶ ϖαραλλήλους τοίχους ἔσῖω ἄξων αὐτοῖς εὐλύτως σῖρεφόμενος ὁ ΕΖ. Τούτῳ δὲ συμφυὲς ἔσῖω τύμπανον ὠδοντωμένον ἀκτῖσιν ὀδοντωτοῖς τὸ ΗΘ, ἔχον τὴν διάμετρον διπλασίαν τῆς διαμέτρου τῆς ΕΖ διαγωνίου τοῦ[2] ἄξονος τῆς κατὰ κρόταφον[3]. Γίνεται γὰρ τετράγωνος μὲν ϖερὶ μέσον ἐπὶ τοσοῦτον μῆκος, ὅσον ἐσῖὶ τὸ ϖάχος τοῦ τυμπάνου, εἰς ὃ ἐναρμόζεται ἀσφαλῶς, σῖρογγύλος δέ ϖως ἢ λελοπημένος[4] ἐκ τῶν ἐφ' ἑκάτερα τοῦ τυμπάνου μερῶν. Ἐὰν ἄρα τὰ ἐκ τοῦ βάρους τοῦ ἑλκομένου δεδεμένα[5] σχοινία, καλούμενα δὲ ὅπλα, διά τινὸς ὀπῆς, μᾶλλον δὲ ἀνατομῆς ϖλατείας, οὔσης ἐν τῷ ΑΒ τοίχῳ, ἐπειληθῇ[6] ϖερὶ τὸν ΕΖ ἄξονα ἐφ' ἑκάτερα τοῦ ΗΘ τυμπάνου[7], καὶ σῖραφῇ τὸ ΗΘ τύμπανον, τοῦτο ἐπισῖρέψει[8] καὶ τὸν συμφυῆ ἄξονα κινούμενον ϖερὶ τὰ ἄκρα ἐν δακτύλοις χαλκοῖς κινουμένοις, καὶ ϖυξίσιν ὁμοίως χαλκαῖς[9], κειμέναις δὲ ἐν τοῖς εἰρημένοις ΑΒΓΔ τοίχοις· ἐπειλούμενα δὲ τὰ ἐκ τοῦ βάρους (ὃ καλεῖται φορτίον) ὅπλα κινήσει τὸ βάρος. Ἵνα δὲ κινηθῇ τὸ ΗΘ τύμπανον, δεήσει δύναμιν ϖαρασχεῖν ταλάντων ϖλεῖον ϖ̄[10], διὰ τὸ τὴν διάμετρον[11] τοῦ τυμπάνου τῆς διαμέτρου τοῦ ἄξονος εἶναι διπλασίαν. Τοῦτο γὰρ ϖρόβλημά ἐσῖιν ὑπὸ Ἥρωνος δεικνύμενον ἐν τοῖς Μηχανικοῖς· καὶ ἄλλα ϖλεῖσῖα ϖροβλήματα τῶν χρησιμωτάτων καὶ βιωφελῶν γέγραπῖαι.

Ἐπεὶ οὖν οὐκ ἔχομεν τὴν δοθεῖσαν δύναμιν ταλάντων ϖ̄[12],

[1] B ἐπ' αὐτοῦ. — [2] τῆς. — [3] Ms. κόταφρον. — [4] A λελωϐημένος; B λελωφωμένος. — [5] A δεδομένα. — [6] ὑφειληφῆ. — [7] Mss. τοῦ ΗΕ τυμπ. — [8] Mss. καὶ τὸ ἐπισῖρ. — [9] Au lieu de κινουμένοις après χαλκοῖς, les manuscrits ont κινουμέναις après χαλκαῖς; Commandin supprime ce mot. — [10] Mss. ϖλεῖον η̄; Commandin efface à tort ce mot. — [11] B τὴν ἄμετρον. — [12] B τὰ ϖάντων ϖ̄.

* Pour la figure, voir les pages 330 et 331; seulement, la description de Pappus suppose en plus une roue de rencontre, qui est la cinquième roue dentée, accompagnée de son pignon, et désignée par $\overset{\alpha\ \beta}{MM}$ (=A″B″).

EXTRAIT de Pappus.

Soit donc ABGD le châssis dont parle Héron. Dans ses faces parallèles les plus étendues soit engagé un axe EZ qui puisse y pivoter librement. A cet axe soit fixée la roue dentée CH, dont les dents fassent saillie dans la direction des rayons, et dont le diamètre soit double de celui de la diagonale du tenon suivant lequel l'axe s'engage dans la roue : car il faut dire qu'il est équarri dans son milieu sur une longueur égale à l'épaisseur de la roue dans laquelle il est exactement engagé, tandis qu'il est, d'une manière quelconque, arrondi en cylindre, ou simplement dénudé de son écorce, de chaque côté de cette roue. Supposons des cordes (ce que l'on nomme l'armature) attachées au poids à mouvoir, pénétrant dans le châssis par un trou, ou mieux par une large ouverture pratiquée dans la paroi AB, et venant s'enrouler autour du cylindre EZ de chaque côté de la roue CH : si alors on fait tourner cette roue, à son tour elle fera prendre au cylindre EZ, auquel elle est fixée, un mouvement de rotation autour de pivots d'airain fixés à ses extrémités, et s'engageant dans des crapaudines aussi d'airain et pratiquées dans les parois du châssis ABGD : de cette manière, les cordes enroulées autour du cylindre emporteront le poids du fardeau. Mais, pour faire mouvoir la roue CH, il faudra y appliquer une force de plus de 80 talents, puisque son diamètre est double de celui du cylindre : car c'est là une proposition démontrée par Héron dans ses *Mécaniques,* là où il a également résolu beaucoup de problèmes utiles et importants pour les usages de la vie.

Puis donc que nous n'avons point à notre disposition cette force de 80 talents, mais seulement une force de 4 talents, soit *ἀλλὰ ταλάντων $\overline{\delta}$, γεγονέτω ἕτερος ἄξων παρακείμενος παράλληλος τῷ* ΕΖ[1] *ὁ* ΚΛ, *ἔχων συμφυὲς τύμπανον ὠδοντωμένον τὸ* ΜΝ, *ὥστε τοὺς ὀδόντας αὐτοῦ*[2] *ἐναρμόζειν τοῖς ὀδοῦσι τοῦ* ΗΘ[3] *τυμπάνου. Τοῦτο δὲ γίνεται ἐὰν ᾖ ὡς ἡ διάμετρος τοῦ τυμπάνου* [ΗΘ] *πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ* ΜΝ[4], *οὕτω τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ* ΗΘ[5] *πρὸς τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ* ΜΝ. *Πῶς δὲ τοῦτο γίνεται διὰ τῶν ἑξῆς δῆλον ἔσται**. *Δοθὲν μὲν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ* ΜΝ *τύμπανον. Τῷ δ' αὐτῷ*[6] *ἄξονι τῷ* ΚΛ *συμφυὲς ἔστω τύμπανον τὸ* ΞΟ, *ἔχον τὴν διάμετρον διπλασίαν τῆς τοῦ* ΜΝ *τυμπάνου διαμέτρου. Διὰ δὴ τοῦτο, δεήσει τὸν βουλόμενον κινεῖν διὰ τοῦ* ΞΟ *τυμπάνου τὸ βάρος, ἔχειν δύναμιν ταλάντων $\overline{\mu}$, ἐπειδήπερ τὰ $\overline{\varpi}$ τάλαντα διπλάσιά ἐστι τῶν $\overline{\mu}$ ταλάντων.*

Πάλιν δὲ παρακείσθω τῷ ΞΟ *τυμπάνῳ ὀδοντωθέντι*[7] *ἕτερον τύμπανον ὠδοντωμένον τὸ* ΠΡ *συμφυὲς ἑτέρῳ ἄξονι. Τῷ δ' αὐτῷ ἄξονι ἕτερον συμφυὲς τύμπανον τὸ* ΣΤ, *ἔχον μὲν ὁμοίως διπλασίαν τὴν διάμετρον τῆς τοῦ* ΠΡ *τυμπάνου διαμέτρου, τοὺς δὲ ὀδόντας μὴ συμπλεκομένους τοῖς ὀδοῦσι τοῦ* ΜΝ *τυμπάνου. Ἡ ἄρα διὰ τοῦ* ΣΤ *τυμπάνου κινοῦσα τὸ βάρος δύναμις ἕξει βάρος ταλάντων $\overline{\kappa}$· ἦν δὲ ἡ δοθεῖσα δύναμις ταλάντων $\overline{\delta}$.*

Δεήσει οὖν πάλιν ἕτερον μὲν τύμπανον ὠδοντωμένον τὸ ΥΦ[8] *παρακεῖσθαι τῷ* ΣΤ *ὀδοντωθέντι, τῷ δὲ ἄξονι τοῦ* ΥΦ *τυμπάνου συμφυὲς γενέσθαι τὸ* ΧΨ [*τύμπανον*] *ὠδοντωμένον, οὗ ἡ διάμετρος πρὸς τὴν τοῦ* ΥΦ *τυμπάνου διάμετρον λόγον ἐχέτω ὃν τὰ $\overline{\beta}$ πρὸς $\overline{\alpha}$. Ἡ ἄρα κινοῦσα τὸ βάρος δύναμις διὰ τοῦ* ΧΨ *τυμπάνου ἔσται ταλάντων* [$\overline{\iota}$].

Πάλιν δὴ παρακείσθω μὲν τῷ ΧΨ *τυμπάνῳ ἕτερον τύμ-*

[1] B ἡ ΕΖ. — [2] A *αὐτούς*. — [3] Mss. om. ΗΘ. — [4] B *τοῦ* $\overline{\mu\eta}$. — [5] B : ΗΘ sans art. — [6] B *τῷ αὐτῷ*. — [7] *ὀδοντωθέντα*. — [8] B *τοῦ* ΥΦ.

* C'est, en effet, l'objet des propositions xxe et xxiiie du VIIIe livre de Pappus (voyez Commandin, p. 477-479).

EXTRAIT de Pappus.

un autre axe KL, établi comme le premier EZ, parallèlement à celui-ci, auquel sera fixée une autre roue dentée MN, dont les dents puissent engrener avec celles de la roue CH, condition qui sera remplie si le diamètre de la roue CH est au diamètre de MN comme le nombre des dents de CH est au nombre des dents de MN. (Comment obtenir ce résultat, c'est ce que l'on verra plus loin.) La roue MN est donc déterminée. Soit maintenant une autre roue XO également fixée au même axe KL, et dont le diamètre soit double de celui de la roue MN. Cela posé, si l'on veut mouvoir le poids donné au moyen de la roue XO, il faudra employer une force de 40 talents, puisque 80 talents sont le double de 40 talents.

Soit appliquée derechef contre la roue dentée XO, une autre roue dentée PR fixée à un autre axe, et à ce même axe soit fixée une seconde roue ST, ayant de même un diamètre double de celui de la roue PR, mais de façon que ses dents ne puissent s'embarrasser dans celles de la roue MN. La force capable de mouvoir le poids donné au moyen de la roue ST serait donc équivalente à un poids de 20 talents; mais, encore une fois, la force donnée n'est que de 4 talents.

Il faudra donc de nouveau appliquer contre la roue dentée ST une autre roue dentée FU; et, sur le même axe que FU, fixer une seconde roue dentée QV, dont le diamètre soit à celui de FU dans le rapport de 2 à 1. Ainsi la force capable de mouvoir le poids donné en agissant sur la roue QV sera de 10 talents.

Derechef, soit appliquée contre la roue QV une autre roue

EXTRAIT de Pappus.

πανον ὠδοντωμένον τὸ ζθ[1], τῷ δὲ ἄξονι αὐτοῦ τύμπανον ἔσ7ω συμφυὲς[2] $\overset{\alpha}{\mathrm{M}}\overset{\beta}{\mathrm{M}}$ ὠδοντωμένον ὀδοῦσι λοξοῖς, οὗ ἡ διάμετρος πρὸς τὴν τοῦ ζθ διάμετρον λόγον ἐχέτω ὃν [ἔχει] τὰ ι τάλαντα πρὸς τὰ τῆς δοθείσης δυνάμεως τάλαντα δ.

Καὶ τούτων κατασκευασθέντων, ἐὰν ἐπινοήσωμεν τὸ ΑΒΓΔ γλωσσόκομον μετέωρον κείμενον ἀμετασ7άτως, καὶ ἐκ μὲν τοῦ ΕΖ ἄξονος βάρος ἐξάψωμεν, ἐκ δὲ τοῦ $\overset{\alpha}{\mathrm{M}}\overset{\beta}{\mathrm{M}}$ τυμπάνου τὴν ἕλκουσαν[3] δύναμιν τὰ δ τάλαντα, οὐδοπότερον αὐτῶν[4] κατενεχθήσεται, εὐλύτως σ7ρεφομένων τῶν ἀξόνων, καὶ τῆς τῶν τυμπάνων παραθέσεως ἀκριβῶς ἁρμοζούσης· ἀλλ' ὥσπερ ἐπὶ ζυγοῦ τινὸς ἰσορροπήσει ἡ δύναμις τῶν δ ταλάντων [τῷ βάρει τῶν ρξ ταλάντων]. Ἐὰν ἄρα ἑνὶ αὐτῶν προσθῶμεν ὀλίγον τι βάρος, καταρρέψει[5] καὶ ἐνεχθήσεται[6] ἐφ' ὁπότερον μέρος ἡ πρόσθεσις γεγένηται. Εἰ γὰρ λόγου χάριν τῇ τῶν δ ταλάντων δυνάμει μναιαῖον προσ7εθῇ βάρος κατακρατῆσαν, ἐπισπάσεται τὸ βάρος τῶν ρξ ταλάντων.

Ἀντὶ δὲ τῆς προσθέσεως, παρακείσθω κοχλίας τῷ $\overset{\alpha}{\mathrm{M}}\overset{\beta}{\mathrm{M}}$ τυμπάνῳ ὁ ΩΑ ἔχων[7] τὴν ἕλικα ἁρμόζουσαν τοῖς λοξοῖς ὀδοῦσι τοῦ τυμπάνου τοῦ $\overset{\alpha}{\mathrm{M}}\overset{\beta}{\mathrm{M}}$. Τοῦτο δὲ ὡς δεῖ ποιεῖν, ἐν τοῖς αὐτοῖς Μηχανικοῖς Ἥρωνος γέγραπ7αι· καὶ ἡμεῖς δὲ τοῦτο σαφέσ7ερον ἑξῆς γράψομεν[*]. Στρεφέσθω δὲ ὁ κοχλίας εὐλύτως περὶ τόρμους ἐνόντας[8] ἐν τρήμασι σ7ρογγύλοις, ὧν ὁ ἕτερος ὑπερεχέτω[9] εἰς τὸ ἐκτὸς μέρος τοῦ γλωσσοκόμου κατὰ τὸν ΒΔ τοῖχον· καὶ ἡ ὑπεροχὴ[10] τετραγωνισθεῖσα, λαβέτω χειρολαβὴν ϛζ· δι' ἧς ἐπιλαβόμενοι καὶ ἐπισ7ρέφοντες τὸν κοχλίαν, ἐπι-

[1] A : ζΛ ; B : ζΤ. — [2] A om. συμφ. — [3] Mss. ελκ οὖσαν. — [4] Mss. οὐδ' ὁπότερος αὔτως. — [5] Mss. κατασ7ρέφει. — [6] A ἐνυχθ. — [7] B ἡ ωα ἔχειν. — [8] A ἔχοντας ; B περιτόρμους ἔμοντας. — [9] A ὑπαρχέτω. — [10] B ὑπεροχὴ sans art.

[*] Voy. Pappus, l. VIII, prop. xxiv[e] (Commandin, p. 480).

dentée W&, et sur l'axe de celle-ci soit fixée une roue dentée à dents obliques A″B″, dont le diamètre soit à celui de W& dans le rapport des 10 talents aux 4 talents de la force donnée.

EXTRAIT de Pappus.

Tout cela étant ainsi disposé, si nous imaginons que le châssis ABGD soit solidement fixé dans une position élevée, le poids donné suspendu après l'axe EZ, et la force motrice des 4 talents pressant sur la roue A″B″, aucune de ces deux forces ne pourra l'emporter sur l'autre, quelles que soient la facilité des mouvements de rotation et la perfection que l'on veuille supposer aux engrenages; c'est-à-dire que la puissance des 4 talents d'un côté, et le poids des 160 talents de l'autre, se feront parfaitement équilibre comme dans une balance ordinaire. Mais, si nous ajoutons un petit poids de l'un ou de l'autre des deux côtés, la machine penchera et sera entraînée du côté où l'addition aura été faite. Si, par exemple, nous ajoutons seulement un excès de poids d'une mine à la force des 4 talents, le poids des 160 talents sera enlevé.

Or, au lieu d'effectuer cette addition, établissons, en contact avec la roue A″B″, une vis YA′ dont le filet engrène avec les dents courbes de cette roue YA′. La manière d'obtenir ce résultat a été expliquée par Héron dans ses *Mécaniques*, livre déjà cité; et nous-même l'expliquerons plus en détail dans ce qui suivra*. Supposons donc que la vis puisse tourner librement dans des trous bien ronds où s'engagent ses pivots; que l'un de ceux-ci fasse saillie hors du châssis, au travers de la paroi BD; et qu'alors, équarri à son extrémité, il reçoive la manivelle JW. Cela étant, si l'on prend cette manivelle et que l'on fasse tour-

EXTRAIT de Pappus.

σΊρέψομεν[1] *καὶ τὸ* $\overset{\alpha}{\mathrm{M}}\overset{\beta}{\mathrm{M}}$ *τύμπανον, ὥσΊε καὶ τὸ ζη συμφυὲς αὐτῷ. Διὰ δὲ τοῦτο, καὶ τὸ παρακείμενον αὐτῷ τὸ* ΧΨ *σΊραφήσεται, καὶ τὸ συμφυὲς αὐτῷ τὸ* ΥΦ, *καὶ τὸ παρακείμενον αὐτῷ τὸ* ΣΤ[2], *καὶ τὸ τούτῳ συμφυὲς τὸ* ΠΡ, *καὶ τὸ τούτῳ παρακείμενον τὸ* ΞΟ[*], *καὶ τὸ τούτῳ συμφυὲς τὸ* ΜΝ, *καὶ τὸ τούτῳ παρακείμενον τὸ* ΗΘ, *ὥσΊε καὶ ὁ τούτῳ συμφυὴς ἄξων ὁ* ΕΖ[3], *περὶ ὃν*[4] *ἐπειλοῦντες ἐκ τοῦ φορτίου ὅπλα κινήσομεν τὸ βάρος. Ὅτι γὰρ*[5] *κινήσεται δῆλον ἐκ τοῦ προσΊεθεῖσθαι*[6] *ἑτέραν δύναμιν τὴν τῆς χειρολαβῆς, ἥτις περιγράφει κύκλον τῆς τοῦ κοχλίου*[7] *περιμέτρου μείζονα. Ἀπεδείχθη γὰρ ἐν τῷ « Περὶ ζυγῶν » Ἀρχιμήδους, καὶ τοῖς Φίλωνος καὶ Ἥρωνος Μηχανικοῖς, ὅτι « οἱ μείζονες κύκλοι κατακρατοῦσι τῶν ἐλασσόνων κύκλων, ὅταν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ἡ κύλισις*[8] *αὐτῶν γίνηται*[9]. »

Τὰ μὲν οὖν μάλισΊα συνέχοντα τὴν μηχανικὴν θεωρίαν ταῦτ᾽ ἂν εἴη· τῆς δὲ ὀργανικῆς πολλὰ μὲν εἴδη καὶ μέρη . . .

[1] A *ἐπιδρεψόμεν*. — [2] Mss. *σπ*. — [3] Mss. *ἄξων ὁ* ΗΘ. — [4] B *περὶ ὧν*. — [5] Mss. *τί γάρ*. — [6] *προτεθ*. — [7] B. *τῆς κοχ*. — [8] *κύκλισις*. — [9] A *γεν*.

[*] A omet tout le membre de phrase qui précède, depuis *το* ΣΤ.

EXTRAIT de Pappus.

ner la vis, on fera en même temps tourner la roue A″B″, ainsi que la roue W& qui s'y trouve fixée. Par suite, la roue QV, qui est appliquée contre celle-ci, tournera également, ainsi que la roue UF qui fait corps avec QV; puis ST qui est appliquée contre UF, ainsi que PR qui fait corps avec ST; puis XO qui est appliquée contre PR, ainsi que MN qui fait corps avec XO; puis CH qui est appliquée contre MN, ainsi que EZ qui fait corps avec CH; et alors, l'armature enroulée autour de EZ, en partant du fardeau, enlèvera celui-ci. Quant à dire que le poids doit se mouvoir, c'est ce qui résulte évidemment de l'addition de force provenant de l'emploi de la manivelle, dont l'extrémité décrit un cercle plus grand que la base de la vis. Or il a été démontré, d'une part dans le livre d'Archimède *Sur les balances,* (*Περὶ ζυγῶν*), de l'autre dans les *Mécaniques* de Philon et d'Héron, que *Les plus grandes circonférences l'emportent en puissance sur les plus petites, lorsqu'elles sont toutes décrites autour d'un même centre.*

Tels sont les principaux points qui, dans la question présente, regardent la théorie mécanique; quant aux appareils, il y en a de plusieurs espèces et de plusieurs sortes à considérer . . . . .

DE LA GÉODÉSIE d'Héron de Byzance.

ΑΝΩΝΥΜΟΥ ΗΤΟΙ ΗΡΩΝΟΣ ΤΟΥ ΒΥΖΑΝΤΙΟΥ

ΓΕΩΔΑΙΣΙΑ.

Bibl. Bodl. Barocc. ms. 169, fol. 132 v°.

Κεφ. α'.

Ἐπειδὴ [1] οὐκ ἔξεσῖι τοὺς πολιορκεῖν βουλομένους ὕψη τειχῶν πόῤῥωθεν καὶ διασΊήματα ἐξ ἀποσΊημάτων, πλάτη τε ποταμῶν ἐν τῇ ἀναμετρήσει λογίζεσθαι, ἀλλ' ἐμπειρίᾳ γραμμῶν ἠσκημένους καὶ γνώσει διοπῖρικῆς ἰθυφανείας, τὴν ἐπίσκεψιν ποιεῖσθαι, πρὸς τὸ ἰσοσῖασίους ἑλεπόλεις τοῖς τείχεσι καὶ σύμμετρα ζεύγματα ταῖς σχεδίαις πρὸς τὰ τῶν ποταμῶν πλάτη ἐπαγαγεῖν, ἵνα ὡς ἐν γεφύρᾳ ἢ διαβάθρᾳ [2] ἀβλαβῶς τὸ σῖράτευμα κατὰ τάξιν διαπερᾶται· ὅτι πολλοὶ πολλάκις μείζονα ἢ ἐλάσσονα ὧν ἔχρην κατασκευάσαντες μηχανήματα καὶ προσενεγκάμενοι (ὡς καὶ ἐν τῷ* πρὸ τούτου δεδήλωται συντάγματι [3]), τοὺς ἐπ' αὐτὰ προκινδυνεύειν μέλλοντας ὑπὸ τῶν ἐναντίων ἀπολέσθαι ἐποίησαν, αἰσθήσει ἀλογίσῖῳ [4] καὶ εἰκασίᾳ [5] παραπεισθέντες· ὅθεν ἐσκεψάμεθα [6] τὴν μετὰ λόγου δύναμιν τῆς διοπῖρείας καὶ τὸ [7] ἐν πολλοῖς αὐτῆς βιωφελέσῖατον [8] πράγμασιν, ἐκ τῶν προγενεσῖέρων [9] καὶ πολυμαθεσῖάτων [10] τὰ ἁπλούσῖερα συλλεξάμενοι, ψιλαῖς [11] ἐφόδοις γραμμικαῖς διορίσαι, καὶ ἐπ' ὀλίγων διαγραμμάτων τὰς ἀποδείξεις ποιήσασθαι, ὅπως, ἐκτὸς βέλους τῶν πολεμίων ἑσῖῶτες [12], δυνώ-

[1] ἐπεὶ δὲ. — [2] διὰ βάθρα. — [3] σύν τάγματι. — [4] ἀλογίσθω. — [5] εἰκάσια. — [6] ὅθεμεσκεψάμεθα. — [7] διοπῖρίας καὶ τὸν. — [8] βίον φελέσῖατον. — [9] ἐν τῶν προγεμεσῖ. — [10] πολυθεσῖατων. — [11] ψιλλαῖς. — [12] ἑσῖώτες.

* Il s'agit ici des Πολιορκητικά, traité qui, dans le manuscrit, précède la *Géodésie*.

DE LA GÉODÉSIE d'Héron de Byzance.

HÉRON DE BYZANCE.

DE LA GÉODÉSIE.

§ I.

Il est impossible à ceux qui se disposent à assiéger une place de mesurer directement, soit les hauteurs des murailles, soit les distances mutuelles des points éloignés, soit les largeurs des rivières; mais il est facile à ceux qui sont exercés à la construction des figures et à l'usage pratique de la dioptre, de parvenir à déterminer les dimensions des hélépoles qu'il faut appliquer contre les murailles, des ponts volants qu'il faut jeter entre des bateaux pour traverser un fleuve, de façon qu'une armée puisse passer en ordre et sans danger, comme sur le pont le plus solide ou sur un escalier. Or on a vu bien souvent des ingénieurs, séduits par une fausse vraisemblance ou des illusions d'optique, construire et faire approcher des machines trop grandes ou trop petites (comme on l'a vu dans l'ouvrage précédent), et être ainsi la cause du massacre des premiers rangs, que ces machines n'avaient fait que livrer aux mains des ennemis. C'est pourquoi nous avons entrepris d'exposer méthodiquement les avantages de l'emploi de la dioptre et ses usages dans une foule de circonstances de la vie, en choisissant pour cela, chez les auteurs les plus habiles qui nous ont précédé, quelques-uns des résultats les plus élémentaires, que nous éclaircirons au moyen de représentations géométriques fort simples, en appliquant nos démonstrations à quelques figures. On pourra de la sorte, tout en se tenant hors de la μεθα ὕψη, μήκη τε, καὶ διαστήματα, πρὸς ἀληθὲς[1] ἀψευδῶς καταριθμεῖν. Ἥδε[2] σκέψις τοὺς φιλομαθοῦντας οὐ πρὸς στρατηγικὴν[3] μόνην ἐπιστήμην ἐφοδιάσει, ἀλλὰ καὶ πρὸς ὕδατος ἀγωγὰς, τειχῶν τε κατασκευὰς καὶ λιμένων περιγραφὰς χρειωδεστάτη φανήσεται, πρὸς γεωδαισίαν τε[4] καὶ τὴν τῶν οὐρανίων[5] θεωρίαν οὐ μικρὸν συμβαλλομένη. Καὶ χρὴ, τό τε μῆκος καὶ τὸ παλιλλογεῖν[6] ἀποφυγόντας[7], τὸ μὲν περὶ τὰς λέξεις ἀσαφὲς καὶ δύσφραστον τῶν πάλαι ἐπιστημόνων ἐκκρῖναι[8] καὶ πρὸς τὸ ἰδιωτικώτερον μεταβαλεῖν, τὸ δὲ περὶ τὰς ἀποδείξεις μαθηματικῶς εἰρημένον πλάτος τῶν λόγων συνόψει εὔληπτον[9] περιελθεῖν, καὶ τὸ ὑψηλὸν τῆς περὶ τὰ νοήματα θεωρίας ἐπὶ τὸ ταπεινὸν καὶ αἰσθητικώτερον κατενεγκεῖν[10], εὐσύνοπτον τὴν πραγματείαν εὐεπιβόλοις[11] ἀνδράσι[12] ποιουμένους, καὶ τοῖς τυχοῦσιν ἴσως σχολῇ[13] ταύτην μεταχειριζομένοις[14], ἐξαιρέτως δὲ τοῖς ὁπωσοῦν γεωμετρίαν ἐπεσκεμμένοις.

[1] ἀληθη. — [2] ἡ δὲ. — [3] στρατιγ. — [4] πρός τε γεωδεσ. — [5] οὐρανιῶν. — [6] παλιλογ. — [7] ἀποφυγόντες. — [8] ἐκκρινῆσαι. — [9] εὐλήπων. — [10] καθεν. — [11] ευεπιβούλοις. — [12] ἀνδρᾶσι. — [13] σχολή. — [14] μετεχ.

Ici, comme nous l'avons dit dans la Préface, le manuscrit présente une lacune où devait se trouver la description de la *dioptre* employée par l'auteur. On voit, du reste, par les usages auxquels il l'emploie dans la suite du Traité, que son instrument, comme celui d'Héron l'Ancien, devait présenter un *plateau* circulaire mobile sur son centre, de manière à pouvoir prendre toutes les positions possibles; que, sur ce plateau, était appliquée une règle ou *alidade* mobile dans son plan et autour de son centre, munie, à ses deux extrémités, de deux petits *godets* (ἀγγεῖα[1] : ce sont les ὑέλινα κυλίνδρια d'Héron l'Ancien) faisant l'office de nos *pinnules*, et dont chacun était percé, à sa partie inférieure, d'une ouverture ou *fente* (ὀπή) par laquelle était dirigé le rayon visuel. La mobilité du plateau s'obtient au moyen des mêmes pièces nommées

[1] Ces godets, supposés remplis d'eau, remplacent jusqu'à un certain point les lentilles de la lunette que l'on met aujourd'hui sur l'alidade.

DE LA GÉODÉSIE d'Héron de Byzance.

portée du trait des ennemis, évaluer exactement, et sans crainte d'erreur, les hauteurs, les grandeurs et les distances. Or cette étude n'est pas seulement d'une grande ressource pour ceux qui sont curieux de s'instruire dans l'art de la guerre; mais on verra de quelle utilité elle peut être pour la conduite des eaux, pour la construction des murailles, pour le tracé des ports, et combien elle facilite la pratique de la géodésie et la théorie des mouvements célestes. Quant à nous, notre devoir est, ici, en évitant les longueurs et les redites, de rejeter ce qui, dans les écrits des anciens, manque de clarté et de lucidité, pour tâcher de nous approprier leurs idées, rendre faciles à saisir d'un coup d'œil les démonstrations mathématiques trop diffuses, ramener à une simplicité convenable et aisément accessible les théories abstraites et trop ambitieuses, enfin rendre la science en quelque sorte palpable pour les hommes d'un esprit pénétrant comme pour ceux qui peut-être étudient par pure récréation, et, en particulier, pour tous ceux qui, d'une façon ou d'une autre, s'occupent de la géométrie.

τόρμος et *χοινικίς* (cette dernière expression reçoit ici le synonyme de *σλύραξ*), et sa circonférence est également divisée en degrés et minutes [1] marqués par un *index* (*μοιρογνωμόνιον*).

L'auteur mentionne aussi l'emploi d'un *jalon* vertical (*χάμαξ*) portant une *mire* (*διόπτρα* ou *λυχνία*) fixée par un *clou* (*τύλος* : c'est peut-être un style, *στύλος*, comme porte le manuscrit); cette mire joue ici le même rôle que l'*ἀσπιδίσκη* d'Héron d'Alexandrie; on la trouvera mentionnée également par Jules l'Africain (ci-après). Quant au niveau d'eau, il est permis d'induire des problèmes Iᵉʳ et IXᵉ qu'il y en avait un dans la dioptre de l'auteur comme dans celle d'Héron d'Alexandrie.

C'est encore ici le lieu, pour mettre plus de clarté dans ce qui suivra.

[1] Pour les usages purement géométriques (et non astronomiques) la division en quatre quarts est suffisante.

d'entrer dans le détail de la découverte de M. H. Martin[1] sur la localité à laquelle l'auteur emprunte ses exemples dans les problèmes suivants :

Le lieu de la scène, dit-il[2], est évidemment un *hippodrome;* « Or l'on sait « qu'en général, dans les hippodromes antiques, les *portes grillées* (θύραι, ὕσ- « πληγγες, *ostia, carceres*) par où partent les chars, étaient à l'un des bouts de « l'hippodrome, et que ce bout était terminé en rectangle, tandis que l'autre « bout était terminé en *hémicycle.* Le mur dont il s'agit, dans le premier pro- « blème, de mesurer la hauteur au-dessus du seuil des portes, doit donc « appartenir au bout rectangulaire de l'hippodrome. Or, dans l'hippodrome « de Constantinople, les portes grillées par où partaient les chars étaient sur- « montées d'une tour, et, sur cette tour, se trouvait un *quadrige* (τέθριππον) « apporté de Chio, et placé là sous Théodore le Jeune. Ce quadrige, décrit « d'une manière reconnaissable par Nicétas Choniate, n'est autre que les « fameux *chevaux de Venise,* qui, lors de la prise de Constantinople par les « croisés, furent transportés de la tour de l'hippodrome de Constantinople « sur le palais de Saint-Marc de Venise, et qu'on a pu voir à Paris sous le « règne de Napoléon Ier. »

Ce n'est pas tout : « Transportons-nous pour un instant, dit M. H. Mar- « tin[3], au *circus maximus* de l'ancienne Rome. Dans ce long rectangle, ter- « miné en hémicycle à l'un de ses deux bouts, il y avait, à quelque distance « de chacune des deux extrémités, une borne, ou plutôt un groupe de trois « bornes, que les chars devaient tourner. Entre ces deux groupes de bornes, « dans les deux tiers environ de la longueur de l'arène et à peu près suivant « la ligne médiane, s'étendait un long piédestal, duquel s'élevait une rangée « de statues, d'obélisques et d'autres petits monuments : c'était ce qu'on nom- « mait *l'épine dorsale* du cirque (*spina*); c'était un alignement mené entre les « deux groupes de bornes (*intermetium*). Les gradins occupés par les specta- « teurs étaient séparés de l'arène par une balustrade grillée (*cancelli*), et, de « plus, par un fossé plein d'eau qu'on nommait *euripe.* Sous Néron, ce fossé « fut supprimé. Plus tard, on donna le nom d'*euripe* à l'*intermetium* ou *spina;* « c'est-à-dire à la longue file de monuments qui allait d'une borne à l'autre, » et autour de laquelle les chars devaient tourner sept fois, etc., etc.

Or on retrouve, dans le deuxième problème, les *bornes* (νύσσαι) et les *portes*

[1] *Recherches sur la vie et les ouvrages d'Héron d'Alexandrie, etc.* (*Acad. des inscr. et belles-lettres, Sav. étrang.* IIe sér. t. IV.)

[2] *Loc. cit.* p. 285.

[3] *Ibid.* p. 293.

grillées (*κάγκελλοι*) dont il vient d'être question. « Ces portes, par où partaient « les chars, étaient au nombre de 12 [dans l'hippodrome de Constantinople] « de même que dans le *circus maximus* de Rome; et de même aussi, entre « la sixième porte et la septième, il y avait une large porte d'entrée[1]. »

Dans le troisième problème, il est fait mention de la partie *courbe* de l'hippodrome (*σφενδόνη τοῦ ἱππικοῦ*), et de sa base nommée *πέλμα*.

Dans le quatrième problème, on retrouve l'*euripe* (*εὔριπος*), les *balustrades* (*σ7ήθη*[2], *pectoralia*), l'*escalier* qui conduit aux *gradins* (*ἡ τῶν βαθμίδων ἀναβάθρα*).

Enfin le troisième problème fait allusion à un point nommé l'*écueil* (*ἄπλους*[3]), par une métaphore tirée de la navigation : ce lieu *n'est pas navigable*, c'est-à-dire que les chars, obligés de doubler la borne, ne doivent jamais passer en deçà, entre elle et le bout de la *spina;* c'est par une métaphore analogue que celle-ci se nomme *euripe*.

Il faut dire encore que, vers le bout rectangulaire de l'hippodrome de Constantinople, se trouvait une haute tour, ou une espèce de colonne, où était placé le *siége impérial* (*βασιλικὸν κάθισμα*[4]), d'où l'empereur avec sa cour regardait les courses. Il y arrivait, du palais impérial même, par un escalier tournant nommé *κοχλίας*, et par une *estrade* (*πούλπιτα*) qui devait passer pardessus les gradins.

Il y avait encore, de chaque côté de l'euripe, dans une position peu différente de celle du siége impérial, des constructions nommées *παρασκευαί*[5], probablement parce que c'était là que les coureurs se préparaient à la course. Les *παρασκευαὶ* étaient peut-être des tentes mobiles; mais le siége impérial était un obstacle que les chars devaient éviter.

En résumé, M. H. Martin conclut des quatre premiers problèmes[6], que l'auteur « prend dans l'hippodrome de Constantinople tous ses exemples de me« sures de diatances, et que, par conséquent, il écrivait pour les habitants « de Constantinople, qui avaient chaque jour sous les yeux L'EURIPE, LE « SIÉGE IMPÉRIAL, LE QUADRIGE, et les autres objets dont il parlait[7]. »

[1] H. Martin, *Recherches sur la vie et les ouvrages d'Héron d'Alexandrie, etc.* p. 289.

[2] *σ7ήθη*, chez les écrivains byzantins, *pectoralia*, chez les écrivains latins du moyen âge, signifient des *balustrades à hauteur de poitrine*. (Voy. H. Martin, *ibid.* p. 297.)

[3] M. H. Martin lit *ἁπλοῦς*, *simple*, signifiant, suivant lui, que cette partie de l'arène n'était pas divisée en deux côtés par la *spina*. (*Ibid.* p. 291.)

[4] Id. *ibid.* p. 295.

[5] Id. *ibid.* p. 297.

[6] Id. *ibid.* p. 304.

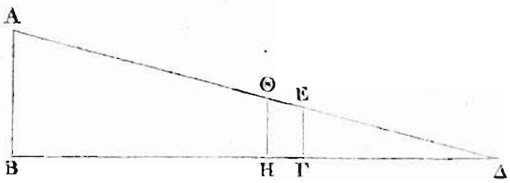
[7] Voir, chez M. H. Martin (*ibid.* p. 401),

Les problèmes 8 et 10 fourniront de nouvelles confirmations de ce résultat. Ce dernier notamment a fourni de plus à M. H. Martin le moyen de déterminer l'époque de l'auteur, comme nous le verrons.

Nous allons maintenant donner ce qui reste du premier problème, avant lequel nous rappellerons qu'il en existait un autre, entièrement perdu aujour-

un croquis représentant, d'une manière vraisemblable, la forme de l'hippodrome et les points mentionnés.

Κεφ. β'.



[« Σημείου ὁρωμένου, εὑρεῖν τὴν ἀπ' αὐτοῦ κάθετον ἀγομένην ἐπὶ τὸ δι' ἡμῶν ἐκϐαλλόμενον ἐπίπεδον παράλληλον τῷ ὁρίζοντι, μὴ προσεγγίσαντα τῷ ὁρωμένῳ σημείῳ· »

Ἤτοι « τὸ τείχους ὕψος ἐκ διαστήματος λαϐεῖν. »]

. . . . καὶ ΓΔ βάσιν· ὁμοίως δὲ καὶ τὸν [λόγον] τῆς ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ· καὶ ἐν ᾧ πάλιν λόγῳ ἐστὶν ἡ ΒΔ πρὸς θατέραν τῶν ΔΓ, ΔΗ, ἐν τῷ αὐτῷ καὶ ἡ ΑΒ [πρὸς θάτερον] τῶν ΘΗ, ΕΓ ὑψῶν. Χρὴ δέ ποτε τὸν προϊστάμενον κατὰ κάθετον[1] κάμακα πρὸς μείζονα ὕψη καὶ ὑδραγωγίαν[2]*, κατὰ τὸ Θ σημεῖον πρὸς τύλον[3] τινὰ κρεμαστὴν ἐπιδέχεσθαι διόπτραν τὴν καὶ λυχνίαν καλουμένην. Μετρήσας δὲ τὰς ΔΓ, ΔΗ, τῶν ἐλασσόνων τριγώνων[4] βάσεις πρὸς ἡμῖν οὔσας, καὶ εὑρὼν αὐτὰς κατὰ μῆκος, ἔχω καὶ τὰς ΓΕ, ΗΘ ἐγνωσμένας, ὡς τῆς διόπτρας καὶ

[1] καὶ τὰ κάθ. — [2] ὑδραγώγια. — [3] πρὸς στῦλον. — [4] τοῦ ἐλάσσονος τριγώνου.

* On voit par là que la dioptre de l'auteur devait, comme celle d'Héron d'Alexandrie, comprendre un niveau d'eau. Voyez d'ailleurs ci-après au problème IX.

d'hui, ayant pour objet, comme celui du § VIII d'Héron d'Alexandrie, de *Mesurer, à l'aide de la dioptre, la distance horizontale de deux points dont un seul est accessible;*

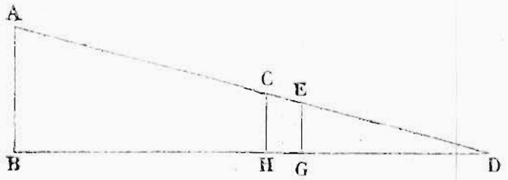
DE LA GÉODÉSIE d'Héron de Byzance.

Et, comme application, de *Mesurer la largeur d'un fleuve.*

Quant au problème suivant, celui dont une partie seulement a été conservée, il a un but analogue à celui du § XII d'Héron d'Alexandrie; et nous supposons que l'on peut rétablir ici l'énoncé d'après cet auteur.

Il faut admettre que l'opérateur, se trouvant entre les points G, H, a commencé par déterminer les distances des points D et B, au moyen des hauteurs GE, HC, et de la base GH, dont il a les mesures directes.

§ II.



[*D'un point élevé que l'on aperçoit, abaisser une perpendiculaire sur le plan horizontal dans lequel on se trouve, sans approcher du point;*

Ou simplement (voyez Jules l'Africain, ci-après, p. 408 et 409):

Prendre de loin la hauteur d'une muraille.]

. . . . . et la base GD. Il en est de même du rapport de AB à BD. Et ensuite, comme BD est à chacune des droites DG, DH, de même AB est à chacune des hauteurs CH, EG. Quant au *pieu* ou *jalon* vertical que l'on plante quelquefois devant l'instrument pour déterminer de plus grandes hauteurs et régler la conduite des eaux [c'est-à-dire pour exécuter un grand nivellement], il doit porter une *mire* (que l'on nomme aussi lanterne) fixée par un clou au point C. Ayant alors mesuré les bases DG, DH, des petits triangles, bases qui sont sur notre terrain, et en ayant déterminé les longueurs; connaissant d'ailleurs GE et HC, qui sont les hauteurs de la dioptre et du pieu, *τοῦ κάμακος ὕψη μὲν οὔσας*[1]*· καὶ εἰ δεκαπλασίαν τὴν βάσιν τοῦ ὕψους εὕρω*[2]*, δεκαπλασίαν καὶ ὅλην τὴν* ΔΒ *τῆς* ΑΒ *ἀποφανοῦμαι. Δύναμαι δὲ καὶ ὅλην τὴν* ΔΒ *εὑρεῖν, ὡς ἐπὶ τοῦ μήκους καὶ πλάτους ἐμάθομεν** *· καὶ εὑρὼν αὐτὴν ὀργυιῶν*[3] *ρκ, δώδεκα καὶ τὴν* ΑΒ *ἀποφανοῦμαι, ὅπερ ἐστὶ τὸ ζητούμενον τοῦ τείχους ὕψος ἐπὶ τὸ τοῦ προμαχῶνος ἄκρον, ὡς ἀπὸ τοῦ ἐπὶ ἐδάφους τῶν θυρῶν*[4] *ὑποτεθέντος* Β *πρὸς τὸ ἐπὶ μέρους τινὸς τοῦ τεθρίππου σημειωθὲν* Α. *Περὶ δὲ μοιρῶν καὶ μορίων, ἱκανῶς τοῖς ἐπιζητοῦσι διὰ τῶν ἀριθμητικῶν ἄνωθεν διεξήλθομεν μεθόδων.*

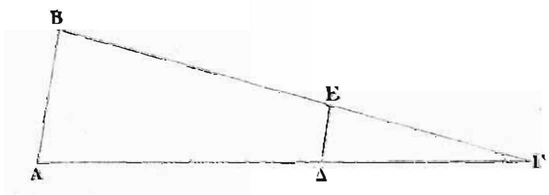
[1] *ὕψει ἐνούσας.* — [2] Fort. *εὗρον.* V. ci-après, p. 364. — [3] *ὀργυῶν.* — [4] *ὡς τοῦ ἀπὸ τοῦ ἐδ. τῶν χειρῶν.*

* Allusion au problème perdu.

Relativement aux unités de mesure employées par l'auteur, M. H. Martin[1] observe que les principales mesures itinéraires usitées à Constantinople, au xe siècle, présentaient « des rapports entièrement semblables à ceux des me« sures alexandrines correspondantes depuis la conquête romaine jusqu'au

[1] *Recherches sur la vie et les ouvrages d'Héron d'Alexandrie*, p. 280.

Κεφ. γ'.



Δείξομεν δὲ καὶ πῶς « Δύο σημείων πόῤῥω ἀφ' ἡμῶν[1] *δοθέν« των καὶ ὁρωμένων, τὸ μεταξὺ διάστημα λαμβάνειν τὸ πρὸς « διαβήτην, μὴ προσεγγίσαντας τοῖς δοθεῖσι σημείοις. »*

Ἔστωσαν τὰ ὁρώμενα σημεῖα τὰ Α, Β, *ἐπὶ τῆς τῶν*[2] *καγκέλλων** *σκοπούμενα διαστάσεως, τὸ μὲν* Α *ἐπὶ τοῦ τρίτου, τὸ*

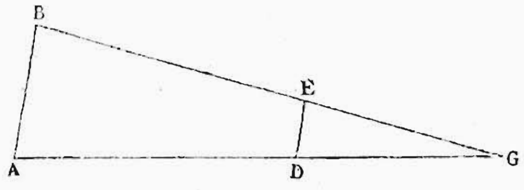
[1] *ἐφ' ἡμῶν.* — [2] *ἐπὶ τοῖς τῶν.*

* Les *portes grillées* dont il a été question ci-dessus. — Les points A et B sont derrière ces portes, dans l'endroit où se tenaient les chars avant leur entrée dans l'arène.

si je trouve une base décuple de la hauteur, j'en conclus que la ligne entière DB est aussi décuple de AB. Mais je puis déterminer aussi la ligne entière BD, comme on l'a vu à l'article de la détermination des longueurs et des largeurs*; et, si je la trouve de 120 orgyes, AB en vaudra 12; et telle sera la hauteur du mur, depuis le seuil de la porte, marqué B, jusqu'au sommet de la tour, en un point marqué A sur quelque partie du quadrige. Quant aux parties et fractions, nous en avons assez disserté pour ceux qui en sont curieux, dans les méthodes arithmétiques exposées plus haut.

« IVe siècle, et différents de ceux des mêmes mesures alexandrines depuis « le IVe siècle, » mais que les valeurs absolues de ces mesures avaient pour base le pied romain. « Non-seulement les mesures inférieures à l'orgye, dit- « il en s'appuyant sur un passage inédit de Constantin Porphyrogénète, mais « l'orgye elle-même et les mesures supérieures, étaient alors romaines. Ainsi « l'orgye était de 6 pieds, le stade de 600 pieds, le mille de 4500 pieds; « mais ces pieds étaient romains au lieu d'être philétériens, c'est-à-dire « égyptiens. . . . Il y avait alors à Constantinople deux coudées, l'une légale, « de 2 pieds, et l'autre vulgaire, d'*un* pied $\frac{1}{2}$; c'étaient aussi des pieds ro- « mains. »

§ III[1].



Nous montrerons encore comment, *Étant donnés deux points éloignés mais visibles,* on peut *déterminer leur distance réduite à l'horizon, sans approcher d'aucun des deux.*

Soient A, B, les deux points donnés, vus au travers des grilles*, l'un A à la troisième, l'autre B à la neuvième. Ayant

[1] Voyez Héron d'Alexandrie, § X, 2e méthode.

δὲ Β ἐπὶ τοῦ ἐννάτου. Στήσας οὖν τὴν διόπ7ραν ἐπὶ τῆς ἄνω νύσσης ϖρὸς τῷ Γ σημείῳ, καὶ ϖρὸς τὴν Θέσιν τοῦ ἐπιπέδου τῶν δοθέντων σημείων τὸ τύμπανον κατασ7ήσας, διάγω δύο εὐθείας διὰ τῶν ὀπῶν τοῦ κανόνος, ἐπὶ μὲν τοῦ τρίτου τὴν ΓΑ, ἐπὶ δὲ τοῦ ἐννάτου τὴν ΓΒ[1]. Καὶ μετρῶ μίαν** τούτων διὰ κανόνος, ἢ καὶ ὡς ἀνωτέρω ϖροδέδεικται***. Καὶ εὑρὼν αὐτὴν ὀργυιῶν τυχὸν[2] ϖ̄, τέμνω ταύτην ϖρὸς ὃ ἂν Θελήσω μέρος. Ἔσ7ω ἡ τομὴ κατὰ τὸ δέκατον μέρος τὸ ϖρὸς[3] τῇ νύσσῃ ἐπὶ ὀργυιὰς[4] η̄ κατὰ τὸ Δ σημεῖον. Καὶ μετασ7ήσας ϖρὸς αὐτὸ τὴν διόπ7ραν, διάγω εὐθεῖαν διὰ τοῦ κανόνος τὴν ΔΕ τέμνουσαν ὁμοίως τὴν ΓΒ κατὰ[5] τὸ δέκατον μέρος ἐπὶ τὸ Ε. Ἔσ7αι ἄρα καὶ αὐτὴ ἡ ΔΕ δέκατον μέρος τῆς ΑΒ διασ7άσεως· ὡς γὰρ ἡ ΑΓ ϖρὸς τὴν ΓΔ καὶ ἡ ΒΓ ϖρὸς τὴν ΓΕ, οὕτω[6] καὶ ἡ ΑΒ ϖρὸς τὴν ΔΕ ἔσ7αι. Ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΔΕ ϖρὸς τὴν ΕΓ, οὕτω[7] καὶ ἡ ΑΒ ϖρὸς τὴν ΒΓ. Μετρήσας δὲ καὶ τὴν ΕΔ ϖρὸς ἡμῖν οὖσαν, καὶ εὑρὼν αὐτὴν ὀργυιῶν[8] δ̄, ἐγνωσμένην καὶ τὴν ΑΒ ἔχω, ὡς δεκαπλασίαν, μ̄ ὀργυιῶν[9] οὖσαν. Ὥσ7ε τὸ μεταξὺ ζητούμενον τῶν Α, Β σημείων διάσ7ημα ὀργυιῶν[10] εὕρηται μ̄.*

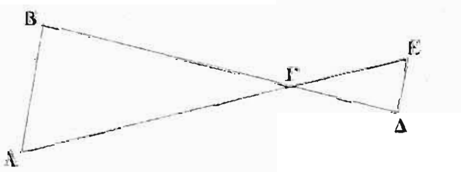
[1] *τὴν ιβ̄.* — [2] *ὀργυῶν τυχών.* — [3] *τῷ ϖρὸς.* Peut-être faut-il sous-entendre *τόπῳ* ou quelque autre mot. — [4] *ὀργυὰς.* — [5] *τὴν κατὰ.* — [6] *οὕτως.* — [7] *οὕτως.* — [8] *ὀργιῶν.* — [9] *ὀργιῶν.* — [10] *ὀργυῶν.*

* C'est-à-dire sur la borne du bout supérieur et rectangulaire de l'hippodrome.

** *L'une d'elles* ne suffit pas : il faut les mesurer toutes deux.

*** Allusion au problème perdu

Κεφ. δ'.

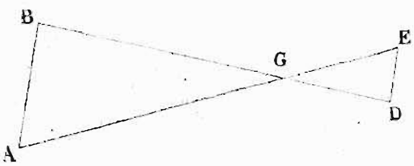


Ἔσ7ι δὲ καὶ ἄλλως « Τὸ μεταξὺ τῶν δοθέντων δύο σημείων « ἐπιγνῶναι διάσ7ημα, κατὰ τὸ νῦν ἐκκείμενον διάγραμμα. »

DE LA GÉODÉSIE d'Héron de Byzance.

donc établi la dioptre sur la borne d'en haut*, près du point G, et ayant placé le plateau de manière que son plan passe par les deux points donnés, je mène deux droites par les pinnules de la règle, savoir la droite GA dans la direction de la troisième grille, l'autre GB dans la direction de la neuvième. Puis je mesure l'une** d'elles au moyen de l'instrument, c'est-à-dire par le procédé qui a été enseigné précédemment***. L'ayant trouvée, je suppose, de 80 orgyes, je la divise comme je voudrai : soit sa dixième partie, de 8 orgyes, terminée au point D près de la borne. Je transporte la dioptre en ce point; je mène, au moyen de la règle, la droite DE partageant de même la droite GB à sa dixième partie au point E. La droite DE sera aussi la dixième partie de la distance AB. En effet, *comme* AG *est à* GD, *de même* BG *est à* GE, et *de même* aussi AB *est à* DE. Et, en outre, *comme* DE *est à* EG, *de même* AB *est à* BG. Ayant alors mesuré DE qui est près de nous, et l'ayant trouvée de 4 orgyes, j'en conclus que AB, qui en est *décuple,* est de 40 orgyes. En résumé, la distance cherchée, c'est-à-dire la distance comprise entre les points A, B, contient 40 orgyes.

§ IV [1].



Il y a encore un autre moyen de *Déterminer la distance de deux points donnés,* par la figure ci-jointe.

[1] Voyez Héron d'Alexandrie § x, 3e méthode.

Νοείσθω καθ' ὑπόθεσιν τὸ μὲν Α σημεῖον κατὰ τὸ πλάτος τοῦ ἱππικοῦ πρὸς τὸ ἀρισ1ερὸν μέρος τῆς σφενδόνης σκοπούμενον, τὸ δὲ Β ἐπὶ τὸ δεξιόν. Ἵσ1ημι οὖν τὴν διόπ1ραν πρὸς τὸν καλούμενον ἄπλουν[1] *, ὀλίγον ἀπέχουσαν ἐξ ἐναντίας ἄνω νύσσης, ὡς ἐπὶ τὸ Γ σημεῖον, ὥσ1ε τὴν ὄψιν πρὸς τὴν τῶν δοθέντων σημείων[2] εὐθυωρίαν μηδὲν παρεμποδίζεσθαι. Κατασ1ήσας δὲ τὸ τύμπανον πρὸς τὴν θέσιν τοῦ ἐπιπέδου τῆς βάσεως τῆς σφενδόνης, διάγω δύο εὐθείας διὰ τοῦ κανόνος, πρὸς μὲν τὸ ἀρισ1ερὸν πέρας[3] τὴν ΓΑ, πρὸς δὲ τὸ δεξιὸν τὴν ΓΒ. Καὶ μίαν ** τούτων, ὡς προείρηται ***, μετρήσας, καὶ εὑρὼν αὐτὴν ὀργυιῶν τυχὸν ρκϛ[4], μετέρχομαι ἐπὶ τὸ ἕτερον τοῦ κανόνος ἀγγεῖον[5]· καὶ ἀκινήτων πάντων τῶν ἐν τῇ διόπ1ρᾳ μενόντων, ἀνανεύω μικρὸν τὸ τύμπανον, καὶ λαμβάνω ἐπ' εὐθείας τῆς ΒΓ, ὡς πρὸς μέρος αὐτῆς ὀκτωκαιδέκατον[6] ἐπὶ τὰ εὐώνυμα τοῦ ἄπλου[7] πρὸς ζ ὀργυιάς, σημεῖον τὸ Δ· ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τὰ δεξιὰ ἐπ' εὐθείας τῆς ΑΓ, τὸ Ε, καὶ ἐπιζευγνύω τὴν ΕΔ. Καὶ ἐπεὶ ὀκτωκαιδέκατόν [ἐσ1ι] μέρος ἡ ΕΓ τῆς ΓΑ, καὶ ἡ ΔΓ τῆς ΓΒ, ὀκτωκαιδέκατον καὶ τὸ τῆς ΔΕ διάσ1ημα πρὸς τὸ τῆς ΑΒ ἔσ1αι. Ὡς γὰρ αἱ ἐλάσσονες πλευραὶ τῶν σχηματιζομένων δύο ἀντικορύφων τριγώνων εἰσὶ[8] πρὸς τὰς μείζονας, οὕτω καὶ ἡ τοῦ ἐλάσσονος βάσις πρὸς τὴν τοῦ μείζονος ἔσ1αι. Μετρήσας δὲ τὴν ΔΕ τοῦ ἐλάσσονος τριγώνου βάσιν ὡς πρὸς ἡμῖν οὖσαν, καὶ εὑρὼν αὐτὴν ὀργυιῶν τυχὸν[9] δύο ἥμισυ, ἔχω καὶ τὴν ΑΒ ἐγνωσμένην[10], ὡς ὀκτωκαιδεκαπλασίαν ὑπάρχουσαν· ὥσ1ε πάλιν τὸ μεταξὺ τῶν Α, Β σημείων διάσ1ημα,

[1] ἀπλοῦν. — [2] σημεῖον. — [3] Fort. ἀρ. μέρος. — [4] ρκστ. — [5] αὐγεῖον. — [6] ὀκτὼ καὶ δέκατον. — [7] ἀπλοῦ. — [8] εἰσὶν. — [9] τυχὼν. — [10] ἐγνωμένην.

* C'est-à-dire entre l'extrémité supérieure de la *spina* et la borne située vers l'extrémité supérieure et rectangulaire de l'hippodrome. (V. ci-dess. p. 353, note 3.)

** Il faut les mesurer toutes deux. (Voy. ci-dessus, § III, note **.)

*** Nouveau renvoi au problème perdu.

DE LA GÉODÉSIE d'Héron de Byzance.

Imaginons par hypothèse les points A et B situés dans la largeur de l'arène, points que l'on aperçoit, le premier, sur la gauche de l'extrémité courbe de l'hippodrome, et le second, sur la droite. Je place la dioptre près du lieu nommé l'*écueil* *, un peu en deçà de la borne supérieure située à l'opposé, par exemple au point G, de manière que rien ne fasse obstacle aux rayons visuels pour parcourir librement l'espace qui aboutit aux points donnés. Alors, ayant placé le plateau de l'instrument de manière que son plan passe par la corde qui sert de base à l'extrémité courbe de l'hippodrome, je mène deux droites au moyen de la règle, la droite GA vers l'extrémité gauche, et la droite GB vers l'extrémité droite. Ayant alors mesuré l'une ** comme il a été dit ***, et l'ayant trouvée, par exemple, de 126 orgyes, je passe à l'autre extrémité de la règle. Puis, tout restant fixe dans la dioptre, je regarde un peu au-dessus du plateau [1], et je prends, sur le prolongement de BG par exemple, la 18e partie de sa longueur, soit 7 orgyes [2], à gauche de l'écueil, au point D; je fixe de la même manière, vers la droite, le point E sur le prolongement de AG; puis je joins DE. Dès lors, puisque EG est la 18e partie de GA, et DG la 18e partie de GB, de même aussi la distance DE est la 18e partie de AB. De même en effet que, dans les deux triangles opposés par le sommet ici représentés, les petits côtés sont aux grands, de même la base du petit triangle est à la base du grand. Ayant donc mesuré la base du petit triangle, qui est située de notre côté, et l'ayant trouvée par exemple de $2\frac{1}{2}$ orgyes, j'ai de quoi connaître AB, qui est égale à 18 fois ce nombre; et je trouve en conséquence la distance des points A et B situés aux extrémités de la base

[1] Lacroix (*Manuel d'arpentage*, 3e éd. p. 51) recommande d'employer des pinnules bien hautes, « afin que, sans incliner « la planchette, on puisse arriver aux points « du terrain qui sont plus élevés ou plus « bas. » — Le plateau de la dioptre, quand on en fait usage, fait l'office de planchette.

[2] $7 \times 18 = 126$.

κατὰ τὸ πέλμα*, τοῦ πλάτους τοῦ ἱππικοῦ πρὸς τῇ βάσει τῆς σφενδόνης, εὕρηται ὀργυιῶν μ̅ε̅.

* La forme de l'hippodrome étant comparée à une sandale, la distance cherchée est comparée à la largeur du talon, à ce que nous appellerions le *sous-pied*.

Κεφ. ε΄.

Δυνατὸν δέ ἐστι[1] μὴ μόνον τὸ μεταξὺ τῶν δοθέντων δύο σημείων λαμβάνειν διάστημα, ἀλλὰ καὶ « Τὴν θέσιν ἀνευ- « ρίσκειν τῆς τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυούσης[2] εὐθείας, μὴ προσεγ- « γίσαντάς τινι τῶν δοθέντων σημείων. »

Ἔστωσαν τὰ ὁρώμενα σημεῖα τὰ Α, Β, τὸ μὲν Α πρὸς ἓν τῶν τοῦ εὐρίπου* ἑπτὰ τμημάτων, ἐπὶ τῆς τῶν στηθέων** σκοπούμενον βάσεως, τὸ δὲ Β πρὸς τὸ ἐπὶ τοῦ[3] βασιλικοῦ καθίσματος*** ἔδαφος, ἢ μιᾶς τῶν ἐφ' ἑκάτερα ἐν τοῖς δρομεῦσι κατὰ τοὺς γυμνικοὺς ἀγῶνας καλουμένων παρασκευῶν****. Καταστήσας οὖν τὴν διόπτραν πρὸς τὴν τῆς κάτω νύσσης ἀντιπεριαγωγὴν, ἐπ' ἐναντίον[4] τοῦ Β*****, κατὰ τὸ Γ σημεῖον, διοπτεύω[5] διὰ τοῦ κανόνος, ἕως ἐπ' εὐθείας[6] τὸ ῥηθὲν Α ἐξ ἄκρου θεάσομαι. Καὶ μετελθὼν πρὸς τὸ πλάγιον τῆς διόπτρας τὸ ἐπὶ τῇ νύσσῃ, μικρὸν ἀνανεύω τὸ τύμπανον, καὶ διάγω εὐθεῖαν καταντικρὺ τῆς τῶν βαθμίδων ἀναβάθρας****** τὴν ΓΔ[7].

[1] ἔστιν. — [2] ἐπιζευγνούσης. — [3] πρ. τὸ τοῦ ἐπὶ τοῦ. — [4] ἀπ' ἐν. — [5] διοπερεύω. — [6] ἐπ' εὐθείαν. — [7] τὴν η̅δ̅.

* Voir ci-dessus, p. 353.

** *Ibid.* Nous apprenons ici que l'euripe de l'hippodrome de Constantinople était divisé en 7 segments entourés de balustrades. (Comp. M. H. Martin, *ibid.* p. 301.)

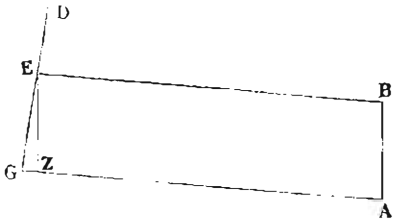
*** Voir ci-dessus, *ibid.*

DE LA GÉODÉSIE d'Héron de Byzance.

de l'hippodrome*, c'est-à-dire la corde qui sous-tend la partie courbe; et cette distance est égale à 45 orgyes[1].

[1] $2\frac{1}{2} \times 18 = 45$.

§ V[1].



Il est encore possible, non-seulement de prendre la distance de deux points donnés, mais de *Trouver la position de la droite qui joint les deux points donnés, sans approcher d'aucun d'eux.*

Soient A, B, les deux points donnés, l'un A situé dans l'un des sept segments de l'euripe*, à la base des balustrades**, l'autre B situé au pied du siége impérial***, soit au pied de l'un des deux pavillons**** situés de chaque côté, où se tiennent les coureurs qui se préparent aux concours gymniques. Ayant donc placé la dioptre près de la borne d'en bas, sur le chemin que l'on suit pour tourner cette borne, à l'opposé de B*****, c'est-à-dire au point G, je regarde par la règle, jusqu'à ce que j'aperçoive en ligne droite, de l'extrémité, ledit point A. Alors, passant à gauche de la dioptre, auprès de la borne, je regarde un peu au-dessus du plateau[2], et je mène la droite GD en face de l'escalier qui conduit aux gradins******, par exemple vers la

**** Voir ci-dessus, p. 353.

***** *En diagonale.* — M. H. Martin préfère corriger β en α.

****** « Ainsi, au bout inférieur et arrondi « de l'hippodrome, du côté oriental, à la « hauteur de la borne située à ce bout et « vers l'endroit où commençait l'hémicycle, « il y avait un escalier pour monter aux « gradins; et, au bas de cet escalier, il y avait « des balustrades qui s'ouvraient sans doute « pour livrer passage aux spectateurs : ces « balustrades devaient être sur la même

[1] Voyez Héron d'Alexandrie, § x, 1^re^ méthode. — [2] Voir p. 361, note 1.

DE LA GÉODÉSIE d'Héron de Byzance.

ὡς ἐπὶ τὸ ἔδαφος τῶν ϖροεσ?ώτων σ?ηθέων ϖαρατηρουμένην κατὰ τὸ Δ σημεῖον, ϖρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ ΑΓ ἐν ὀρθῇ γωνίᾳ τῇ ϖρὸς τὸ Γ. Καὶ ϖαράγω τὴν διόπ?ραν ἐπὶ τῇ ΓΔ, ἕως ἐπ' εὐθείας τὸ Β σημεῖον ἐπόψομαι. Τετάχθω ἡ διόπ?ρα κατὰ τὸ Ε· ἡ ἄρα ΒΕ τῇ μὲν ΓΔ ϖρὸς ὀρθάς ἐσ?ι, τῇ δὲ ΑΓ ϖαράλληλος. Δύναμαι δὲ τὸ ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὸ Α, καὶ τὸ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὸ Β λαβεῖν διάσ?ημα, ὡς ϖολλάκις τριγωνικὸν[1] τὸ σχῆμα ὑπεθέμην*. Καὶ εἰ μὲν ἴσην εὕρω τὴν ΓΑ[2] τῇ ΕΒ[3], ἴσον καὶ τὸ ΓΕ διάσ?ημα τῷ ΑΒ ἀποφανοῦμαι. Εἰ δὲ μίαν αὐτῶν μείζονα τῆς ἑτέρας, ἀφαιρῶ[4] τὴν ὑπεροχὴν ἐκ τῆς μείζονος, καὶ οὕτως ἐπιζευγνύω τὴν ἐλάσσονα· οἷον, εἰ εὕρω τὴν ΓΕ τοῦ ϖλάτους ὀργυιῶν δώδεκα, τὴν δὲ ΓΑ ζ, καὶ ϖα τὴν ΕΒ[5], τὰς ὑπερεχούσας ὀργυιὰς ἐννέα ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὸ Ζ ἀφαιρῶ[6], καὶ οὕτως ἐπιζευγνύω τὴν ἐλάσσονα διὰ τῆς ΖΕ ἴσης[7] οὔσης καὶ ϖαραλλήλου κατὰ τὴν θέσιν τῇ ΑΒ. Εἰ μὲν γὰρ ἴση ἦν ἡ ΑΓ τῇ ΒΕ, δώδεκα ἂν ὀργυιῶν καὶ τὸ τῆς ΑΒ[8] διάσ?ημα, ὡς τὸ τῆς ΓΕ, ὑπῆρχεν· ἐπεὶ δὲ ὑπερέχουσα ἡ ΓΑ τῆς ΕΒ εὑρέθη ὀργυιὰς ἐννέα, ταύτας ἡ ΖΕ ἀπολαμβάνει, καὶ τὴν ϖρὸς τὸ Γ ὀρθὴν ὑποτείνει γωνίαν. Ἔσ?ι δὲ καὶ ἡ ΓΕ βάσις ὀργυιῶν δώδεκα, ὥσ?ε ιε ἡ ΖΕ ἔσ?αι, ὡς κατὰ δύναμιν δυσὶ ταῖς ϖερὶ τὴν ὀρθὴν ἐξισουμένη ϖλευραῖς**. Τῶν αὐτῶν ἄρα ὀργυιῶν καὶ τὸ ἀπὸ τοῦ Α διάσ?ημα ἐπὶ τὸ Β ἔσ?αι. Ὥσ?ε εὕρηται οὐ μόνον τὸ μεταξὺ τῶν Α, Β σημείων κατὰ μέγεθος διάσ?ημα, ἀλλὰ καὶ ἡ θέσις τῆς τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυούσης εὐθείας, καθὼς καὶ τὸ ϖροκείμενον ὑπετέθη διάγραμμα.

[1] τριγωνίας. — [2] τὴν εβ. — [3] τοῦ αβ. — [4] ἀφερῶ. — [5] ϖα τὴν εδ. — [6] ἀφερῶ. — [7] ἴση. — [8] τὸ τῆς αε.

« ligne que celles sur lesquelles s'appuyaient les spectateurs placés au gradin « le plus bas. » (Voyez M. H. Martin, *Recherches, etc.* p. 297 et 298.)

* Allusion au problème perdu.

** $15^2 = 9^2 + 12^2$.

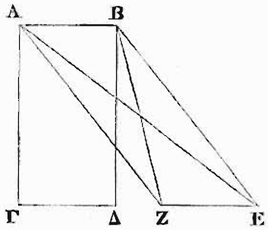
Héron d'Alexandrie mesure ZE directement.

DE LA GÉODÉSIE d'Héron de Byzance

base des premières balustrades, en dirigeant cette droite sur le point D, perpendiculairement à GA, après lui avoir fait faire, au point G, l'angle droit AGD. Ensuite, je transporte la dioptre le long de GD, jusqu'à ce que j'aperçoive le point B en ligne droite [et perpendiculairement à GD]. Soit, à cet effet, la dioptre établie au point E : la droite BE est donc perpendiculaire à GD, et parallèle à AG. Mais je puis alors mesurer les distances du point G au point A, et du point E au point B, comme je l'ai souvent fait par le moyen des triangles *. Si je trouve de cette manière GA égale à EB, j'en conclurai que GE est égale à AB; mais, si l'une est plus grande que l'autre, je retranche la différence de la plus grande, et je joins le point ainsi déterminé à l'extrémité de la plus petite. Par exemple, si je trouve la largeur GE égale à 12 orgyes, GA à 90, et EB à 81, je retranche, du point G au point Z, les 9 orgyes d'excès, et je joins le point Z à l'extrémité E de la plus petite ligne, par la droite ZE égale et parallèle à AB. Dans le cas, en effet, où AG serait égale à BE, la distance AB serait de 12 orgyes comme la distance GE; mais, puisque GA a été trouvé de 9 orgyes plus grande que BE, ce sont 9 orgyes que ZE enlève à AG, en sous-tendant d'ailleurs un angle droit en G; et, puisque la base GE a 12 orgyes, il s'ensuit que ZE en a 15, comme étant égale en puissance aux deux côtés de l'angle droit **. Donc la distance de A à B aura ce même nombre de 15 orgyes. Ainsi l'on a trouvé, non-seulement la grandeur de la distance des points A, B, mais encore la position de la droite qui joint ces deux points, comme l'indique la figure tracée ci-devant.

DE LA GÉODÉSIE d'Héron de Byzance.

Κεφ. ϛʹ.



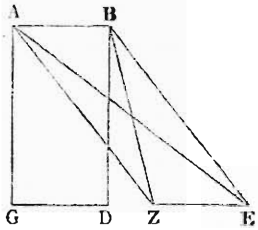
Καὶ τὴν μὲν εὐθυμετρίαν οὕτως ἐπιγνωσόμεθα· « Τὰ δὲ ὑπὸ « τῶν εὐθυγράμμων τε καὶ ϖεριφερογράμμων σχημάτων ϖεριε-« χόμενα ἐπίπεδα χωρία μετρηθήσεται τρόπῳ τοιῷδε. »

Ἐπὶ μὲν τετραγώνων ἰσοπλεύρων τε καὶ ἑτερομηκῶν τὴν τοῦ μήκους δεῖ ϖλευρὰν ἐπὶ τὴν τοῦ ϖλάτους ϖολλαπλασιάζειν, ἢ καὶ ἀνάπαλιν, καὶ τὸν ἐκ τῶν[1] δύο ϖλευρῶν γινόμενον ἐπίπεδον ἀριθμὸν τὸ τοῦ σχήματος ἐμβαδὸν ἀποφαίνεσθαι, ἤτοι τὸ ὑπὸ τῶν τεσσάρων ϖλευρῶν ϖεριοριζόμενον χωρίον, ὡς ἐπὶ τοῦ ῥηθέντος δειχθήσεται διαγράμματος. Ἐπεὶ γὰρ ἡ ΑΓ ὀργυιῶν ἐστὶν $\overline{\text{ζ}}$, δώδεκα δὲ ἡ ΓΔ[2], ἐπ' ἀλλήλας ϖολλαπλασιαζόμενα $\overline{\text{απ}}$ ϖοιοῦσιν, ὅπερ ἐστὶ[3] τὸ ὅλον τοῦ ἑτερομήκους χωρίον· ὁ αὐτὸς δὲ τρόπος καὶ ἐπὶ ἰσοπλεύρων τετραγώνων γινέσθω. Παρομοίαν δὲ καὶ φανερὰν ἕξουσι τὴν ἀναμέτρησιν καὶ οἱ καλούμενοι ῥόμβοι, ὡς ἐκ τετραγώνων[4] ἰσοπλεύρων διαστροφῆς γινόμενοι, καθάπερ καὶ τὰ ῥομβοειδῆ ἐκ τῶν ἑτερομηκῶν· καὶ γὰρ τὰς ϖλευρὰς ὡρισμένας ἔχουσι, καὶ μίαν τῶν διαγωνίων δοθεῖσαν. Ὁ μὲν γὰρ ῥόμβος ἐκ δύο ἰσοσκελῶν σύγκειται τριγώνων, τὸ δὲ ῥομβοειδὲς ἐκ δύο ὀξυγωνίων ἢ ἀμβλυγωνίων, ὡς ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ διαγράμματος ἔστιν ἰδεῖν, τὸ ὑπὸ τῆς ΖΕ καὶ ΑΒ ἐξ ἑτερομήκους διαστροφῆς ἐπὶ τὸ ῥομβοειδὲς μετασχηματισθέν· καὶ ὑπὸ μὲν τῆς ΖΒ διαγωνίου εἰς δύο τρίγωνα[5] ὀξυγώνια διαιρούμενον, ὑπὸ δὲ τῆς ΑΕ εἰς δύο ἀμβλυγώνια. Τὰ

[1] τῶν ἐκ τῶν. — [2] ἡ $\overline{\text{γε}}$. — [3] ἐστὶν. — [4] ἐκ τραγ. — [5] εἰ δύο τρίγωνια.

DE LA GÉODÉSIE d'Héron de Byzance.

§ VI[1].



C'est donc ainsi que nous saurons mesurer les lignes droites; voyons maintenant comment on s'y prend pour *Mesurer les surfaces planes comprises entre des lignes droites ou courbes.*

D'abord pour les carrés et autres rectangles, il faut multiplier la longueur par la largeur, ou réciproquement; et le nombre plan qui en résultera représentera la surface de la figure, c'est-à-dire l'aire comprise entre les quatre côtés, comme on peut le faire voir sur ladite figure. En effet, si AG est de 90 orgyes, et GD de 12, le produit de ces deux nombres donnera 1080 pour l'aire du rectangle. Ce serait la même chose pour un carré. Une méthode à peu près semblable est applicable à la mesure des rhombes, qui proviennent de la déformation du carré, et des rhomboïdes, qui proviennent de celle des rectangles. Les uns et les autres sont déterminés par les côtés et une diagonale, de telle façon que le rhombe est composé de deux triangles isocèles, et le rhomboïde de deux triangles acutangles ou obtusangles, comme on le voit encore par la même figure, que l'on peut considérer comme provenant de la déformation d'un rectangle qui s'est changé en un rhomboïde compris entre les côtés ZE, AB : il est décomposé en deux triangles acutangles par la diagonale ZB, et en deux triangles obtusangles par la diagonale AE. Quant aux aires des

[1] Voyez Héron d'Alexandrie, §§ XXIII et XXIV.

δὲ τῶν τριγώνων χωρία ἐξ ἡμισείας τῶν ἐξ αὐτῶν ἀναγραφομένων τετραγώνων ἀπαριθμεῖν χρή· ἐπεὶ καὶ πᾶν τετράγωνον ὑπὸ τῆς διαγωνίου εἰς δύο τέμνεται τρίγωνα[1], *τὸ δὲ πεντάγωνον εἰς τρία, τὸ ἑξάγωνον εἰς τέσσαρα, καὶ ἐφεξῆς ὁμοίως αἱ διαιρέσεις γινέσθωσαν*[2]. *Καὶ εἰ μὲν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τετραγώνου* $\overline{,\alpha}$ *εὑρίσκεται,* $\overline{\phi}$ *τὸ τοῦ τριγώνου ἔσται. Ὅτι δὲ καὶ πᾶν τὸ νοήσει τε καὶ αἰσθήσει καταλαμβανόμενον τρίγωνον τὰς τρεῖς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ἔχει, δῆλον ἐνταῦθά ἐστιν· εἰ γὰρ πᾶν τετράγωνον τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσας ἔχει τὰς γωνίας, ὑπὸ δὲ τῆς διαγωνίου εἰς δύο ἀφορίζεται*[3] *τρίγωνα καὶ γωνίας ἕξ, τὰς μὲν ὀρθάς, τὰς δὲ κατὰ τὸ μᾶλλον καὶ ἧττον ὀξυνομένας τε καὶ ἀμβλυνομένας, αὗται δὲ αἱ ἓξ ἐπὶ παντὸς τετραγώνου τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, ἑκάτερον ἄρα τῶν ἀφοριζομένων δύο τριγώνων τὰς τρεῖς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ἕξει· ὅθεν καὶ πᾶν τὸ αἰσθήσει τε καὶ φαντασίᾳ καταληφθῆναι*[4] *δυνάμενον. Περὶ δὲ μετρήσεως τραπεζίων τε καὶ τραπεζοειδῶν καλουμένων, ὡς ἀπὸ τῆς τῶν γωνιῶν τεταγμένων*[5] *ἰσότητος, καὶ λοιπῶν τεταγμένων*[6] *τε καὶ ἀτάκτων σχημάτων, Ἀρχιμήδης καὶ Ἥρων ἐν τῇ καθολικῇ πραγματείᾳ τοῖς ἐντελεστέροις ἀπέδειξαν· ἡμεῖς δέ, τοὺς εἰσαγομένους πρὸς τὰ μαθήματα ἐρεθίζειν βουλόμενοι, μετρικὰς ὑπομνήσεις ἠνθολογήσαμεν, ἀφορμὰς ὑποθέσεως διὰ τὸ ἐμπρόθυμον παρεχόμενοι· καί, τὸ δὴ λεγόμενον κατὰ τὴν παροιμίαν « ἐν πίθῳ*[7] *μανθάνειν αὐτοὺς « τὴν κεραμείαν » προϋπεθέμεθα*[*].

[1] *τριγώνια.* — [2] *καὶ διαιρ. γινέσθω.* — [3] *ἀφαιρίζ.* — [4] *καταλειφθ.* — [5] *τετραμμένων.* — [6] *τετραμμένων.* — [7] *ἐνπίσθῳ.*

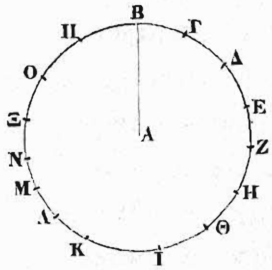
[*] Comp. Platon, *Gorgias*, p. 514, E: **Ἐν τῷ πίθῳ τὴν κεραμείαν ἐπιχειρεῖν μανθάνειν.** C'est à M. Em. Ruelle que je dois d'avoir retrouvé dans le texte du *Gorgias* ce proverbe, qui est cité par Érasme (*Adag. epitome, etc.* Lugduni, 1550, in-8°, p. 168), mais sans indication d'origine.

DE LA GÉODÉSIE d'Héron de Byzance.

triangles, on les mesure par la moitié de celles des quadrilatères construits sur les triangles [avec la même base et la même hauteur]. En effet, tout quadrilatère se partage, au moyen d'une diagonale, en deux triangles; tout pentagone se partage en trois triangles, tout hexagone en quatre; et de même pour la division des autres figures. Ainsi, lorsque le quadrilatère vaudra 1000, le triangle vaudra 500. Quant à ce que tout triangle susceptible d'être conçu par l'esprit, ou de tomber sous les sens, a ses trois angles égaux à deux droits, on peut ici le conclure de ce que tout quadrilatère a ses angles égaux à quatre droits[1], et que l'on peut, au moyen d'une diagonale, le partager en deux triangles ayant six angles, tantôt droits, tantôt aigus ou obtus, en plus ou en moins; et, puisque les six angles de tout quadrilatère forment une somme égale à quatre droits, il s'ensuit donc bien que chacun des deux triangles qui composent le quadrilatère a ses angles égaux à deux droits; et il en est de même de tout triangle qui peut tomber sous les sens ou que l'imagination peut concevoir. Relativement à la mesure des figures nommées trapèzes et trapézoïdes (ainsi classées d'après l'égalité de leurs angles), ainsi que des autres figures classées ou non classées, Archimède et Héron en ont donné, dans leurs traités généraux, des démonstrations complètes. Pour nous, n'ayant pour but que d'encourager ceux qui commencent l'étude des mathémathiques, nous avons fait un choix de propositions sur l'art du mesurage, en y ajoutant la ressource des exemples pour mieux fixer l'attention, nous conformant en cela au proverbe qui dit que *C'est en faisant des cruches que l'on apprend l'art du potier.*

[1] L'emploi de cette proposition considérée *a priori* est digne de remarque. — (Voy. mon écrit *Sur un point de l'histoire de la Géométrie*, etc.)

Κεφ. ζʹ.



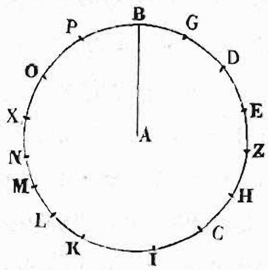
« Κύκλου δὲ διάμετρον καὶ τὴν πρὸς αὐτὴν γινομένην περί-
« μετρον, καὶ τὸ ὅλον χωρίον μετὰ διόπτρας εὑρήσομεν, ἐπὶ
« τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἑστῶτες, μὴ προσεγγίσαντες τῇ
« περιφερείᾳ. »

Ἔστω τοίνυν τὸ τοῦ κύκλου κέντρον τὸ Α σημεῖον, καθ' ὃ τὴν διόπτραν ἵστημι· καὶ καταστήσας τὸ ἐν αὐτῇ τύμπανον πρὸς τὴν θέσιν τοῦ ἐπιπέδου ὑφ' οὗ μέλλει ὁ ἐκ τῆς διοπτρείας καταγράφεσθαι[1] κύκλος, λαμβάνων σημεῖον διὰ τῶν ὀπῶν τοῦ κανόνος ἐπ' εὐθείας τὸ Β, καὶ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου κυκλοτερῶς περιάγω τὸ τύμπανον σὺν τῷ κανόνι διὰ τῆς ἐπικειμένης τῷ τόρμῳ χοινικίδος, ἢ στύρακος ἐν τῇ διόπτρᾳ τυχόντος, ἕως πάλιν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου κατὰ τοῦ δοθέντος ἐπιπέδου ἡ περιαγωγὴ γένηται, ἀφ' οὗ καὶ ἤρξατο φέρεσθαι. Ἐν δὲ τῇ κυκλοτερεῖ ταύτῃ περιφορᾷ κατοπτευθήσεται σημεῖά τινα τὰ τὸν κύκλον περιορίζοντα[2], πρὸς λίθους ἢ θάμνους ἤ τινας ἄλλους εὐθεωρήτους[3] σκοπούς, οἷά εἰσι τὰ Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, Ι, Κ, Λ, Μ, Ν, Ξ, Ο, Π[4]· καὶ ταῦτα ἐπὶ τῷ περιορισμῷ τοῦ κύκλου σημειωσάμενος, μετρῶ τὸ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β διάστημα, ἤτοι τὸ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν περιφέρειαν, ὡς ἐπὶ τοῦ μήκους καὶ πλάτους ἐμάθομεν*· καὶ εὑρὼν αὐτὸ ὀργυιῶν τυχὸν ρ̅ε̅, ἔχω[5] καὶ τὴν ὅλην τοῦ κύκλου διάμετρον σ̅ι̅,

[1] διοπτρίας καταγράφεται. — [2] περιορίζονται. — [3] ἐθεωρ. — [4] μ, ηξ, οπ. — [5] ἔχων.

* Renvoi au problème perdu.

§ VII.



Nous trouverons le diamètre du cercle, et sa circonférence, et son aire, au moyen de la dioptre, en nous établissant à son centre, et sans approcher de sa circonférence.

Pour cela, soit A le centre du cercle; j'établis la dioptre en ce point. Puis, ayant placé le plateau qui en fait partie dans un plan parallèle à la circonférence que l'on doit décrire avec la dioptre, après avoir pris un point en ligne droite par les pinnules de la règle, je conduis circulairement, à partir de ce point, le plateau avec sa règle, autour de l'axe du tube, ou autour du pied de la dioptre quelle que soit sa forme, jusqu'à ce que le mouvement circulaire ramène le plateau dans sa première position. Or, dans ce mouvement, on apercevra nécessairement, sur la circonférence du cercle décrit, certains objets apparents, pierres, buissons, etc., tels que les points, B, G, D, E, Z, H, C, I, K, L, M, N, X, O, P. Ayant donc marqué ces points sur la circonférence du cercle, je mesure la distance entre le point A et le point B, c'est-à-dire entre le centre et la circonférence, comme nous l'avons expliqué dans la mesure des longueurs et largeurs*; ayant ainsi trouvé, je suppose, cette distance égale à 105 orgyes, j'ai le diamètre entier du cercle, égal à 210, comme étant double du rayon. Et, comme la circonὡς διπλασίαν τῆς ἐκ τοῦ κέντρου. Ὅτι δὲ ϖάσης διαμέτρου τριπλασιεφέβδομός ἐστιν ἡ ϖερίμετρος, δήλη ἐστὶν χξ καὶ αὐτὴ οὖσα, ὡς τρὶς τὸν σι ἔχουσα καὶ τὸ ἕβδομον αὐτοῦ. Ἀλλ' ἐπεὶ ϖάλιν τὸ ἐκ τῆς διαμέτρου καὶ τοῦ τετάρτου τῆς ϖεριμέτρου ἴσον ἐστὶ τῷ τοῦ κύκλου ἐμβαδῷ, καθά φησιν Ἀρχιμήδης*, ὅτι « Πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου « ἴση ἐστὶ μιᾷ τῶν ϖερὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν, ἡ δὲ ϖερίμετρος τῇ « βάσει, » τὸ δὲ ἀπὸ τῆς διαμέτρου καὶ τῆς ὅλης ϖεριμέτρου τετραπλάσιον τοῦ κύκλου[1]· αἱ ἄρα τῆς διαμέτρου ὀργυιαὶ σι, ἐπὶ τὰς ρξε τοῦ τετάρτου τῆς ϖεριμέτρου ϖολλαπλασιαζόμεναι, γίνονται χιλιάδες λδ, καὶ χν[2]· ὅπερ ἐστὶ τὸ τοῦ κύκλου ἐμβαδόν· τὰ γὰρ σ ἐπὶ τὰ ρ χιλιάδας κ ϖοιοῦσιν· ἐπὶ δὲ τὰ ξ, δώδεκα· καὶ ἐπὶ τὰ ε, ͵α· καὶ ϖάλιν τὰ ι ἐπὶ τὰ ρ, ͵α· ἐπὶ δὲ τὰ ξ, χ· καὶ ἐπὶ τὰ ε, ν· ὥστε εὕρηται ἡ μὲν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ρε, ἡ δὲ διάμετρος σι, καὶ ἡ ϖερίμετρος[3] χξ· τὸ δὲ ἐμβαδὸν, ἤτοι τὸ ὅλον χωρίον ἀπὸ τοῦ τῆς διαμέτρου καὶ τοῦ τετάρτου τῆς ϖεριμέτρου, ὀργυιῶν χιλιάδων λδ[4], καὶ χν.

Εὐχερέστερον δὲ καὶ ἄνευ διόπτρας τὴν[5] τοῦ κύκλου διάμετρόν τε καὶ ϖερίμετρον καὶ τὸ ὅλον χωρίον ἐπιγνωσόμεθα, ἀπὸ σχοίνου τινὸς κατὰ μῆκος δοθείσης. Ἔστω οὖν ἡ δοθεῖσα σχοῖνος ὀργυιῶν κατὰ μῆκος λε, ἢ ὅσον ἄν τι κατὰ γνώμην ἕληται· καὶ ϖρὸς μὲν ἓν ἄκρον κρίκον σιδηροῦν μετὰ ἥλου ἔχετω, τοῦ ἥλου ἐν τάξει κέντρου τῇ γῇ ἐμπηξομένου[6], ὡς διὰ

[1] τῷ κύκλῳ. — [2] χη. — [3] καὶ ὁ ϖερ. — [4] τδ. — [5] τῆς. — [6] ἐμπησσομ.

* Archim. *Circ. dim.* : Πᾶς κ. ἴ. ἐ. τρ. ὀ., οὗ ἡ μὲν ἐκ τ. κ. ἴση μιᾷ τ. ϖ. τ. ὀ., ἡ δὲ ϖ. τῇ λοιπῇ.

férence vaut 3 fois le diamètre, plus *un septième,* cela fait évidemment 660, qui est égal à 3 fois 210, plus un septième de ce dernier nombre[1]. Mais, puisque le produit de la circonférence par le *quart* du diamètre donne la surface du cercle, suivant ce que dit Archimède, que « Tout cercle est équivalent à un triangle « rectangle dans lequel l'un des côtés de l'angle droit serait le « rayon et dont la base serait la circonférence, » il s'ensuit que le produit du diamètre par la circonférence vaut *quatre* fois la surface, d'où il résulte que les 210 orgyes du diamètre, multipliées par les 165 du *quart* de la circonférence[2], donnent 34 650 pour l'aire du cercle. En effet, 200 multipliés par 100 font 20 000[3], par 60 font 12 000, et par 5 font 1000; puis, en second lieu, 10 par 100 font 1000, par 60 font 600, et par 5 font 50. De sorte qu'en définitive, on a trouvé 105 pour rayon, 210 pour diamètre, et 660 pour la circonférence; puis, la surface ou l'aire entière, résultant de la multiplication de la circonférence par le *quart* du diamètre, égale à 34 650.

Nous pouvons encore, d'une manière plus facile et sans le secours de la dioptre, connaître le diamètre d'un cercle, son périmètre, et son aire, au moyen d'une simple corde donnée de longueur. Soit donc la corde donnée de 35 orgyes, ou de toute autre longueur. Supposons-la munie, à l'une de ses extrémités, d'un anneau de fer et d'un clou que l'on puisse ficher en terre pour servir de centre, de manière que l'autre extrémité

[1] $210 \times 3 \frac{1}{7} = 660$.

[2] $660 : 4 = 165$.

[3]
$$\begin{array}{rcrcr}
200 & \times & 100 & = & 20000 \\
200 & \times & 60 & = & 12000 \\
200 & \times & 5 & = & 1000 \\
10 & \times & 100 & = & 1000 \\
10 & \times & 60 & = & 600 \\
10 & \times & 5 & = & 50 \\
\hline
 & & & & 34650
\end{array}$$

τοῦ ἑτέρου ἄκρου τὴν κυκλοτερῆ[1] περιγραφὴν κατὰ τάξιν ἀποτελεῖσθαι, ἕως ἀφ' οὗ ἤρξατο σημείου, ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ πάλιν ἡ σχοῖνος τετανυσμένη[2] περιαχθῇ· ὥστε ἡ ἐν ἀρχῇ καὶ ἡ ἀπ' ἀρχῆς καὶ ἡ ἐπ' ἀρχὴν τριαδικῶς ἐπὶ τῇ τοῦ κύκλου περιγραφῇ θεωρηθήσεται· ἐν ἀρχῇ μὲν αὐτὸ τὸ κέντρον περὶ ὃ τὸ ἄκρον τῆς σχοίνου ἐπὶ τοῦ ἥλου διὰ τοῦ κρίκου περιάγεται· ἀπ' ἀρχῆς δὲ τὸ ἕτερον τῆς σχοίνου ἄκρου τὸ περὶ τὴν ἐπ' ἀρχὴν κατ' ἴσην διάστασιν κυκλοτερῶς ἐπὶ τὰ Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ σημεῖα περιαγόμενον. Οὕτως οὖν τοῦ κύκλου δηλωθέντος, εὑρεθήσεται μὲν ἡ διάμετρος ὀργυιῶν ο̅, ὡς διπλασία τῆς ἐκ τοῦ κέντρου, τῆς δὲ διαμέτρου τριπλασιεφέβδομος ἡ περίμετρος ὀργυιῶν σ̅κ̅ τυγχάνουσα, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου καὶ τοῦ τετάρτου τῆς περιμέτρου ͵γ̅ω̅ν̅, ὅπερ ἐστὶ τὸ τοῦ κύκλου ἐμβαδόν· αἱ γὰρ ο̅ τῆς[3] διαμέτρου ἐπὶ τὰς ν̅[4] τοῦ τετάρτου τῆς περιμέτρου, ͵γ̅φ̅ ποιοῦσι, καὶ ἐπὶ τὰς ε̅, τ̅ν̅· ὥστε ἀπὸ τῆς δοθείσης σχοίνου τῶν λ̅ε̅ ὀργυιῶν, εὕρηται ἡ μὲν τοῦ κύκλου διάμετρος ὀργυιῶν ο̅, κ̅ δὲ καὶ σ̅ ἡ περίμετρος, καὶ ͵γ̅ω̅ν̅ τὸ περιεχόμενον χωρίον.

[1] κυκλωτ. — [2] τετανισμ. — [3] ὁ τῆς. — [4] ν̅ε̅.

Κεφ. η'.

Τὰ δὲ στερεὰ τῶν σχημάτων οὐχ ὡς τὰ ῥηθέντα ἐπίπεδα πρὸς δύο μόνον θεωρηθήσεται διαστάσεις, ἀλλ' ἀνάγκη ἐπὶ τρεῖς· ἐπεὶ καὶ πᾶν σῶμα τριχῇ ἐστὶ διαστατὸν, μῆκος ἔχον πλάτος τε καὶ πάχος, ταὐτὸ δὲ εἰπεῖν βάθος ἢ ὕψος· τὸν γὰρ[1] ἐκ τοῦ μήκους καὶ πλάτους γινόμενον ἐπίπεδον ἀριθμὸν ἐπὶ τὴν τρίτην τοῦ ὕψους ποιοῦντας διάστασιν, τὰ στερεὰ τῶν σχημάτων [δεῖ] ἀπαριθμεῖν.

[1] τὸ γάρ.

de la corde toujours tendue puisse être conduite circulairement jusqu'à ce qu'elle soit revenue au point de départ. Ainsi, dans la description du cercle, on peut considérer ce cordeau sous trois points de vue[1], à son commencement, dans son milieu, et à son extrémité : à son commencement on a le centre, représenté par le clou autour duquel tourne le bout du cordeau par le moyen de l'anneau; à son milieu on a des points qui décrivent l'aire du cercle, tandis qu'enfin le bout de la corde décrit la circonférence dont tous les points B, G, D, E, Z, H, C, sont situés à égale distance du centre. Le cercle se trouvant donc ainsi déterminé, son diamètre sera de 70 orgyes, comme étant double du rayon; sa circonférence, étant égale à 3 fois le diamètre plus *un septième,* sera de 220[2]; et son aire, égale au produit de la circonférence par le *quart* du diamètre, vaudra 3850. En effet, les 70 du diamètre, multipliés par les 50 du *quart* de la circonférence, donnent 3500, et par les 5 restant, donnent 350 [ce qui fait en tout 3850]. En résumé, le cordeau donné étant de 35 orgyes, le diamètre du cercle décrit est de 70 orgyes, la circonférence de 220, et l'aire engendrée, de 3850.

[1] Allusion à la Trinité. (Voy. Barocci, fol. 61 v.)

[2] $70 \times 3\frac{1}{7} = 220$ | $220 : 4 = 55$ | $70 \times 55 = 3850$.

§ VIII.

Quant aux figures solides, ce n'est pas seulement suivant deux dimensions que l'on doit les considérer, comme les figures planes, mais suivant trois. En effet, tous les corps ont trois dimensions, la longueur, la largeur, et l'épaisseur, que l'on nomme aussi profondeur ou hauteur. Ainsi, pour calculer les figures solides, il faut prendre le nombre plan résultant du produit de la longueur par la largeur, et le multiplier par la troisième dimension, qui est la hauteur.

Καὶ ϖρότερον μὲν ἐπὶ κυβικοῦ σχήματος ἡ ἀναμέτρησις γινέσθω διὰ τὸ ἴσον ϖάντη τῶν διαστάσεων· κύβος γάρ ἐστι σχῆμα στερεὸν ὑπὸ ἓξ τετραγώνων ἴσων ϖεριεχόμενον, ἐπὶ ϖλευρὰς μὲν ιβ, γωνίας δὲ ὀρθὰς[1] η, καὶ ἐπίπεδα ς, ἐν τρισὶ διαστάσεσι κατ' ἰσότητα θεωρούμενον· ὅθεν καὶ τοὺς ἁρμονικοὺς ἐν συμφωνίᾳ καὶ θείους λόγους οἱ ϖυθαγόρειοι[2] ἐπὶ τοιούτου δεικνύουσι σχήματος, ἁρμονίαν τὸν κύβον ἐπονομάζοντες. Τὸ δὲ τοῦ σχήματος στερεὸν εὑρεθήσεται οὕτως· εἰ γὰρ ἡ βάσις τοῦ κύβου μονάδων κη κατὰ μῆκος εἴη, τῶν αὐτῶν καὶ κατὰ ϖλάτος ἔσται, καὶ ϖρὸς ὕψος ὁμοίως· τὰς δὲ τοῦ μήκους κη ἐπὶ τὰς τοῦ ϖλάτους ϖοιοῦντες, τὸ τῆς βάσεως ἐπίπεδον μονάδων ἕξομεν ψπδ· καὶ τοῦτο ϖάλιν ἐπὶ τὰς τοῦ ὕψους κη ϖολλαπλασιάζοντες, συνάγομεν μονάδας δισμυρίας, καὶ χιλιάδα [καὶ] ϡνβ[3]· ὥσπερ ἀποφανούμεθα τὸ τοῦ κύβου στερεόν. Εἰ δὲ ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ κύβου ἰσοϋψῆ κύλινδρον ἐπινοήσομεν ἐγγραφόμενον καὶ σφαῖραν μέσον ϖεριλαμβάνοντα, ὥστε κατὰ τὸν μέγιστον αὐτῆς κύκλον τῆς τοῦ κυλίνδρου ἐφάπτεσθαι ἐπιφανείας, δειχθήσεται ἡ τοῦ κύβου βάσις ϖρὸς τὴν τοῦ κυλίνδρου λόγον ἔχουσα[4] ὃν ἐν ἐλαχίστοις καὶ ϖρώτοις ἀριθμοῖς ὁ ιδ ϖρὸς τὸν ια· ὡσαύτως δὲ καὶ τὰ ς[5] τοῦ κύβου ἐπίπεδα ϖρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου σὺν ταῖς δυσὶ βάσεσιν ἔσονται, καὶ τὰ τέσσαρα ἄνευ τῶν βάσεων, καὶ τὸ στερεὸν ϖρὸς τὸ στερεὸν ἔσται· ἡ δὲ τοῦ κυλίνδρου ἐπιφάνεια ἄνευ μὲν τῶν βάσεων ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς ἐμπεριλαμβανομένης ὑπ' αὐτοῦ σφαίρας, σὺν δὲ ταῖς βάσεσιν ἡμιόλιος αὐτῆς[6] ὁ κύλινδρος εὑρεθήσεται κατά τε τὴν ἐπιφάνειαν καὶ τὸ στερεόν.

Ἡ δὲ τοῦ κυλίνδρου βάσις ἐπιγνωσθήσεται ἔκ τε τῆς διαμέτρου καὶ τοῦ τετάρτου τῆς ϖεριμέτρου, ὡς ἀνωτέρω ϖροεί-

[1] γωνίαις δὲ ὀρθαῖς. — [2] ϖυθαγόριοι. — [3] χιλιάδας ϡνβ. — [4] ἔχουσαν. — [5] τὰ σ. — [6] αὐτοῖς.

Commençons par la mesure de la figure cubique, puisque c'est celle dont toutes les dimensions sont égales. En effet, le cube est une figure solide comprise entre 6 carrés égaux; il a 12 arêtes, 8 angles droits, et 6 faces planes, ne formant que 3 dimensions toutes égales entre elles; ce qui fait que les Pythagoriciens, voulant démontrer sur cette figure les rapports harmoniques et divins de la consonnance, donnent au cube le nom d'*Harmonie*. Quant à sa solidité, voici comment on la trouve. Supposons que la base du cube ait 28 unités de longueur : elle en aura autant de largeur, et sa hauteur sera également de 28 unités. Multipliant les 28 unités de la longueur par les 28 de la largeur, nous aurons 784 pour l'aire de cette base. Multipliant ensuite ce produit par les 28 unités de la hauteur, les 21 952 [1] obtenues nous feront voir que telle est la solidité du cube. Maintenant, si nous imaginons un cylindre de même hauteur, inscrit au cube, et comprenant dans son intérieur une sphère dont le grand cercle touche la surface du cylindre, nous verrons d'abord que la base du cube est à celle du cylindre comme 14 est à 11 [2] (pour exprimer ce rapport dans les moindres termes et en nombres premiers entre eux). Ce même rapport sera celui des 6 faces du cube comparées à la surface du cylindre avec ses deux bases, ou des 4 faces latérales du cube comparées à la même surface sans les deux bases; et enfin le rapport des solidités sera encore le même. Ensuite la surface du cylindre sans les bases sera équivalente à celle de la sphère; et, si l'on compte les bases, la surface du cylindre sera une fois et demie celle de la sphère; et il en sera de même des solidités.

[Pour démontrer tout cela, nous remarquerons que] la base du cylindre se mesure par le produit du diamètre et du quart

[1] $28 \times 28 = 784$; $784 \times 28 = 21952$. — [2] $\frac{22}{7} : 4 :: 11 : 14$.

ρηται. Ἐπεὶ γὰρ ἐδόθη κη ἡ διάμετρος, πη ἡ περίμετρος ἔσται τριπλασιεφέβδομος οὖσα· καὶ ἔστι τὸ τέταρτον αὐτῆς κβ· τὰ οὖν κη ἐπὶ τὰ κβ ποιοῦσι τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσεως χις· ἔστι δὲ καὶ ἡ βάσις τοῦ κύβου ψπδ· [ἔστιν οὖν ἡ βάσις τοῦ κύβου πρὸς τὴν βάσιν τοῦ κυλίνδρου,] ὡς, ἐν ἐλαχίστοις καὶ πρώτοις ἔφαμεν ἀριθμοῖς[1], ὁ ιδ πρὸς τὸν ια· ὁ γὰρ ψπδ ἔχει τὸν χις καὶ τὸ τέταρτον αὐτοῦ τὰ ρνδ, καὶ ἐτὶ[2] τὸ μδ', ὅπερ ἐστὶ ιδ.

Οὕτως οὖν καὶ αἱ ἀπὸ τῆς βάσεως τοῦ κύβου ἀνεστηκυῖαι τέσσαρες ἐπιφάνειαι πρὸς τὴν κυλινδρικὴν ἐπιφάνειαν ἔσονται, καὶ τὰ ἓξ ἐπίπεδα πάλιν τοῦ κύβου πρός τε τὴν τοῦ κυλίνδρου ἐπιφάνειαν καὶ τὰ τῶν βάσεων ἐπίπεδα, καὶ τὸ στερεὸν πρὸς τὸ στερεόν· αἱ γὰρ τῆς βάσεως τοῦ κύβου τέσσαρες πλευραὶ ἐπὶ τὰς κη τοῦ ὕψους γίνονται ͵γρλϛ· καὶ αἱ πη τῆς περιμέτρου τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου ἐπὶ τὰς τοῦ ὕψους κη, ͵βυξδ· καὶ εἰσὶν ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ.

Ὡσαύτως καὶ τὰ ἓξ ἐπίπεδα τοῦ κύβου, ͵δψδ γινόμενα, πρός τε τὴν τοῦ κυλίνδρου ἐπιφάνειαν σὺν ταῖς ἐν τῇ ἕδρᾳ καὶ ἐφέδρᾳ[3] βάσεσι, τῶν ͵γχζϛ συναγομένων.

Ὁμοίως δὲ καὶ τὸ στερεὸν τοῦ κύβου, ἀπὸ τοῦ ἐπιπέδου τῆς βάσεως τῶν ψπδ ἐπὶ τὰς[4] τοῦ ὕψους κη, β̈ καὶ ͵αϡνβ εὑρισκόμενον, πρὸς τὸ τοῦ κυλίνδρου τὸ ἀπὸ τῶν χις τῆς βάσεως ἐπὶ

[1] ἔφη μὲν ἀριθμός. — [2] τὰ ρκδ, καὶ ἐστὶ. — [3] καὶ ταῖς σὺν τῇ ἕδρᾳ καὶ ἐφ' ἕδρᾳ. — [4] ἐπὶ ταῖς.

de la circonférence, comme on l'a expliqué plus haut; or, puisque le diamètre a été donné égal à 28, la circonférence sera de 88, égal à trois fois 28 plus le 7e de ce nombre [1]; maintenant, le *quart* de ce nombre est 22; et 28, multipliés par 22, donne 616 [2] pour l'aire de la base du cylindre; et quant à celle du cube, nous l'avons trouvée de 784, nombre qui est au précédent (en nombres premiers entre eux et aussi petits que possible) comme 14 est à 11. En effet, 784 contient 616 et son *quart* 154, et, en outre, son 44e qui est 14 [3].

Ce même rapport sera celui des 4 faces latérales du cube par rapport à la surface courbe du cylindre, et celui des 6 faces du cube par rapport à la surface totale du cylindre en y comprenant les bases, et enfin celui des solidités. En effet, les quatre côtés de la base du cube, multipliés par les 28 de la hauteur, donnent 3136 [4]; et les 88 du périmètre de la base du cylindre, multipliés par les 28 de la hauteur, donnent 2464 [5], qui sont au nombre précédent dans le même rapport de 11 à 14 [6].

Il en est de même des 6 faces du cube, égales à 4704, par rapport à la surface totale du cylindre avec ses bases inférieure et supérieure, faisant 3696 [7].

De même, nous avons vu que le volume du cube s'obtient en multipliant les 784 unités de la base par les 28 de sa hauteur, ce qui donne 21 952 [8]; or le volume du cylindre s'obtient en multipliant les 616 de sa base par la même hauteur égale

[1] $28 \times (3 + \frac{1}{7}) = 88.$

[2] $28 \times 22 = 616.$

[3] $784 = 616\,(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{44}) = 616 + 154 + 14 = 616 \times \frac{14}{11}.$

[4] $28 \times 28 \times 4 = 3136.$

[5] $88 \times 28 = 2464.$

[6] $3136 = 2464 + 616 + 56 = 2464\,(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{44}) = 2464 \times \frac{14}{11}.$

[7] $616 \times 2 = 1232.$ $3696 = 2464 + 1232.$ $784 \times 6 = 4704 = 3696 \times \frac{14}{11}.$

[8] $784 \times 28 = 21952 = 28^3.$

τὰς αὐτὰς τοῦ ὕψους κη, ͵αζσμη γινόμενον· ὥστε ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ πάντοθεν τὸν κύϐον πρὸς τὸν[1] ἐγγραφόμενον ἰσοϋψῆ κύλινδρον θεωρεῖσθαι.

Ὅτι δὲ ἡμιόλιός ἐστιν ὁ κύλινδρος τῆς ἐγγραφομένης ἐν αὐτῷ σφαίρας, δείξομεν οὕτως· ἐπεὶ γὰρ ἡ τοῦ κυλίνδρου ἐπιφάνεια σὺν τοῖς ἐπιπέδοις τῶν βάσεων ͵Ϛχζϛ[2] ὑπάρχει, ἃ δὲ καὶ ͵ζσμη τὸ στερεόν· δειχθήσεται καὶ ἡ τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια[3], ἔκ τε τῶν πη τῆς περιμέτρου τοῦ ἐν αὐτῇ μεγίστου κύκλου καὶ τοῦ ὕψους τοῦ ἄξονος τῶν κη, ͵βυξδ γινομένη· τὸ δὲ στερεὸν αὐτῆς ἀπὸ τῆς βάσεως τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν χιϛ ἐπὶ τὸ δίμοιρον τοῦ ἄξονος, ἤτοι ἐπὶ τὰς ιη δίμοιρον, χιλιάδων ια γινόμενον καὶ υζη δίμοιρον[4]. Καὶ ἔστιν ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν, καὶ τὸ στερεὸν πρὸς τὸ στερεὸν, ὡς προείρηται, ἐν λόγῳ ἡμιολίῳ· ὥστε δύο τριτημόρια ἡ σφαῖρα εὕρηται τοῦ περιλαμϐάνοντος αὐτὴν[5] ἰσοϋψοῦς κυλίνδρου. Πᾶσα δὲ σφαιρικὴ ἐπιφάνεια τοῦ μὲν ἐμϐαδοῦ τοῦ μεγίστου αὐτῆς κύκλου τετραπλασία ἐστί, τῆς δὲ περιμέτρου τοσαυταπλασία[6], ὅσον καὶ ὁ ἐν αὐτῇ ἄξων κατὰ μῆκός ἐστι[7]· τὰ γὰρ ͵βυξδ τετραπλάσια μέν εἰσι[8] τῶν χιϛ, ὀκτωκαιεικοσαπλάσια[9] δὲ τῶν πη.

(Ἔστι* δὲ καὶ πᾶσα σφαῖρα τετραπλασία κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν μέγιστον τῆς σφαίρας κύκλον, ὕψος δὲ ἴσον [τῇ] ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Καὶ γὰρ ἡ τῆς κωνικῆς βά-

[1] περὶ τόν. — [2] γχδϛ. — [3] καὶ τῇ τῆς σφ. ἐπιφάνειᾳ. — [4] διμοίρου. — [5] αὐτῆς. — [6] τοσαῦτα πλ. — [7] ἔστιν. — [8] εἰσιν. — [9] ὀκτω καὶ εἰκοσιπλ.

* J'ai mis entre parenthèses ce paragraphe, qui me paraît une interpolation, par la raison surtout qu'il suppose la définition du cône, rapportée seulement dans le paragraphe suivant; et, en second lieu, parce qu'il contient des propositions qui sont fausses de tout point. En effet, la surface du *double cône* inscrit à la sphère est égale à la circonférence de sa base multipliée par l'apothème, c'est-à-dire à 88 × 20 = 1760, en prenant comme approximativement égal à 20 le rayon 14 multi-

à 28, ce qui fait 17 248[1], nombre qui est au précédent dans le même rapport que 11 à 14[2], lequel représente ainsi celui du cylindre au cube circonscrit.

Quant à démontrer que le cylindre contient *une* fois et *demie* la sphère inscrite, nous y parviendrons par le procédé suivant : nous savons déjà que la surface du cylindre, en y comprenant les plans des bases, est de 3696, et son volume de 17 248; on montrera aussi maintenant que la surface de la sphère, résultant de la multiplication des 88 unités de la circonférence de son grand cercle par les 28 de son axe, est de 2464, et que son volume, égal aux 616 unités de la surface de son grand cercle pris pour base, multipliées par les $\frac{2}{3}$ de son axe, c'est-à-dire par $18\frac{2}{3}$, est, en conséquence, de $11\,498\frac{2}{3}$[3]; de sorte que les surfaces sont entre elles, et que les volumes sont entre eux, dans le rapport de 3 à 2, comme il a été dit; et, par suite, que la sphère est les $\frac{2}{3}$ du cylindre circonscrit de même hauteur qu'elle[4]. En effet, toute surface sphérique est quadruple de celle de son grand cercle; et elle résulte du périmètre de celui-ci multiplié par l'axe : car 2464 est quadruple de 616, et égal à 28 fois 88.

(Maintenant*, toute sphère est quadruple du cône qui aurait pour base son grand cercle et pour hauteur le rayon. Car le périmètre de la base du cône, ou 88, multiplié par la moitié

[1] $616 \times 28 = 17\,248$.

[2] $21\,952 = 17\,248 \times \frac{14}{11}$.

[3] $616 \times 18\frac{2}{3} = 11\,498\frac{2}{3}$.

[4] $11\,498\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 17\,248$.

plié par la racine carrée de 2. Quant au volume du même solide, il a pour mesure l'aire du grand cercle multipliée par le *tiers* du diamètre, c'est-à-dire $616 \times 9\frac{1}{3} = 5749\frac{1}{3}$. Ainsi la surface du double cône vaut les *cinq septièmes* à peu près de celle de la sphère, et son volume est la *moitié* de celui de la même sphère. — Barocci s'était bien aperçu de l'erreur relativement à la surface : *Aut ergo textus corrupte legitur,* dit-il, *aut bonus dormitavit Homerus.* Mais lui-même commet une autre erreur dans l'évaluation de la surface du cône.

σεως περίμετρος, πη οὖσα, ἐπὶ τὴν τοῦ ἄξονος[1] ἡμίσειαν, ὡς πρὸς ὕψος [τὴν] ἀπὸ τοῦ κέντρου ιδ, ͵ασλβ ποιεῖ[2]. Καὶ αἱ τοῦ ἐμβαδοῦ τῆς βάσεως αἱ χις ἐπὶ τὰς αὐτὰς ιδ[3] τῆς τοῦ ἄξονος ἡμισείας, ͵ηχκδ· ὥστε τὸ ἡμισφαίριον, κατά τε τὴν ἐπιφάνειαν καὶ τὸ στερεὸν, ἴσον τοῖς δυσὶν εὕρηται κώνοις, ἡ δὲ σφαῖρα τέτρασιν.)

Κῶνος δέ ἐστι σχῆμα στερεὸν ἀπὸ βάσεως κυκλικῆς πρὸς ἓν σημεῖον μετέωρον συνεστώς[4]. Κατὰ δὴ τὸν[5] Εὐκλείδην[*], « ὅταν, ὀρθογωνίου τριγώνου μενούσης μιᾶς πλευρᾶς τῶν περὶ « τὴν ὀρθὴν[6] γωνίαν, περιενεχθὲν [τὸ] τρίγωνον εἰς τὸ αὐτὸ « πάλιν ἀποκατασταθῇ ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὸ περιληφθὲν « σχῆμα κῶνος καλεῖται· κἂν μὲν ἡ μένουσα εὐθεῖα ἴση ᾖ τῇ « [λοιπῇ τῇ] περὶ τὴν ὀρθὴν περιφερομένῃ, ὀρθογώνιος ἔσται « ὁ κῶνος· ἐὰν δ' ἐλάττων[7], ἀμβλυγώνιος· ἐὰν δὲ ᾖ μείζων, ὀξυ- « γώνιος. » — « Ἄξων[**] δέ ἐστι τοῦ κώνου ἡ μένουσα εὐθεῖα περὶ « [ἣν] τὸ τρίγωνον στρέφεται. » — « Βάσις[***] δὲ ὁ κύκλος ὁ ὑπὸ « τῆς περιφερομένης εὐθείας γραφόμενος. » — Εὑρίσκεται δὲ καὶ πᾶς κύλινδρος τριπλάσιος κώνου τοῦ τὴν αὐτὴν αὐτῷ βάσιν ἔχοντος καὶ ὕψος ἴσον. Ἐπεὶ γὰρ ἡ τοῦ κυλίνδρου ἐπιφάνεια ͵βυξδ ἐστὶ, τὸ δὲ στερεὸν α̈ ͵ζσμη, (ἡ δὲ τοῦ κώνου ἐπιφάνεια[****] ἐκ τῆς αὐτῆς περιμέτρου τῶν πη καὶ τοῦ τρίτου μέρους τοῦ ἄξονος τῶν θ γʹ, ωκα καὶ τρίτου ἐστὶν,) ἐκ δὲ τῶν χις τοῦ ἐμβαδοῦ τῆς βάσεως ἐπὶ τὸ αὐτὸ τρίτον τοῦ ἄξονος, ͵εψμθ[8] [καὶ] τρίτου τὸ στερεὸν εὑρίσκεται, καὶ εἰσὶ πρὸς ἀλλήλους ἐν λόγῳ τριπλασίῳ· τριτημόριον ἄρα τοῦ ἰσοϋψοῦς κυλίνδρου ὁ κῶνος ἀποδέδεικται.

[1] ἄξωνος. — [2] ποιοῦσιν. — [3] ἐπὶ τῶν αὐτῶν δ. — [4] μεθέωρον συνετῶς. — [5] κατὰ δὲ τὴν. — [6] ὀργὴν. — [7] ἐλάττον. — [8] ͵βψμθ γον.

[*] *Elem.* XI, def. 18 : Κῶνός ἐστιν ὅταν κ. τ. λ. — [**] *Ibid.* XI, 19. — [***] *Ibid.* XI, 20.

de l'axe pris pour hauteur, c'est-à-dire par les 14 du rayon, fait 1232[1]; et les 616 de la surface, multipliés par le même nombre 14, moitié de l'axe, font 8624[2]. De sorte que l'hémisphère, considéré, soit sous le rapport de la surface, soit sous celui du volume, est double du cône, et la surface entière en est quadruple.)

Maintenant, le cône est une figure solide comprise entre un cercle pris pour base et un point situé au-dessus. Or, suivant Euclide*, « lorsque, dans un triangle rectangle, l'un des côtés « de l'angle droit restant fixe, le triangle tourne tout à l'entour « jusqu'à ce qu'il revienne à sa première position, la figure solide « engendrée porte le nom de cône. D'ailleurs, quand la droite « qui reste fixe est égale à celle qui se meut en faisant un angle « droit avec la première, le cône est rectangle; il est obtusangle, « si cette première droite est plus petite, acutangle, si elle est « plus grande. » — « L'axe** du cône est la droite qui reste fixe; « sa base*** est le cercle décrit par celle qui tourne. » — Or on trouve que tout cylindre est triple du cône qui a même base et même hauteur que lui; et, puisque la surface du cylindre est de 2464 et son volume de 17 248, tandis que (la surface**** du cône, calculée d'après le même périmètre égal à 88 et le *tiers* de l'axe égal à $9\frac{1}{3}$, donne $821\frac{1}{3}$[3]; puisque, d'ailleurs,) les 616 de la surface de la base, multipliés par le tiers du même axe, donnent $5749\frac{1}{3}$ pour le volume[4], il s'ensuit que ces deux figures sont dans le rapport triple[5], ou qu'enfin le cône est le tiers du cylindre [de même base et] de même hauteur.

[1] $88 \times 14 = 1232$.

[2] $616 \times 14 = 8624$.

[3] $88 \times 9\frac{1}{3} = 821\frac{1}{3}$.

[4] $616 \times 9\frac{1}{3} = 5749\frac{1}{3}$.

[5] $5749\frac{1}{3} \times 3 = 17\,248$.

**** Même observation que plus haut : pour avoir la surface du cône, il faut multiplier la circonférence 88 par la moitié de l'apothème; or celui-ci vaut 14 fois la racine carrée de 5; ce qui donne, tout calcul fait, environ $1377\frac{1}{2}$.

Τριπλάσιον δὲ καὶ τὸ ϖρίσμα ϖαραλληλεπίπεδον ὂν τῆς ϖυραμίδος εὑρίσκεται τῆς βάσιν τὴν αὐτὴν αὐτῷ ἐχούσης καὶ ὕψος ἴσον.

Καὶ ἔσ7ι τὸ κέντρον τοῦ βάρους τοῦ κυλίνδρου κατὰ τὴν διχοτομίαν τοῦ ἄξονος· ὡσαύτως δὲ καὶ ἐπὶ τοῦ ϖρίσματος ἔσ7αι. Τὸ δὲ τοῦ κώνου κέντρον ἐπὶ τοῦ ἄξονος [σημείου] τοῦ διαιρεθέντος οὕτως, ὥσ7ε τὸ[1] ϖρὸς τῇ κορυφῇ τμῆμα τριπλάσιον εἶναι τοῦ λοιποῦ· ἡ αὐτὴ ἄρα τοῦ ἄξονος διαίρεσις καὶ ἐπὶ τῆς ϖυραμίδος γινέσθω.

« Πυραμὶς * δὲ ἐσ7ὶ σχῆμα σ7ερεὸν ἐπιπέδοις ϖεριεχόμενον « ἀπὸ τοῦ τῆς βάσεως ἐπιπέδου ϖρὸς ἑνὶ σημείῳ συνεσ7ὼς, ἢ « τὸ ἀπὸ βάσεως τριγώνου ἢ τετραγώνου ἢ ϖολυγώνου ϖρὸς « σημεῖον μετέωρον συνεσ7ώς[2]. » — « Πρίσμα ** δὲ ἐσ7ὶ σχῆμα « σ7ερεὸν ἐπιπέδοις ϖεριεχόμενον, ὧν δύο δὴ τὰ ἀπεναντίον[3] « ἴσα τε καὶ ὅμοιά ἐσ7ι καὶ ϖαράλληλα, τὰ δὲ λοιπὰ ϖαραλ- « ληλόγραμμα. »

[1] τῇ. — [2] συνετῶς. — [3] ἀπ' ἐναντίον.

* *Elem.* XI, 12. — ** *Ibid.* XI, 13.

Κεφ. θ'.

Ἔσ7ω οὖν ἐπὶ ϖαραλληλογράμμου καὶ ἑτερομήκους οἰκήματος, ἢ δεξαμενῆς ὁμοιοσχήμου, ὡς ἐπὶ τῆς Ἀετίου κινσ7έρνης, τὴν τοῦ σ7ερεοῦ[1] ἀναμέτρησιν δηλοποιῆσαι. Ῥᾴδιον δὲ μᾶλλον ἐπὶ τῆς Ἄσπαρος, διὰ τὸ ἴσον τῶν ϖερὶ τὴν βάσιν διασ7άσεων, ϖλινθικοῦ[2] τοῦ σχήματος ὄντος. Πλινθὶς δὲ ἐσ7ὶ σχῆμα σ7ερεὸν ὑπὸ ἓξ ἐπιπέδων ϖεριεχόμενον, ἴσον τὸ τῆς βάσεως μῆκος καὶ τὸ ϖλάτος ἔχουσα, ἔλασσον δὲ τὸ ὕψος· εἰ γὰρ ἴση καὶ ϖρὸς ὕψος ὑπῆρχε, κύβος ἂν ἦν, εἰ δὲ μείζων, δοκὶς ἐσχηματίζετο· δοκὶς γάρ ἐσ7ιν ἡ μεῖζον τὸ ὕψος τοῦ τῆς βάσεως μήκους καὶ ϖλάτους ἔχουσα. Ὑποκείσθω δὲ τοίνυν ἡ

[1] ἀελίου κιγσ7. τὴν τοῦ ἑτέρου. — [2] ϖληνθικοῦ.

On trouve aussi que tout prisme parallélipipède est triple d'une pyramide de même base et de même hauteur.

DE LA GÉODÉSIE d'Héron de Byzance.

Le centre de gravité du cylindre est au milieu de sa hauteur; et il en sera de même du prisme. Quant au centre de gravité du cône, il est situé sur son axe, en un point tel, que sa distance au sommet est triple de sa distance à la base; et il faut bien qu'il en soit de même de la pyramide.

Quant à la pyramide*, c'est une « figure solide comprise entre « plusieurs plans menés du plan de la base à un point [supé- « rieur], ou comprise entre une base triangulaire, ou quadran- « gulaire, ou polygonale quelconque, et un point situé au-des- « sus. » — Enfin, le prisme** est une « figure solide comprise « entre plusieurs plans, dont deux, situés à l'opposé l'un de « l'autre, sont égaux, semblables et parallèles, et dont les autres « sont des parallélogrammes. »

§ IX.

Soit maintenant, pour expliquer la mesure des solides, une construction parallélogramme de dimensions inégales, ou un réservoir de même forme, comme la citerne d'Aétius[1]. Mais ce sera plus facile sur celle d'Aspar[1], à cause de l'égalité des dimensions de la base, la figure étant celle d'une *plinthe :* car on nomme ainsi une figure solide comprise entre 6 plans, dont la base a sa longueur et sa largeur égales entre elles, mais dont la hauteur est moindre. En effet, si la hauteur était la même, on aurait un cube, et si elle était plus grande, la figure prendrait la forme d'une *solive :* car on nomme ainsi la figure dans laquelle la hauteur est plus grande que la longueur et la largeur de la base. Supposons donc la longueur de la base de la citerne

[1] Voyez le Mémoire de M. H. Martin, p. 306.

DE LA GÉODÉSIE d'Héron de Byzance.

βάσις κατὰ μῆκος τῆς τοῦ Ἄσπαρος κινσ7έρνης[1] ὀργυιῶν[2] ο, πλάτος ὁμοίως τὸ αὐτὸ ἔχουσα, καὶ ὕψος ὀργυιῶν ιβ. Ζητῶ οὖν εὑρεῖν πόσων ὀργυιῶν ἐσ7ὶ[3] τὸ τῆς κινσ7έρνης σ7ερεὸν, καὶ πόσων κεραμίων ὑγροῦ ἐσ7ὶ χωρητική. Πολλαπλασιάζων[4] τὰς τοῦ μήκους ο[5] ἐπὶ τὰς αὐτὰς ο[6] τοῦ πλάτους, ἔχω τὸ κατὰ τὴν βάσιν ἐπίπεδον ὀργυιῶν ͵δϡ· ταύτας οὖν πάλιν ἐπὶ τὰς τοῦ ὕψους ιβ πολλαπλασιάζω, καὶ γίνονται χιλιάδες νη, καὶ ω. Καὶ ἐπεὶ τὰ μήκει[7] τετραπλάσια δυνάμει ἑκκαιδεκαπλάσιά[8] εἰσι, σ7ερεῷ δὲ τεσσαρακαιεξηκονταπλάσια[9], ἔσ7ι δὲ ἡ ὀργυιὰ[10] κατὰ μῆκος δακτύλων ϟς, ὁ δὲ πῆχυς κδ, τετραπλασία ἄρα κατὰ μῆκος τοῦ πήχεως ἐσ7ὶ, καὶ ἔσ7ι τὸ τῆς βάσεως μῆκος πήχεων σπ· ἐκ δὲ τούτων εὑρίσκεται τὸ ἐπίπεδον πήχεων [χιλιάδων] οη, καὶ υ[11]· καὶ γὰρ τὰ ις ἐπὶ τὰ ͵δϡ χιλιάδας ποιοῦσιν οη, καὶ υ[12]· ἐκ δὲ τούτων πάλιν τὸ σ7ερεὸν γίνεται πήχεων χιλιάδων τρισχιλίων καὶ ψξγ, καὶ σ[13]· οὕτως οὖν τὰ ξδ ἐπὶ τὰς νη χιλιάδας καὶ ω, ποιοῦσι. Καὶ ἐπεὶ πάλιν τὰ μήκει[14] ἑξαπλάσια δυνάμει ἑκκαιτριακονταπλάσια[15] δείκνυνται, σ7ερεῷ δὴ[16] ἑκκαιδεκακαιδιακοσιαπλάσια[17] ἔσονται· ἔσ7ι γὰρ ὁ ποῦς, ις κατὰ μῆκος δακτύλων, ἕκτον ὀργυιᾶς[18] ὑπάρχων· ὅθεν πάλιν τὸ κατὰ τὴν βάσιν μῆκος ποδῶν γίνεται υκ· τὸ δὲ ἐπίπεδον χιλιάδων ρος, καὶ υ· καὶ τὸ ὅλον σ7ερεὸν ποδῶν μυριάδων χιλίων καὶ σο, καὶ ω. Τὰ γὰρ λς ἐπὶ ͵δϡ ποιοῦσι χιλιάδας ρος, καὶ υ· καὶ τὰ σις ἐπὶ τὰς νη χιλιάδας καὶ ω[19], μυριάδας χιλίας καὶ σο, καὶ ω. Καὶ ἐπεὶ ὁ σ7ερεὸς ποῦς, κατὰ τὴν τῶν μηχανικῶν διατύπωσιν, ἀπὸ τῶν ις τοῦ μήκους δακτύλων κυβιζόμενος, ͵δϟς εὑρίσκεται, οἱ δὲ ις* καθ' ἑαυτοὺς τέσσαρας οὐγκίας ὕδατος παρὰ μικρὸν ἀπολαμβάνουσι, πεντή-

[1] κιγσ7. — [2] ὀργυῶν, et partout de même. — [3] ἐσ7ιν. — [4] πολλαπλασιάζοντες. — [5] ὁ. — [6] ὁ. — [7] ἐπὶ τὰ μήκη. — [8] ἑξ καὶ δεκ. — [9] τέσσαρα καὶ ἑξ. — [10] ὄργυα. — [11] ο καὶ υ. — [12] ο καὶ υ. — [13] τρισχ. καὶ να καὶ ϡιβ : l'auteur a évidemment commis une faute de calcul. — [14] μήκη. — [15] ἑξ καὶ τρ. — [16] δὲ. — [17] δὲ ἑξ καὶ δέκα καὶ διακ. — [18] ὀργυὰς. — [19] καὶ τὰ ω.

* Le résultat serait plus approché, s'il y avait ici ιξ au lieu de ις.

d'Aspar égale à 70 orgyes, de même que sa largeur, et soit sa hauteur de 12 orgyes. Ainsi, je veux savoir de combien d'orgyes est la capacité de la citerne, et combien elle peut contenir de pots d'eau. Multipliant les 70 de longueur par les 70 de largeur, j'ai 4900 orgyes carrées pour la surface de la base; je multiplie ce nombre par les 12 de hauteur, et j'obtiens 58 800 [1]; et, comme des dimensions quadruples donnent une surface 16 fois plus grande et un volume 64 fois plus grand; que, d'ailleurs, l'orgye étant de 96 doigts et la coudée de 24, il s'ensuit que l'orgye est quadruple de la coudée quant à la longueur : de tout cela il résulte que la longueur de la base est de 280 coudées, et, par suite, la surface de cette base de 78 400 coudées carrées : car 16 multiplié par 4900 produit ce même nombre de 78 400. Par suite, la solidité est de 3 763 200, comme le donne 64 multiplié par 58 800 [2]. Derechef, puisque des nombres 6 fois plus grands comme longueurs, donnent 36 fois plus pour les surfaces, et 216 fois plus pour les volumes; comme, d'ailleurs, le pied contenant 16 doigts est 6 fois moindre que l'orgye, il s'ensuit que la longueur exprimée en pieds est de 420, la surface de 176 400, et le volume total de 12 700 800 pieds cubes [3]. En effet, 36 multiplié par 4900 fait 176 400, et 216 multiplié par 58 800 fait 12 700 800 [4]. Maintenant, le pied cube, suivant ce qu'établissent les mécaniciens, contient un nombre de doigts cubes égal au cube de la longueur 16, ou 4096. De plus, 16 doigts (*lisez* 17?) comprennent à peu près 4 onces italiques de liquide, et $51 \frac{1}{5}$ [5]

[1] $70 \times 70 = 4\,900$. | $4\,900 \times 12 = 58\,800$.

[2] $70 \times 4 = 280$. | $4\,900 \times 16 = 78\,400$. | $58\,800 \times 64 = 3\,763\,200$.

[3] $420^2 = 176\,400$. | $12 \times 6 = 72$. | $176\,400 \times 72 = 12\,700\,800$.

[4] $36 \times 4\,900 = 176\,400$ | $216 \times 58\,800 = 12\,700\,800$.

[5] Il y a dans le grec $51 \frac{1}{3}$.

κοντα δὲ δάκτυλοι μετὰ ἑνὸς καὶ πέμπτου οὐγκιῶν[1] $\overline{\iota\beta}$ ἰταλικῶν λίτραν περιέξουσιν· οἱ δὴ $\overline{\sigma\nu\varsigma}$[2] τοῦ ἐπιπέδου λίτρας $\overline{\varepsilon}$, καὶ οἱ τοῦ στερεοῦ $\overline{,\delta\zeta\varsigma}$ λίτρας[3] $\overline{\varpi}$. Εὑρίσκεται ἄρα ὁ στερεὸς ποῦς ὑγροῦ χωρητικὸς πρὸς μέτρον κεραμίου λιτρῶν ἰταλικῶν $\overline{\varpi}$· ὥστε, ὅσων[4] στερεῶν ποδῶν ἡ δεξαμενὴ κατηρίθμηται, τοσούτων [ὀγδοηκοντάκις] καὶ κεραμίων ὑγροῦ ἐστὶ χωρητική. Ὡσαύτως δὲ καὶ πρὸς τὸ τυχὸν μέρος τοῦ βάθους σημειούμενοι[5], τὸν τοῦ ὕδατος ὄγκον ἐξαριθμησόμεθα.

Κυλίνδρου δὲ τοῦ σχήματος ὄντος, τὸ τοῦ κύκλου ἐμβαδὸν, ὡς προέφαμεν[6], [δεῖ] λαμβάνειν, [καὶ] τοὺς κατ' αὐτὴν τὴν βάσιν εὑρισκομένους πόδας ἐπὶ τὸ ὕψος ποιεῖν[7]· τὸν δὲ γινόμενον ἀριθμὸν, ἐπὶ μὲν δεξαμενῆς, κατὰ τοῦ ὕδατος ὄγκον ἀποφαίνεσθαι. Ἐπὶ δὲ ὁμοιοσχήμου οἰκήματος, δίχα τῆς ἐπικειμένης ἄνωθεν ἀετώσεως, σίτον, κριθήν τε καὶ ὄσπρια καὶ ὅσα ἐκ τῶν εἰδῶν τοῦ διωρισμένου ποσοῦ πρὸς μεδίμνους, μοδίους τε καὶ χοίνικας καὶ εὐτελέστερα τῶν μερῶν θεωροῦνται, κατὰ σταθμὸν καὶ μέγεθος, ἐκ τοῦ κατασκευαζομένου στερεοῦ ποδὸς ἀνασκοποῦντας, ἐπαριθμεῖν.

[1] ἑνὸς καὶ τρίτου ὀγκυῶν. — [2] δὲ $\overline{\sigma\kappa\varsigma}$. — [3] $\overline{,\delta\zeta}$ καὶ λ. — [4] ἴσων. — [5] σημειουμένα. — [6] προέφημεν. — [7] ποιεῖ.

Κεφ. ι'.

Ἐπιγνωσόμεθα δὲ καὶ πηγῆς ἀπόῤῥυσιν κατὰ Ἥρωνα ὅση τίς ἐστίν.

Ἀλλ' εἰδέναι μέντοι χρὴ ὅτι οὐκ[1] ἀεὶ ἡ αὐτὴ διαμένει ἀνά-

[1] οὐχ.

doigts [c'est-à-dire 3 fois plus], 12 onces ou une livre. 256 doigts feront donc 5 livres ou autant de pots, et 4096 en donneront 80. Ainsi le pied cube de liquide donne 80 pots ou 80 livres italiques. Autant donc la citerne jauge de pieds cubes, autant elle peut contenir de [fois 80] mesures de liquide[1]. Nous opérerons de la même manière pour évaluer la quantité de l'eau contenue, quelque portion de la profondeur que marque la surface.

Si la figure était cylindrique, il faudrait chercher la surface du cercle de base, comme nous l'avons dit, et multiplier par la hauteur le nombre de pieds obtenus. Le résultat représentera le poids du liquide contenu, s'il s'agit d'un réservoir. S'il est question de substances solides entassées sous une semblable forme, séparément du faîte ou comble qui peut la surmonter, que ce soit d'ailleurs du blé, de l'orge, des légumes, ou toute autre denrée, que la chose s'évalue en médimnes, en modius, en chœnix, ou en toute autre mesure de moindre valeur, volume ou poids, on en fait de même la supputation en examinant comment le pied cube se compose.

§ X[2].

Nous pourrons encore connaître, d'après Héron, quel est le produit d'une source.

Mais il faut d'abord savoir que la quantité de l'écoulement

[1] Suivant M. Saigey (*Traité de Métrologie*), le pied romain valant 0,2945 du mètre, le pied cube vaudra 0,02554 du mètre cube; un pareil volume d'eau distillée doit peser kilogr. 25,54, et d'eau de pluie environ 25,80. Maintenant, suivant le même auteur, la livre romaine pesait 324 grammes, ce qui fait, pour 80 livres, kilogr. 25,92, diff. 12 décagr. On ne saurait exiger une plus grande exactitude. De plus, on a encore, par un calcul rétrograde, 960 onces (= 80 livres) : 4 onces :: 4096 doigts : $x = 17\frac{1}{15}$ doigts, qui, multipliés par 3, donnent $51\frac{1}{5}$, dont le quintuple est 256. Enfin, $256 \times 16 = 4096$, et $5 \times 16 = 80$. (Voir plus haut, p. 356-7, le commentaire du § II.)

[2] Voy. Héron d'Alexandrie, § XXXI.

DE LA GÉODÉSIE d'Héron de Byzance.

βλυσις· ὄμβρων μὲν[1] γὰρ ὄντων, ἐπιτείνεται, διὰ τὸ ἐπὶ τὰς κορυφὰς τῶν ὀρέων τὸ ὕδωρ πλεονάζον βιαιότερον ἐκθλίβεσθαι· αὐχμῶν δὲ ὄντων, ἀπολήγει[2]. Αἱ δὲ γενναῖαι[3] πηγαὶ οὐ παρὰ πολὺ τὴν ἀνάβλυσιν ἴσχουσι[4]. Δεῖ οὖν περιλαβόντας τὸ πᾶν τῆς πηγῆς ὕδωρ, ὡς μηδαμόθεν ἀποῤῥεῖν, σωλῆνα μολιβδοῦν[5] τετράγωνον ποιῆσαι πολλῷ[6] τῆς ῥύσεως κατὰ τὴν ἀποδοχὴν μείζονα, καὶ ἐναρμόσαι αὐτὸν δι' ἑνὸς τόπου, ὥστε δι' αὐτοῦ τὸ τῆς πηγῆς ὕδωρ ἀποῤῥεῖν. Δεῖ δὲ τὸν σωλῆνα πρὸς τὸν ταπεινότερον κεῖσθαι τῆς πηγῆς τόπον, ὡς ῥᾳδίως ἔχειν[7] τὴν ἀπόῤῥυσιν[8]· τὸν δὲ ταπεινότερον τόπον διὰ διόπτρας* ἐπιγνωσόμεθα. Φανερὸν δὲ τὸ ἀποῤῥέον ὕδωρ ἐν τῷ περιστομίῳ τοῦ σωλῆνος πρὸς ὕψος γενήσεται. Ἔστω οὖν πρὸς ὕψος δακτύλων τριῶν· ἐχέτω δὲ καὶ πλάτος τὸ στόμιον δακτύλων ἕξ· τρεῖς δὲ ἐπὶ ἕξ ποιοῦσι δεκαοκτώ. Ἀποφανούμεθα ἄρα τὴν τῆς πηγῆς ἀνάβλυσιν δακτύλων εἶναι ιη̅.

Ἀλλ' εἰδέναι χρὴ ὅτι οὐκ ἔστιν αὔταρκες πρὸς τὸ[9] γνῶναι ὅσον ἡ πηγὴ χορηγεῖ ὕδωρ, τὸ εὑρεῖν τὸν ὄγκον τῆς ῥύσεως, ἀλλὰ καὶ τὸ τάχος· ταχυτέρας μὲν γὰρ τῆς ῥύσεως οὔσης, πλέον ἐπιχωρηγεῖται τὸ ὕδωρ, βραδυτέρας δὲ ἔλαττον. Ὅθεν χρὴ, ὑπὸ τὴν τῆς πηγῆς ῥύσιν τάφρον ὀρύξαντας, τηρῆσαι ἐξ ἡλιακοῦ ὡροσκοπίου πόσον διὰ[10] τῆς ὥρας ὕδωρ [ἐν] ταύτῃ[11] [τῇ] τάφρῳ ἀποῤῥεῖ[12], καὶ οὕτως ἐπιχωρηγούμενον ὕδωρ δι' ὅλης ἡμέρας στοχάσασθαι πόσον (κατὰ τὸν ὄγκον**) ἐστίν. Ὥστε οὐκ ἀναγκαῖόν ἐστι τὸν τῆς ῥύσεως ὄγκον ἐπιτηρεῖν (ἀλλὰ καὶ τὸ τάχος**)· διὰ γὰρ τοῦ ὡριαίου χρόνου φανερὰν ἕξομεν καὶ τὴν τοῦ ὕδατος ἡμερήσιον χωρηγίαν. Εἰ γὰρ πᾶν νυχθήμερον

[1] ὄμβρων τε. — [2] ἀπολήγειν. — [3] γεννητικαὶ. — [4] ἔχωσι. — [5] μολιβοῦν. — [6] πολλῶν. — [7] ἔχει. — [8] ἀπόῤῥησιν. — [9] εἰς τὸ. — [10] πρὸς διὰ. — [11] τουτῇ, ou, d'après une correction indiquée dans le manuscrit, ἐν τῇ. — [12] ἀπορεῖ.

* Voir ci-dessus le problème 1er.

** Les mots placés dans la parenthèse paraissent ajoutés par un scholiaste qui ne comprenait pas bien son auteur.

n'est pas toujours la même. En effet, dans les temps de pluie, il augmente par la raison que l'eau, surabondant aux sommets des montagnes, jaillit avec plus de force, tandis qu'il cesse dans les temps de sécheresse; mais les fontaines de bonne nature[1] sont peu susceptibles de diminuer dans leur produit. Il faut donc, après avoir entièrement circonscrit l'eau de la source de manière qu'elle ne puisse fuir d'aucun côté, fabriquer une conduite en plomb de forme quadrilatère, en ayant soin de lui donner un volume plus grand que celui du courant aux époques de sa plus grande abondance; puis l'adapter à la fontaine de telle façon, que l'eau de celle-ci soit forcée d'y entrer tout entière. Pour cela, il est nécessaire de placer cette conduite au-dessous de la source même, afin qu'elle reçoive toute la veine liquide; et la dioptre[*] nous fournit pour cela le moyen de déterminer le point convenable. La quantité du courant deviendra alors évidente, par sa hauteur à l'embouchure de la conduite. Soit 3 doigts cette hauteur, et 6 doigts la largeur de l'embouchure. Puisque 3 fois 6 font 18, nous voyons que la section de la veine a pour mesure 18 doigts.

Mais on doit bien comprendre qu'il ne suffit pas, pour connaître complétement le produit cherché de la source, de déterminer la section de la veine. Il faut avoir, en outre, sa vitesse : car, plus l'écoulement est rapide, plus la fontaine fournira d'eau; et plus il est lent, moins il y aura de produit. C'est pourquoi, après avoir creusé un réservoir sous le courant, il faut examiner, au moyen d'un cadran solaire, combien il y entre d'eau en une heure, et de là déduire la quantité d'eau fournie en un jour; et, de cette manière, on n'a pas besoin de mesurer la section de la veine : la mesure seule du temps suffira pour nous rendre évident le produit de la source. En effet,

[1] Mot à mot *généreuses*.

ἰσημερινῶν ἐσͳὶ χρόνων τ̅ξ̅, ὡρῶν δὲ κ̅δ̅, ἑκάσͳη ὥρα ἰσημερίας χρόνος ι̅ε̅ περιέξει, πλείους μὲν ὁτὲ, ὁτὲ δὲ καὶ[1] ἐλάσσονας ἡ καιρικὴ. Καὶ ἐπεὶ, χειμῶνος μὲν ὄντος, ἐπὶ πλέον ἡ ῥύσις γίνεται, θέρους δὲ ἐπ' ἔλατͳον, ἐὰν δὴ[2] αὖ τῆς[3] τυχούσης ὥρας τὸ ἐν τῇ τάφρῳ καταῤῥέον ὕδωρ κ̅ τυχὸν σͳοχασώμεθα κάδων, τετρακοσίων ἄρα καὶ ϖ̅[4] τὴν τῆς πηγῆς χωρηγίαν διὰ τοῦ νυχθημέρου ἀποφανούμεθα.

[1] πλ. δὲ ὅτε καὶ. — [2] δὲ. — [3] αὐτῆς. — [4] καὶ κ̅.

Κεφ. ια'.

Ἐπεὶ οὖν τὰς ἐν τῇ γῇ ἐπαγγελθεῖσας διοπͳρικὰς ἀνωτέρω διεξήλθομεν χρείας, δι' εὐχρησͳίαν[1] τῆς τοιαύτης διόπͳρας ἱκανοὶ ἐσόμεθα καὶ ἐπὶ τὴν[2] γῆν τῶν οὐρανίων ἀναχθῆναι θεωρίαν, ἡλίου τε μέγεθος καὶ σελήνης δι' αὐτῆς διακρίνοντες, τά τε ἀπ' ἀλλήλων τῶν ἀσͳέρων διασͳήματα, ἀπλανῶν τε[3] πρὸς ἀπλανεῖς καὶ πλανήτας ἐπισκέπͳεσθαι[4], καὶ πλανητῶν πρὸς πλανομένους καὶ ἀπλανεῖς. Ἐκ γὰρ τῆς ἐν τῷ τυμπάνῳ καταγραφῆς τῶν τ̅ξ̅ μοιρῶν καὶ τῶν μεταξὺ ἐγχαρασσομένων[5] λεπͳῶν τὰ ζητούμενα μεγέθη συνορᾷν δυνησόμεθα. Ὅταν οὖν βουλώμεθα[6] δύο ἀσͳέρων τὴν μεταξὺ διάσͳασιν ἐπισκέψασθαι πόσων ὑπάρχει μοιρῶν, παρεγκλινοῦμεν τὸ πρὸς ἡμᾶς μέρος τοῦ τυμπάνου, πρὸς ὕψος τὸ ἕτερον ἀνανεύοντες, ἄχρις ἂν διὰ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου ἀμφοτέρων τῶν ἀσͳέρων θέσεις ἐπισκεψώμεθα[7]· καὶ ἀκινήτων πάντων τῶν ἐν τῇ διόπͳρᾳ μενόντων, περισͳρέψομεν [τὸν] ἐπὶ τῷ τυμπάνῳ κανόνα, ἕως ἕνα

[1] εὐχαρισͳείαν. — [2] τὴν ⊕. — [3] ἀπλανῶντες. — [4] ἐπισκέπεσθαι. — [5] ἐγχωρουμένων. — [6] βουλόμεθα. — [7] ἐπισκεψάμεθα.

chaque journée complète, composée du jour et de la nuit, comprenant 360 temps équinoxiaux qui font en tout 24 heures équinoxiales, chacune de celles-ci comprendra 15 temps, tandis que l'heure temporaire en comprendra tantôt plus tantôt moins, suivant la saison. Mais, comme d'un autre côté l'écoulement est plus abondant pendant l'hiver et qu'il l'est moins pendant l'été, si nous observons, abstraction faite de la saison, combien il passe d'eau dans le bassin pendant une heure temporaire, soit par exemple 20 muids, en multipliant par 24, ce qui donnera ici 480, nous aurons le produit moyen de la fontaine pendant un jour quelconque de l'année.

§ XI[1].

Après avoir passé en revue, dans ce qui précède, les divers usages que la dioptre peut avoir sur la surface du globe, tels que nous les avons annoncés, nous sommes tout prêts, établis sur cette même surface, à effectuer, grâce à l'emploi du même instrument, l'observation des phénomènes célestes, appréciant par son moyen les grandeurs du soleil et de la lune, évaluant les distances mutuelles des astres, soit des étoiles fixes entre elles, ou des planètes entre elles, ou des fixes par rapport aux planètes. Nous pourrons en effet obtenir les grandeurs cherchées au moyen de la division du plateau en 360 degrés, et des divisions intermédiaires plus petites. Lors donc que nous voudrons évaluer en degrés la distance comprise entre deux astres, nous inclinerons la partie du plateau qui est de notre côté, en portant en haut la partie opposée, jusqu'à ce que nous apercevions dans le même plan les deux astres à la fois. Alors, tout restant fixe dans la dioptre, nous ferons tourner la règle qui est sur le plateau, jusqu'à ce que nous apercevions l'un des astres au travers

[1] Voy. Héron d'Alexandrie, § XXXII.

τῶν ἀσῖέρων διὰ τῶν δύο ὀπῶν Θεασώμεθα. Καὶ σημειωσάμενοι[1] τὴν μοῖραν ἢ τὸ λεπῖὸν, καθ' ὃν ἂν τόπον τὸ μοιρογνωμόνιον ὑπάρχῃ[2], ϖερισῖρέψομεν αὖθις τὸν κανόνα, ἄχρις ἂν διὰ τῶν δύο ὀπῶν καὶ τὸν ἕτερον ἐπισκεψώμεθα, τὴν κατὰ τὸ μοιρογνωμόνιον ὁμοίως σημειούμενοι μοῖραν· καὶ μετρήσαντες ἐπὶ τοῦ τυμπάνου τὰς μεταξὺ τῶν σημείων μοίρας, τὰ ἀπ' ἀλλήλων τῶν ἀσῖέρων ἀποφανούμεθα διασῖήματα.

Διοπῖεύσαντες δὲ κατά τινα τόπον τοῦ ζωδιακοῦ ἕνα τῶν ἀσῖέρων, εἰ μὲν κατὰ τὸ μῆκος ἐπὶ τὰ ϖροηγούμενα[3], ὡς ἀπ' ἀνατολῶν ἐπὶ δυσμὰς, τὸν ἐν τῷ τυμπάνῳ κανόνα ϖερισῖρέφοντες, τοῦτον [ἐπὶ τὰ δεξιὰ] διοπῖεύομεν· εἰ δὲ ϖρὸς τὰ ἑπόμενα, ὡς ἀπὸ δύσεως ἐπὶ τὸ μεσουράνημα, ἢ τὸν ὡρόσκοπον, ἐπὶ τὰ εὐώνυμα. Ἡγούμενα δὲ καλεῖται ζώδια τὰ ἀπὸ Κριοῦ ἐπὶ Ἰχθύας, Ὑδροχόον, [Αἰγόκερων,] Τοξότην τε καὶ τὰ ἑξῆς· ἑπόμενα δὲ, τὰ ἀπὸ Κριοῦ ἐπὶ Ταῦρον, Διδύμους, Καρκῖνόν τε καὶ τὰ λοιπά.

Καὶ εἰ μὲν κατὰ μῆκος τοῦ ζωδιακοῦ τὴν ἀπόσῖασιν ἐπισκεπῖόμεθα, οὐχ ὡς[4] ἔτυχεν διοπῖεύσομεν, ἀλλ' ἐπὶ ἰσημερινῆς[5] γραμμῆς ϖαράλληλον[6] τὴν διόπῖραν ἰσῖῶντες[7]· εἰ δὲ κατὰ ϖλάτος τὴν ζήτησιν ϖοιούμεθα, ὡς ἀπὸ βορρᾶ ἐπὶ νότον ἢ ἀνάπαλιν[8], ἐπὶ μεσημβρινῆς[9]. Αὗται δὲ αἱ γραμμαὶ ἐν τῷ ἀξιαγάσῖῳ βασιλικῷ ϖρὸς νότον ϖαρακυπῖηρίῳ τοῦ Βουκολέοντος[10] ὑφ' ἡμῶν ἐγχαραχθεῖσαι ἐπὶ τῶν ϖρασινῶν ἔκκεινται κοσμηταρίων· τὴν δὲ τούτων εὕρεσιν ἐν τῇ Θέσει τῶν ἡλιακῶν ἀνεγράψαμεν ὡροσκοπείων[11].

Ὅταν οὖν βουλώμεθα, ἐπὶ τοῦ διορίζοντος τὸ ὑπὲρ γῆν ἡμισφαίριον, ϖρὸς ἀνατολὰς ἢ δυσμὰς, αἰσθητῶς τά τε τροπικὰ καὶ ἰσημερινὰ καὶ τὰ μεταξὺ μηνιαῖα λήψεσθαι σημεῖα, ϖρὸς

[1] σειμειωσ. — [2] ὑπάρχει. — [3] ϖροϊγούμενα. — [4] οὐκ ὡς. — [5] ἐπὶ μεσημβρινῆς. — [6] ϖαραλλήλων. — [7] Fort. ἰσῖάντες. — [8] ἂν ἄπαλιν. — [9] ἐπὶ ἰσημερινῆς. — [10] τοῖς βουκ. — [11] ὡροσκοπίων.

des deux pinnules. Puis, après avoir noté le degré et la minute marqués par l'*index*, nous ferons de nouveau tourner la règle jusqu'à ce que nous apercevions le second astre au travers des pinnules, ayant également soin de noter le degré marqué par l'*index*. Calculant alors le nombre des degrés compris entre les deux points indiqués, nous connaîtrons la distance des deux astres.

Il faut prendre garde que, quand on observe un astre en un certain lieu du zodiaque, pour avoir sa longitude par exemple, en la rapportant aux astres antérieurs, c'est-à-dire en allant du levant au couchant, c'est vers la droite qu'il faut conduire la règle; mais, si l'on veut rapporter la longitude aux astres postérieurs, c'est-à-dire en allant du couchant au levant ou au méridien, c'est vers la gauche qu'il faut marcher. Or on appelle signes antérieurs ceux qui vont du Bélier aux Poissons, des Poissons au Verseau, [au Capricorne,] au Sagittaire, et ainsi de suite. Au contraire, on nomme postérieurs les signes qui vont du Bélier au Taureau, aux Gémeaux, au Cancer, et ainsi des autres.

De plus, si c'est en longitude et suivant le zodiaque que nous cherchons une distance, il ne faut pas placer la dioptre au hasard, mais l'établir parallèlement à l'équateur (*a*); et, si c'est la différence en latitude que nous cherchons, comme du nord au midi, il faut placer l'instrument dans le plan du méridien. Ces lignes ont été gravées par nous-même dans la salle verte du magnifique observatoire du midi du palais impérial Bucoléon (*b*). Nous avons indiqué leur construction dans notre Méthode pour tracer les cadrans solaires.

Lors donc que nous voudrons fixer clairement, sur le cercle horizontal qui sert de base à l'hémisphère supérieur de la terre, les points où se lève, où se couche le soleil, soit aux tropiques ou aux équinoxes, soit aux points intermédiaires qui limitent ἰσημερινὴν γραμμὴν τὴν διόπ7ραν ἰσ7ῶντες[1] παράλληλον, τὸν κανόνα διϊθύνομεν, καὶ διὰ τῶν δύο ὀπῶν πρὸς ἀνατολήν τε καὶ δύσιν ἐπ' εὐθείας διοπ7εύοντες, ταῦτα ἐπὶ τοῦ[2] καθ' ἡμᾶς ὁρίζοντος[3] τεκμαιρόμεθα· ἔνθα ὁ ἥλιος, ἐπὶ τὴν πρώτην τοῦ Κριοῦ ἢ τοῦ Ζυγοῦ ὅταν παραγένηται μοῖραν, ἐαρινάς τε καὶ μεσοπωρινὰς ἰσημερίας ποιεῖται. Καὶ ἐπεὶ παράλληλον τῷ ὁρίζοντι τὸ τύμπανον παρατίθεται[4], ἀριθμήσαντες ἀπὸ τῆς θέσεως τοῦ μοιρογνωμονίου ἐπὶ τὰ βόρεια μοίρας $\overline{\lambda\beta}$, καὶ πρὸς αὐτὰς τὸν κανόνα ἰθύναντες, τὰ θερινὰ τροπικὰ ληψόμεθα· ἐκεῖ γὰρ ὁ ἥλιος, ἐπὶ τὴν πρώτην τοῦ Καρκίνου γινόμενος μοῖραν[5], θερινὰς ποιεῖται τροπάς. Τὰ δὲ μεταξὺ μηνιαῖα σημεῖα ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ διὰ δεκαὲξ καὶ $\overline{\kappa\eta}$ ληψόμεθα μοιρῶν, καὶ ἀνάπαλιν ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ ἐπὶ τὰ νότια τὰς αὐτὰς μοίρας ἀριθμοῦντες, καὶ πρὸς αὐτὰς τὸν κανόνα παράγοντες, τά τε χειμερινὰ τροπικὰ καὶ τὰ μεταξὺ μηνιαῖα καθορᾷν δυνησόμεθα. Καὶ ἐκεῖ[6] διὰ τῶν $\overline{\rho\pi}$ τοῦ ἡμικυκλίου μοιρῶν τὰ κατὰ διάμετρον[7] ζώδια ἐπὶ τοῦ ὁρίζοντος ἀνατέλλει τε καὶ δύνει· Καρκίνου γὰρ ἀνατέλλοντος Αἰγόκερως[8] δύνει, Ὑδροχόου δὲ δύνοντος ἀνατέλλει[9] Λέων.

Ἐβουλήθην[10] σκοπῆσαι πόσας μοίρας ἀφέσ7ηκεν ἐπὶ τὰ ἡγούμενα τῶν ζωδίων ὁ Λαμπρὸς τῶν Ὑάδων, ὁ καὶ Λαμπαύρας, τοῦ ἐπὶ τῆς Καρδίας τοῦ Λέοντος, καλουμένου δὴ[11] Βασιλισκοῦ. Καὶ περὶ δευτέραν ὥραν νυκτερινὴν πρὸς ἀνατολὰς διοπ7εύσας,

[1] Fort. ἰσ7άντες. — [2] ταῦτα τοῦ ἐπὶ. — [3] ὁριζοντός τε. — [4] παρατέθ. — [5] μοίρας. — [6] ἐπεὶ. — [7] διάμετρα. — [8] Αἰγόκερος. — [9] ἀνατέλει. — [10] ἐβουλήθη. — [11] δὲ.

DE LA GÉODÉSIE d'Héron de Byzance.

les divers signes du zodiaque, nous commencerons par établir la dioptre à l'équateur, et nous y appliquerons la règle; puis, visant au travers des pinnules vers l'orient et vers l'occident, nous marquerons sur notre horizon les points ainsi déterminés; ce sont ceux qui fixent les époques des équinoxes de printemps et d'automne, époque où le soleil, en y parvenant, entre ainsi dans le signe du Bélier ou dans celui de la Balance. Alors, le plateau étant supposé placé parallèlement à l'horizon, si nous comptons 32° vers le nord (*c*) en partant des deux points désignés, et que nous y dirigions la règle, nous aurons les points où le soleil se lève et se couche à l'époque du solstice d'été: car c'est à partir de là que le soleil commence à rétrograder, en entrant alors dans le signe du Cancer dont le point initial détermine le tropique d'été. Quant aux levers et couchers qui correspondent aux époques intermédiaires de mois en mois, nous en fixerons le lieu en mesurant 16 et 28 degrés (*d*) à partir des points équinoxiaux. Revenant alors à ces mêmes points, nous compterons les mêmes nombres respectifs de degrés en allant vers le midi; puis, y dirigeant la règle, nous déterminerons ainsi le lever et le coucher qui correspondent au solstice d'hiver, et ceux des époques intermédiaires de mois en mois. Ces points sont aussi, pris deux à deux à 180° de distance mutuelle sur le cercle horizontal, ceux où les signes diamétralement opposés se lèvent et se couchent : c'est-à-dire, par exemple, que, quand le Cancer se lève, le Capricorne se couche; quand le Verseau se couche, le Lion se lève; et ainsi de suite.

J'ai voulu voir de combien de degrés, en comptant dans le sens des signes antérieurs du zodiaque, l'étoile dite la *Brillante des Hyades,* nommée aussi *Lampauras* [ou *Aldébaran*] (*e*), était distante de l'étoile nommée *Régulus* ou *Cœur du Lion.* Ayant donc visé du côté de l'Orient vers deux heures de la nuit, puis ayant καὶ, ὡς ἐκφάνη, τὸν ἐπὶ τῆς Καρδίας τοῦ Λέοντος λαβὼν, ἐσημειωσάμην τὴν μοῖραν ἐπὶ τοῦ τυμπάνου καθ' ἣν τὸ μοιρογνωμόνιον ὑπῆρχε· καὶ περιστρέψας ἐπὶ τὰ ἡγούμενα τὸν κανόνα, διώπλευσα ἐπὶ τοῦ Ταύρου τὸν Λαμπαύραν, τὴν πρὸς αὐτὸν μοῖραν ὁμοίως σημειωσάμενος· καὶ μέτρησας ἐπὶ τοῦ τυμπάνου τὰς μεταξὺ τῶν σημείων μοίρας, εὗρον π̅ ἔγγιστα· ὅσας καὶ οἱ ἀστέρες ἀμφότεροι ἀπ' ἀλλήλων ἀπέχουσιν. Ὁ γὰρ Βασιλίσκος, σὺν τῷ ἐπικινήματι τῶν ἀπὸ τοῦ Πτολεμαίου χρόνων, ι̅∠ μοίρας ἐπὶ τοῦ Λέοντος νῦν εὑρίσκεται ἐπέχων· καὶ ὁ Λαμπρὸς τῶν Ὑάδων ἐπὶ τοῦ Ταύρου κ̅ β''. Ἀριθμήσας δὲ τὰς ι̅∠ τοῦ Λέοντος ἐπὶ τὰ ἡγούμενα, Καρκίνου τε καὶ Διδύμων ἀνὰ λ̅, καὶ ἐπὶ τοῦ Ταύρου θ̅ γ', τὰς αὐτὰς π̅ εὗρον· ὡσαύτως δὲ ἐπὶ τὰ ἑπόμενα, ὡς ἀπὸ τοῦ Ταύρου ἐπὶ τὸν Λέοντα.

Πάλιν δὲ περὶ τὸ μεσονύκτιον διοπλεύσας ἀπὸ τοῦ ἐπὶ τῆς Καρδίας τοῦ Λέοντος, ἐπὶ τὰ ἑπόμενα, τὸν Ἀρκτοῦρον τὸν καὶ Βοώτην καλούμενον, ἐπὶ τοῦ Ζυγοῦ [1], βορειότερον δὴ [2] ὄντα τοῦ ἰσημερινοῦ μοίρας λ̅ καὶ μίαν, ἐσημειωσάμην, καὶ εὗρον διὰ μέσου μοίρας ν̅δ̅ ἔγγιστα· ὅσας [3] καὶ ὁ Ἀρκτοῦρος ἐπὶ τὰ ἑπόμενα τοῦ Βασιλίσκου ἀπέχει. Ὁ γὰρ Ἀρκτοῦρος νῦν ε̅ μοῖραν τοῦ Ζυγοῦ, σὺν τῷ ἐπικινήματι, ἐπέχει [4]· καὶ εἰσὶ τοῦ μὲν Λέοντος ἐπὶ τὰ ἑπόμενα, ι̅θ̅∠, τῆς Παρθένου λ̅, καὶ ε̅ τοῦ Ζυγοῦ· ὅσαι [5] καὶ ἐν τῷ τυμπάνῳ ἔγγιστα ἠρίθμηνται.

Ὁ αὐτὸς ἄρα τρόπος καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ἀπλανῶν τοῦ πρώτου καὶ δευτέρου μεγέθους ὄντων, καὶ ἐπὶ τῶν ε̅ πλανητῶν ἀεὶ γινέσθω. Τὴν δὲ τῆς σελήνης ἀπόστασιν, οὐ μόνον πρὸς πλανήτας καὶ τοὺς τῶν ἀπλανῶν ἐκφανεῖς, τοὺς ὁμοίαν πρὸς αὐτὴν κεκτημένους ἢ ἐναντίαν κρᾶσιν ἐπισκοπεῖν χρὴ, ἀλλὰ καὶ

[1] Ζυγιοῦ. — [2] δὲ. — [3] ὅσα. — [4] ἀπέχει. — [5] ὅσα.

pris la position de Régulus dès qu'il apparut, je notai le degré correspondant tel que l'index de la règle le déterminait sur le plateau. Puis, ayant fait tourner la règle du côté des signes antérieurs, je visai également l'étoile Lampauras dans le signe du Taureau, et je notai de la même manière le degré correspondant. Alors, ayant mesuré sur le plateau le nombre de degrés compris entre les deux points, j'ai trouvé 80 à peu près : c'est la distance qui sépare les deux astres. En effet, en tenant compte du mouvement propre qui s'est effectué depuis les temps de Ptolémée, Régulus est maintenant à $10^\circ \frac{1}{2}$ dans le signe du Lion, et la Brillante des Hyades est à $20^\circ \frac{2}{3}$ dans le signe du Taureau. Ajoutant ensemble $10^\circ \frac{1}{2}$ du Lion dans le sens des signes antérieurs, 30° pour chacun des deux signes du Cancer et des Gémeaux, et enfin $9^\circ \frac{1}{3}$ de degré compris dans le Taureau, cela fait également 80. Ce serait la même chose, si l'on comptait dans le sens des signes postérieurs en allant du Taureau au Lion.

Une autre fois, vers minuit, j'ai observé, dans le sens des signes rétrogrades, la distance qui sépare le *Cœur du Lion* de l'étoile *Arcturus*, nommée aussi le *Bouvier*, qui se trouve dans le signe de la Balance, à 31 degrés au nord de l'équateur (*f*); et j'ai trouvé 54° environ : telle est la distance qui sépare Arcturus de Régulus, dans le sens des signes rétrogrades. Et en effet, Arcturus, en tenant compte du mouvement propre, occupe aujourd'hui le 5^e^ degré de la Balance; or nous avons $19^\circ \frac{1}{2}$ pour le Lion, 30 pour la Vierge et 5 pour la Balance; c'est bien à peu près ce que j'avais compté sur le plateau.

On s'y prendrait de la même manière pour toutes les étoiles fixes de première et de deuxième grandeur, ainsi que pour les cinq planètes. Quant à la lune, il faut observer ses distances, non-seulement par rapport aux planètes et aux étoiles fixes remarquables, soit qu'elles exercent une influence semblable ou ϖρὸς τὰ νεφελοειδῆ λεγόμενα συστήματα, οἷον ϖερὶ τὴν Φάτνην, ἢ τὸν Πλόκαμον, ἢ τὰς ἐπὶ τοῦ διχοτμήματος τοῦ Ταύρου, Πλειάδας[1] καλουμένας, ἢ τὰς ἐπὶ τῶν Κεράτων διὰ τὸ σχῆμα τοῦ Υ στοιχείου Ὑάδας καὶ ὑετῶν καὶ ὄμβρων[2] ϖαρακτικούς[3]. Ἐπιτηρεῖν δὲ χρὴ μάλιστα τὴν σελήνην, καὶ ϖερὶ ἃς ϖοιεῖται ϖρὸς τὸν ἥλιον φάσεις $\overline{\zeta}$, ἢ[4] συνεγγίζει τούτων, ἢ μοιρικῶς[5] ϖρὸς αὐτὴν οἱ ἀστέρες σχηματίζονται, ἢ συνοδικὰς[6] φάσεις ϖρὸς ἥλιον ϖοιοῦνται. Ταῦτα οὖν οἱ ϖερὶ τὴν διοπτρείαν[7] καὶ τὰ φαινόμενα ἐπεσκεμμένοι, τὰς δὲ ἐποχὰς ἐκ τοῦ ϖροχείρου λαμβάνοντες[8] κανόνος, οὐ μόνον τὰ τῶν ἀστέρων ἀποφανοῦνται διαστήματα, ἀλλὰ καὶ ἀέρων καταστήματα καὶ ἀνωμαλίας, δυσκρασίας τε καὶ εὐκρασίας, διὰ τῶν κατ' ἔτος γινομένων ἐπισημασιῶν τῶν ἀστέρων συνέντες, ϖρογνώσονται.

[1] ϖλιάδας. — [2] ὀμαρῶν. — [3] ϖερατίους. — [4] εἰ. — [5] μοιρικῶν. — [6] οἱ συνοδ. — [7] διοπτρίαν. — [8] λαμβάνοντος.

(*a*) (P. 394-395.) Outre que l'auteur, dans ce passage, devrait dire *écliptique* au lieu de *zodiaque*, et enseigner à fixer le plateau de la dioptre dans le plan de l'écliptique, il est évident qu'il a mis les mots ἰσημερινῆς et μεσημβρινῆς à la place l'un de l'autre, d'où la nécessité de la double correction que nous avons faite au texte et suivie dans la traduction.

Mais il y a ici des erreurs plus graves : « Il est bien vrai (dit M. H. Martin[1]) que la dioptre, mise dans le plan du méridien, peut servir à trouver « les différences d'ascension droite des étoiles, par les différences des temps « de leurs culminations; mais on trouve ainsi des différences d'*ascension* « *droite* et *non de longitude;* et on ne les trouve pas par le seul procédé que « notre auteur indique, c'est-à-dire par la mesure directe des distances an« gulaires des étoiles. » Quant aux étoiles situées dans le plan du méridien, en mesurant leurs distances angulaires, on obtient leurs différences de *déclinaison;* mais on n'obtient « immédiatement les différences de *latitude* que « pour les étoiles situées sur le colure des solstices. De même, en mettant « la dioptre dans le plan de l'équateur, et en mesurant les distances angulaires « des étoiles dans ce plan, on trouverait leurs différences d'ascension droite,

[1] *Recherches sur la vie et les ouvrages d'Héron d'Alexandrie,* p. 316.

DE LA GÉODÉSIE d'Héron de Byzance.

contraire à la sienne, mais encore par rapport aux systèmes nommés nébuleux, tels que la Crèche, la Chevelure, ou les étoiles nommées *Pléiades,* qui se trouvent à la bifurcation du Taureau, ou à celles qui, placées au milieu des Cornes, sont nommées *Hyades* à cause de leur ressemblance avec la lettre Y, les mêmes qui produisent les pluies et les orages. Il faut surtout observer la lune, soit aux époques des sept phases (*g*) qu'elle peut présenter par rapport au soleil, soit seulement lorsqu'elle en approche, soit quand certains astres forment avec elle quelque portion de figure régulière ou entrent en conjonction avec le soleil. Ceux donc qui, possédant l'art de la dioptre, sauront observer les phénomènes et juger par des règles sûres et faciles de l'état du ciel à chaque instant, pourront, non-seulement reconnaître les distances des astres, mais encore la constitution et les variations de l'atmosphère, ses dispositions favorables ou défavorables; et ils seront habiles à pronostiquer chaque année les circonstances présagées par le cours des astres.

« mais non leurs différences de longitude. Ainsi notre auteur paraît avoir con-« fondu, de même que les anciens astrologues[1], les *ascensions droites* avec les *as-« censions obliques*, et avoir confondu aussi les *déclinaisons* avec les *latitudes*. »

(*b*) (P. 394-395.) « Le palais nommé *ὁ βουκολέων*, ou bien *τὸ τοῦ βουκο-« λέοντος παλάτιον*, bâti par Théodose le Jeune, était une dépendance du « grand palais impérial de Constantinople, situé près de l'hippodrome. Il y « avait aussi près de là un quartier et un port qui portaient le même nom : « ce nom était primitivement celui du lieu où ce quartier, ce port et ce « palais, avaient été construits. Le nom de Bucoléon, dans ce passage, suf-« firait seul pour indiquer qu'il s'agit de la capitale de l'empire byzantin. »

(Note extraite du Mémoire de M. H. Martin, p. 309.)

Peut-être, au lieu de rendre le mot *παρακυπτήριον* par *observatoire*, faudrait-il mettre simplement *donjon*, *balcon*, c'est-à-dire généralement lieu élevé

[1] Voy. Sextus Empiricus, *Adv. mathem.* V, 24 et 25, p. 342 de Fabric.; V, 77, p. 350; et V, 83, p. 351.

DE LA GÉODÉSIE d'Héron de Byzance.

d'où l'on peut observer et découvrir ce qui se passe aux alentours, sans être spécialement destiné à des observations astronomiques.

Quant au mot *κοσμητάριον*, il est rendu par *architrave* dans le lexique de la basse grécité de du Cange; mais l'architrave est peu propre à recevoir le tracé des lignes méridienne et équinoxiale : passe pour un *plafond*, un *parquet*. C'est donc à peu près à l'aventure que j'ai rendu le mot grec par celui de *salle*. Au reste, en voyant le mot *πρασινῶν*, qu'il faut peut-être écrire Πρασίνων, il est difficile de ne pas songer à la *Faction verte* du cirque : peut-être s'agit-il ici du lieu où elle s'assemblait.

(*c*) (P. 396-397.) Pour savoir à quelle latitude convient cette amplitude ortive, il faut d'abord fixer l'époque de l'auteur. Or on verra plus loin qu'il mentionne des longitudes d'étoiles qu'évidemment il n'a pas observées lui-même, et qu'il n'a pu que déduire du catalogue de Ptolémée, en ajoutant un degré par siècle pour la variation du point équinoxial, parce que telle est la valeur que Ptolémée attribuait à cet élément. Les nombres qu'il donne pour ces longitudes, ainsi interprétés comme ils doivent l'être, prouvent que l'auteur, au lieu de vivre au commencement du VII^e siècle, comme Letronne prétend l'établir dans ses *Recherches sur le système métrique égyptien*[1], vivait en réalité au X^e (huit siècles après Ptolémée), et vraisemblablement entre les années 933 et 943 de notre ère, ainsi que M. H. Martin l'établit dans son Mémoire (p. 275). Cela posé, en prenant pour données les 32° d'amplitude ortive du point solsticial, et 23° 34′ pour l'obliquité de l'écliptique, telle qu'elle devait être à l'époque de l'auteur[2], il faut résoudre un triangle sphérique rectangle dont l'hypoténuse est un arc de grand cercle égal au complément des 23° 34′ de l'obliquité de l'écliptique, et dont les côtés de l'angle droit sont : 1° un arc de l'horizon égal au complément des 32° de l'amplitude ortive du point solsticial, et 2° la hauteur du pôle, égale à la latitude cherchée. On trouve ainsi pour cette latitude[3] : 41° 1′ 12″ (H. Martin 11″). Or la latitude de Constantinople est de 41° 1′ 27″. La différence [15″] (H. Martin 16″) est, comme on le voit, à peine appréciable. Et de plus, si l'on veut connaître au juste l'amplitude ortive des points solsticiaux à Constantinople, pour l'époque de la rédaction de la Géodésie, il n'y a qu'à renverser le calcul[4]:

[1] P. 33. — [2] En supposant une diminution d'environ 48″ par siècle.

[3] log. sin. 23° 34′	= 9,60186	[4] log. sin. 23° 34′	= 9,60186
log. sin. 32°	= 9,72421	log. cos. 41° 1′ 27″	= 9,87762
log. cos. 41° 1′ 12″	= 9,87765	log. sin. 32° 0′ 9″	= 9,72424

et l'on trouvera ainsi 32° 0′ 9″ (différence 9″). « Ce qui étonne au premier « abord, dit M. H. Martin (p. 313), c'est que l'auteur ait pu approcher « autant de l'exactitude; mais le fait s'explique : il a donné un nombre rond, « et ce nombre rond s'est trouvé exact à 9″ près. »

Barocci, en plaçant le lieu de l'observation à 35° de latitude [1], a encore commis ici une erreur qu'il est facile de reconnaître *a priori*. En effet, « l'am- « plitude ortive des points solsticiaux croît avec la latitude, depuis l'équa- « teur terrestre, où elle est égale à l'obliquité de l'écliptique, jusqu'au cercle « polaire, où elle est de 90°. Ptolémée calcule que... pour le parallèle de « 36° passant par Rhodes, cette amplitude doit être de 30°. Le parallèle où « cette amplitude est de 32° est donc au nord de Rhodes, et non au midi, « comme Barocci le prétend. »

(Comp. H. Martin : *Recherches*, *etc.* p. 311.)

(*d*) (P. 396-397.) Pour calculer ces deux amplitudes ortives, « il faut [2] « chercher d'abord les déclinaisons correspondantes du soleil. Puisque l'auteur « n'établit ici aucune distinction entre les quatre quarts de l'année, c'est qu'il « néglige l'anomalie du mouvement apparent du soleil dans l'écliptique : nous « pouvons faire comme lui, sans qu'il en résulte une erreur sensible sur les « déclinaisons du soleil. Prenons donc 30° et 60° comme valeurs approxima- « tives des distances en longitude du soleil au point équinoxial, un mois et « deux mois avant ou après l'équinoxe, et prenons toujours 23° 34′ pour l'o- « bliquité de l'écliptique. Pour trouver les déclinaisons correspondantes, il « faut résoudre un triangle sphérique rectangle, dont on fera l'hypoténuse « d'abord de 30° et ensuite de 60°, et dont un angle sera de 23° 34′, valeur « de l'obliquité de l'écliptique en 938. Le côté opposé à cet angle est la décli- « naison cherchée, qu'on trouve de 11° 31′ 53″ (H. Martin 54″) à un mois « et de 20° 15′ 30″ (H. Martin 29″) à deux mois de l'équinoxe [3]. Mainte- « nant, pour trouver l'amplitude ortive du soleil dans ces deux positions [à « Constantinople, vers l'an 938], il faut procéder comme ci-dessus (p. 402, « note 2) pour l'amplitude ortive du soleil aux solstices, à cette seule diffé- « rence près, que la déclinaison du soleil doit ici remplacer l'obliquité de

[1] *Géodésie*, fol. 72 et 73, note *g*.

[2] H. Martin : *Recherches sur la vie et les ouvrages d'Héron d'Alexandrie*, p. 313, n. 3.

[3]

log. sin. 23° 34′	= 9,60186	log. sin. 23° 34′	= 9,60186
log. sin. 30°	= 9,69897	log. sin. 60°	= 9,93753
log. sin. 11° 31′ 53″	= 9,30083	log. sin. 20° 15′ 30″	= 9,53939

« l'écliptique[1]. » On trouve ainsi 15° 21′ 57″ au lieu de 16°, et 27° 19′ 10″ au lieu de 28°. « L'erreur est de 38′ 3″ sur l'une de ces deux amplitudes « ortives, et de 40′ 50″ sur l'autre. Ainsi 15° et 27° auraient été des nombres « ronds plus approximatifs que 16° et 28°; mais, pour que l'auteur ait dû « préférer les deux nombres ronds qu'il a donnés, il suffit qu'il se soit trompé « de 9′ dans une de ces observations et de 11′ dans l'autre. Sur l'ensemble des « trois amplitudes ortives exprimées en nombres ronds, l'erreur moyenne « n'est que de 26′ 15″ en plus. On ne pouvait guère attendre plus d'exac- « titude de la part d'un observateur byzantin du xe siècle. C'est donc bien « à Constantinople que ces trois valeurs approximatives conviennent. »

(Comp. H. Martin : *Recherches*, *etc.* p. 314.)

(*e*) (P. 396-397.) Régulus est presque sur l'écliptique; mais Aldébaran est à 5° 30′, et Arcturus à 30° 57′ de ce cercle. La dioptre que, de son propre aveu, l'auteur employait, était insuffisante pour lui permettre d'apprécier les longitudes de ces étoiles, et ne pouvait lui en donner immédiatement que les distances angulaires. « L'auteur aurait pu, dit M. H. Martin (p. 317), avec « sa dioptre fixée dans le plan du méridien, et en s'aidant d'une horloge hy- « draulique, prendre successivement l'ascension droite et la déclinaison de « chacune d'elles, puis en conclure par le calcul trigonométrique la longitude « de chacune et par conséquent leurs différences de longitude. Mais il a eu « tort de se vanter, comme il le fait expressément, d'avoir observé directe- « ment ces différences avec la dioptre[2]. . . . . Il a pris dans le Catalogue de « Ptolémée les longitudes inexactes de ces étoiles, et il en a conclu les lon- « gitudes de ces mêmes étoiles pour son temps, en comptant faussement un « degré seulement par siècle pour la précession des équinoxes[3]; d'où il ré- « sulte que les longitudes assignées par lui à ces trois étoiles, pour son époque, « sont celles qu'elles avaient un peu plus de trois siècles auparavant. Quant « aux différences de longitude de ces trois mêmes étoiles, le Catalogue de « Ptolémée les lui donnait immédiatement : c'est là qu'il a pris ces différences,

[1] log. sin. 11° 31′ 53″ = 9,30083
log. cos. 41° 1′ 27″ = 9,87762
log. sin. 15° 21′ 57″ = 9,42321

log. sin. 20° 15′ 30″ = 9,53939
log. cos. 41° 1′ 27″ = 9,87762
log. sin. 27° 19′ 10″ = 9,66177

[2] A la rigueur, cependant, il l'eût pu en plaçant la dioptre dans le plan de l'écliptique, pourvu que les pinnules de son alidade eussent été suffisamment hautes, et les fentes de ces pinnules suffisamment longues; mais ces conditions paraissent peu compatibles avec l'existence des ἀγγεῖα.

[3] Voy. ci-dessus, note *c*.

« et ce n'est pas avec une dioptre qu'il aurait pu les observer, comme il pré-« tend l'avoir fait. »

(H. Martin, *Recherches, etc.* p. 318.)

(*f*) (P. 398-399.) « Où l'auteur a-t-il pris cette déclinaison d'Arcturus, qui « était vraie du temps d'Hipparque, mais qui ne l'était déjà plus du temps de « Ptolémée? évidemment..... dans le passage où Ptolémée [1] cite cette obser-« vation d'Hipparque. Notre auteur ignore donc ou bien oublie que la pré-« cession, qui change les longitudes des étoiles sans changer leurs latitudes, « change leurs déclinaisons : cette erreur ne doit pas nous surprendre de sa part, « puisque nous avons vu (note *a*) qu'il confondait les déclinaisons avec les la-« titudes. La déclinaison d'Arcturus était d'environ 31° du temps d'Hipparque, « parce que cette étoile, dont la latitude est de 30° 57′, était alors à 175° 8′ « environ de longitude. Mais, vers l'an 938, époque où notre auteur écrivait « sa Géodésie, la longitude de cette même étoile était de 189° 27′ 45″; sa la-« titude était à peu près [2] de 30° 57′, comme maintenant. L'obliquité de l'é-« cliptique était alors de 23° 34′. D'après ces données, il est aisé de calculer « la déclinaison d'Arcturus... Pour cela, il faut résoudre un triangle sphérique « dans lequel deux côtés et l'angle compris sont donnés, savoir : un côté « qui est la distance du pôle de l'écliptique à celui de l'équateur, ou 23° 34′; « un côté égal au complément de la latitude de l'étoile, ou 59° 3′; et l'angle « compris, égal à la longitude de l'étoile diminuée de 90°, ou 99° 27′ 45″ [3]. « Le 3e côté, opposé à l'angle connu, est de 65° 28′ 45″; et son complément,

[1] *Almag.* VII, III; tome II, page 19 de l'édition d'Halma.

[2] « Comme Arcturus était à 9° seulement de l'équinoxe, sa latitude n'était pas sensi-« blement affectée par la variation de l'obliquité de l'écliptique. » — H. M.

[3] En nommant α le côté cherché, β et γ les deux côtés donnés et A l'angle donné qu'ils comprennent, les formules générales de résolution sont :

$$\text{tang. } \varphi = \text{cos. A tang. } \beta \qquad \text{cos. } \alpha = \text{cos. } \beta \frac{\text{cos. } (\gamma - \varphi)}{\text{cos. } \varphi}.$$

Soit e l'obliquité de l'écliptique, Λ la longitude, λ la latitude, et d la déclinaison cherchée, on a alors :

$$\alpha = 90° - d,\ \text{A} = \Lambda - 90$$
$$\beta = e$$
$$\gamma = 90° - \lambda$$

d'où $\quad \text{cos. } \alpha = \text{sin. } d,\ \text{cos. A} = \text{sin. } \Lambda = -\text{ sin. } (\Lambda - 180),$

et les formules deviennent :

$$\text{tang. } \varphi = -\text{ tang. } e \text{ sin. } (\Lambda - 180)$$
$$\text{sin. } d = \text{cos. } e \frac{\text{sin. } (\lambda + \varphi)}{\text{cos. } \varphi}.$$

« ou la déclinaison d'Arcturus, de 24° 31′ 15″ seulement... L'erreur de l'au-
« teur est donc de près de 6° $\frac{1}{2}$ sur la déclinaison d'Arcturus telle qu'elle de-
« vait être de son temps. Ce n'est donc pas au ciel avec sa dioptre, c'est chez
« Hipparque, cité par Ptolémée, qu'il a pu voir Arcturus à 31° au nord de
« l'équateur, quand cette étoile n'était plus qu'à 24° 31′ 15″ au nord de ce
« cercle. »

(H. Martin, *Recherches, etc.* p. 318 et 319.)

(*g*) (P. 400-401.) Un passage des Θεολογούμενα τῆς ἀριθμητικῆς nous apprend ce qu'il faut entendre par les 7 *phases* de la lune. Après avoir dit que chacune des 4 phases principales étant de 7 jours, leur ensemble complète le mois lunaire, qui est de 28 jours, l'auteur ajoute qu'à ces 4 phases principales il faut ajouter les 7 formes figuratives (σχηματικαὶ μορφαί), qui sont les suivantes : μηνοειδής, διχότομος, ἀμφίκυρτος, πανσέληνος, puis une seconde fois ἀμφίκυρτος, διχότομος, μηνοειδής: c'est ce qu'on peut rendre en français par les mots : *croissant* (deux phases), *quartier* (premier et dernier), *biconvexe* (deux phases), *pleine lune.* Ces sept formes figuratives sont les 7 phases de l'auteur byzantin.

(Comp. Θεολογ. p. 45, éd. d'Ast.)

Quant aux *aspects* que les astres peuvent présenter entre eux (σχηματισμοί), il faut entendre par là les positions dans lesquelles ils comprennent entre eux des distances angulaires sous-multiples de la circonférence, de telle sorte que les distances rectilignes qui sous-tendent les arcs du grand cercle de la sphère céleste mesurés par ces distances angulaires soient les côtés de quel-

Dans ce cas particulier on a :

$$\Lambda = 189^\circ\ 27'\ 45'' \qquad e = 23^\circ\ 34'$$
$$\lambda = 30^\circ\ 57'$$

d'où
$$\varphi = -4^\circ\ 6'\ 6'' \quad | \quad \lambda + \varphi = 26^\circ\ 50'\ 54''$$
$$d = 24^\circ\ 31'\ 15''$$

$$\text{log. sin. } 9^\circ\ 27'\ 45'' = 9{,}21591$$
$$\text{log. tang. } 23^\circ\ 34' = \underline{9{,}63968}$$
$$\text{log. tang. } \varphi = \text{log. tang. } (-4^\circ\ 6'\ 6'') = 8{,}85559$$
$$90^\circ - \lambda - \varphi = 59^\circ\ 3' + 4^\circ\ 6'\ 6'' = 63^\circ\ 9'\ 6''$$
$$\text{log. cos. } 23^\circ\ 34' = 9{,}96218$$
$$\text{log. sin. } 26^\circ\ 50'\ 54'' = 9{,}65478$$
$$\text{log. cos. } 4^\circ\ 6'\ 6'' = \underline{9{,}99889}$$
$$\text{log. sin. } 24^\circ\ 31'\ 15'' = 9{,}61807$$

Quant à l'ascension droite, on la trouverait de 201° 35′ 43″. — H.V.

que polygone régulier inscrit à la sphère, c'est-à-dire à son grand cercle. Sous ce rapport, outre la *conjonction* et l'*opposition*, on distingue principalement : l'aspect *trine* ou *trigone*, dans lequel les astres sont distants de 120°, l'aspect *quadratique* ou tétragone qui a lieu dans les *quadratures*, où ils sont distants de 90°, l'aspect *sextile* ou *hexagone*, où ils sont distants de 60°, et l'aspect *octogone* ou correspondant aux octants, c'est-à-dire à 45°, huitième de la circonférence; encore celui-ci n'est-il mentionné que rarement.

(Voyez Ptolémée, *Harmon.* III, XIV, p. 149 de Wallis; et Proclus, *Paraphr. in Ptolem. Tetrabibl.* I, XVI.)

Ces dénominations sont employées bien plus par les astrologues que par les astronomes; et l'on peut juger, par ce dernier passage de la Géodésie, dans quel but notre auteur observait les astres, si vraiment cela lui arrivait quelquefois. — H.V.

EXTRAIT DES CESTES de Jules l'Africain.

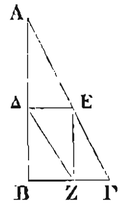
EXTRAIT

DES CESTES DE JULES L'AFRICAIN.

(*Mathematici veteres*, p. 296.)

On sait combien le texte de cet auteur a été maltraité par les copistes. C'est au point, comme je l'ai déjà rappelé ailleurs (*Notices et extraits des manuscrits, etc.* t. XVI, IIe partie, p. 344), que l'éditeur des *Cestes*, Thévenot (*Math. vet.* Paris, 1693), n'a pas osé (Fabricius, *Bibl. gr.* édit. de Harles, t. IV, p. 41) en essayer une traduction latine. J'ai corrigé ce texte, comme les fragments que j'en ai déjà donnés (*lieu cité*), d'après les leçons de Boivin, de Meursius, de Lamy, et pour le surplus (j'en demande pardon au lecteur), *ex ingenio*. Voici le texte restitué, avec la traduction. Je placerai dans les notes, au bas des pages, les leçons du texte imprimé et celles des manuscrits qui pourraient offrir quelque intérêt.

EXTRAIT DES CESTES de Jules l'Africain.



(Α.) « Ποταμοῦ ϖλάτος εὑρεῖν » καὶ « τείχους ὕψος » ($\overline{\kappa\alpha}$).

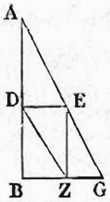
Οἱ τῆς ἐγκυκλίου μετρίως ἐπίϐολοι ϖαιδείας, τῶν Εὐκλείδου σ7οιχείων ἐπὶ ποσὸν, ὡς εἰκὸς, ἐφήψαντο, οὐδ' ἦ χαλεπὸν διὰ τοῦ ϖρώτου συσ7ῆσαι καὶ τάδε· « Ποταμοῦ ϖλάτος ἐκμετρῆ- « σαι, » τῆς ἑτέρας ὄχθης ἀϐάτου διὰ τοὺς ἐφεσ7ῶτας αὐτῇ ϖολεμίους, ϖρὸς τὸ γεφυρῶσαι ἐπαγαγόντας[1] ζεῦγμα· τῷ τ' αὐτῷ λόγῳ « Τείχους ὕψος ἐκ διασ7ήματος λαϐεῖν, » εἰς τὸ τὰς ἑλεπόλεις μηχανὰς ἰσοσ7ασίους ἐπενεγκεῖν. Εἰς εὐμαθίαν δὲ τῆς ἀποδείξεως, ἡγήσεται θεώρημα τόδε·

(Β.) « *Ἐὰν ὀρθογωνίου τριγώνου μία[2] τῶν ϖερὶ τὴν ὀρθὴν « γωνιῶν[3] δίχα τμηθῇ, ἀπὸ δὲ τῆς τομῆς [εὐθεῖα] ϖρὸς ὀρθὰς « ἀναταθῇ[4], καὶ διὰ τοῦ σημείου καθ' ὃ τέμνει τὴν λοιπὴν « ϖλευρὰν ϖαράλληλος ἀχθῇ, καὶ αἱ λοιπαὶ τοῦ τριγώνου δίχα « τέμνονται[5] ϖλευραί.* »

Ἔσ7ω γὰρ τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓ, *ὀρθὴν ἔχον τὴν ϖρὸς τὸ* Β *γωνίαν[6], καὶ τετμήσθω δίχα ἡ* ΑΒ *τῷ* Δ· *καὶ ϖρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ* ΔΕ, *καὶ διὰ τοῦ* Ε *τῇ* ΑΒ[7] *ϖαράλληλος ἤχθω ἡ* ΕΖ· *λέγω ὅτι καὶ λοιπαὶ τοῦ τριγώνου ϖλευραὶ δίχα τέμνονται, ἡ μὲν* ΑΓ *κατὰ τὸ* Ε, *ἡ δὲ* ΒΓ *κατὰ τὸ* Ζ. *Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ* ΔΖ· *ἐπεὶ ἴση ἐσ7ὶν ἡ* ΑΔ *τῇ* ΔΒ, [*ἡ δὲ* ΔΒ *τῇ* ΕΖ, *ἄρα ἡ* ΑΔ] *τῇ* ΕΖ *ἴση καὶ ϖαράλληλος. Αἱ δὲ ἴσας τε[8] καὶ ϖαραλλήλους*

[1] *ἐπαγαγόντος.* — [2] *μίαν.* — [3] *γωνίαν.* — [4] *ἀνασ7αθῇ.* — [5] *διατέμνονται.* — [6] *τὴν δευτέραν γωνίαν.* — [7] *τῷ* $\overline{\alpha\beta}$. — [8] *αἱ δὲ τὰς γε.*

EXTRAIT DES CESTES de Jules l'Africain.

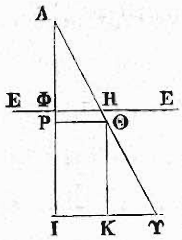


I. *Déterminer la largeur d'un fleuve* ou *la hauteur d'une muraille.* (Ch. xxi.)

Pour peu que l'on ait des connaissances de quelque étendue, on doit, je pense, savoir appliquer les éléments d'Euclide; et il n'est pas difficile de résoudre, au moyen du premier livre, le problème qui consiste, soit à *Mesurer la largeur d'un fleuve* dont les ennemis occupent la rive opposée, afin de pouvoir préparer les matériaux nécessaires pour y jeter un pont, soit à *Prendre de loin les hauteurs d'une muraille,* afin de disposer, avant d'en approcher, des machines de guerre d'une grandeur convenable. Or, pour faire mieux comprendre notre démonstration, nous la ferons précéder de ce théorème :

II. *Si, dans un triangle rectangle, on partage en deux parties égales l'un des côtés de l'angle droit, puis que, par ce point, on élève une perpendiculaire, puis que, par le point de rencontre de cette perpendiculaire avec l'hypoténuse, on mène une parallèle au premier côté: tous les côtés se trouveront partagés en deux parties égales.*

En effet, soit le triangle ABG, rectangle en B. Soit AB partagé en deux parties égales au point D. Menons-lui la perpendiculaire DE, et par le point E menons à AB la parallèle EZ. Je dis que les côtés AG et BG se trouvent partagés en deux parties égales, savoir, AG en E, et BG en Z. En effet, joignons DZ. Puisque AD = DB et que DB = EZ, on a aussi AD égal et en même temps parallèle à EZ. Maintenant, les droites qui ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι, ἴσαι τε καὶ ϖαράλληλοί εἰσιν· ἀλλὰ καὶ ΔΕ, ΖΓ [ἴσαι τε καὶ ϖαράλληλοί εἰσιν ἐν] ϖαραλληλογράμμῳ[1] τῷ ΓΕΔΖ· ἴση ἄρα ἡ ΔΖ τῇ ΕΓ. Ἀλλὰ καὶ τῇ ΑΕ[2] ἦν ἴση· [ἡ ΓΕ ἄρα τῇ ΑΕ ἐστὶν ἴση]. Πάλιν, ἐπεὶ ἑκάτερον τῶν ΔΒΕΖ[3], ΓΕΔΖ, ϖαραλληλόγραμμόν [ἐστιν], ἡ ΔΕ ἄρα ἴση ἐστὶν ἑκατέρᾳ τῶν ΒΖ, ΖΓ, ἀπεναντίον γάρ· ὥστε καὶ αἱ ΒΖ, ΖΓ καὶ ἴσαι εἰσίν. Καὶ αἱ ἀποδείξεις καὶ κατὰ ϖαντὸς τριγώνου.



(Γ.) Ἀκολούθως δὲ τοῖσδε ϖοταμοῦ ϖλάτος ἐκ διαστήματος μετρηθήσεται. Ἔστωσαν ὄχθαι, κατ' ἀντικρὺ μὲν ἡ τῶν ϖολεμίων, ἐφ' ᾗ σημεῖον τὸ Α, ἡ δὲ ϖρὸς ἡμᾶς, ἐφ' ᾗ ϖήγνυται διόπτρα Ε. Ἐν χώρᾳ τῇ ϖρὸς ἡμᾶς ἡ διόπτρα* ἔσται[4] κατὰ τὸ Ι, οὕτως ὥστε τὸ διάστημα τὸ τοῦ Ι μέχρι τῆς ϖρὸς ἡμᾶς ὄχθης τοῦ ϖοταμοῦ μεῖζον εἶναι τοῦ ϖλάτους τοῦ ϖοταμοῦ[5]· τοῦτο δὲ ῥᾴδιον στοχάζεσθαι. Καὶ ϖρὸς ὀρθὰς δύο σημεῖα κατοπτεύηται, ἓν μὲν ἂν ἐπὶ τῇ ὄχθῃ κατ' ἀντικρὺ, ἢ λίθος, ἢ θάμνος, ἤ τις ἄλλος εὐκάτοπτος σκοπὸς, καὶ ἔστω τὸ Α· τὸ δὲ ἕτερον τὸ ϖρὸς[6] ἡμᾶς σημεῖον, ἐκ τῆς ἑτέρας τοῦ χιασμοῦ γραμμῆς, τὸ Υ. Τὴν δὲ διόπτραν μεταγαγὼν ἐπὶ τὸ Υ, κατοπτεύω τὸ Α, καὶ [ϖοιῶ] τρίγωνον ὀρθογώνιον. Τετμήσθω ἡ ΙΥ δίχα κατὰ τὸ Κ· καὶ ἀπὸ τοῦ Κ τῇ ΑΙ ϖαράλληλος [ἤχθω] ἡ ΚΘ, ἀπὸ δὲ τοῦ Θ[7] τῇ ΙΥ ϖαράλληλος ἡ ΘΡ.

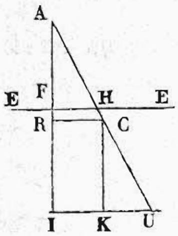
[1] ϖαραλληλογράμμοι. — [2] καὶ τῇ $\overline{\alpha\beta}$. — [3] τῶν $\overline{\beta\epsilon\epsilon\zeta}$. — [4] ἡχιστήκτα. — [5] εἶναι τοὺς τοῦ ϖοτ. — [6] τὸ δὲ ἑτ. $\overline{\omega}$ ϖρ. — [7] ἀπὸ δὲ τοῦ $\overline{\beta}$.

* Je considère la lettre χ comme remplaçant le signe × qui représenterait le mot διόπτρα, comme dans Héron d'Alexandrie.

joignent les extrémités correspondantes de deux droites égales et parallèles sont aussi égales et parallèles. Or, dans le parallélogramme GEDZ, on a DE égal et parallèle à ZG [à cause des triangles égaux ADE, EZG]; donc DZ = EG; mais déjà DZ = AE [à cause des triangles égaux ADE, DBZ]; donc EG = AE. De même, à cause des parallélogrammes DBEZ, GEDZ, DE égale séparément chacune des droites BZ, ZG, auxquelles il est opposé : donc BZ = ZG.

EXTRAIT DES CESTES de Jules l'Africain.

La démonstration s'applique à tout autre triangle.



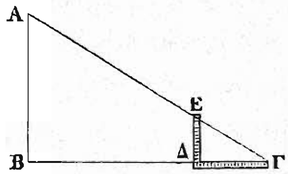
III. C'est par suite de cette proposition que l'on peut *Mesurer à distance la largeur d'un fleuve.*

Soit A un point de la rive opposée, du côté des ennemis; EE la rive de notre côté, où l'on doit placer la dioptre. Plantons la dioptre [munie de l'équerre] sur notre terrain, en un point I situé de telle manière, que sa distance à la rive la plus proche soit plus grande que la largeur du fleuve, ce qu'il est très-facile d'obtenir; et visons deux points [ou deux objets situés dans la direction des branches de l'équerre, c'est-à-dire] à angle droit : l'un sur la rive opposée, tel qu'une pierre, un buisson, ou toute autre chose facile à distinguer, et soit A ce point; l'autre de notre côté, sur l'autre branche de l'équerre, et soit U ce second point. Cela posé, transportant la dioptre en U, je vise le point A, ce qui forme un triangle rectangle. Je partage le côté IU en deux parties égales au point K; et par ce point je mène à IA une parallèle KC, et du point C à IU une parallèle CR. Alors,

EXTRAIT DES CESTES de Jules l'Africain.

Ἐπεὶ[1] [οὖν] τριγώνου τοῦ ΑΙΥ ὀρθογωνίου ἡ ΙΥ δίχα τέτμηται τῷ Κ, καὶ ἔσ7ι ϖαράλληλος ἡ ΘΚ τῇ ΑΙ [καὶ ἡ ΘΡ τῇ ΙΥ], καὶ ἡ ΑΙ ἄρα δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Ρ. Μετρεῖν δὴ ἔξεσ7ι τὸ ἀπὸ[2] τοῦ Ι ἐπὶ τὸ Ρ διάσ7ημα· δέδοται ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τοῦ Ρ ἐπὶ τὸ Α· τούτου δὲ ἀφελόντες τὸ ἀπὸ τοῦ Ρ ἐπὶ τὸ Φ, καὶ τὸ λοιπὸν ἕξομεν· τοῦτο δ' ἐσ7ὶ τὸ τοῦ ϖοταμοῦ ϖλάτος.

(Δ.) Εἰ δέ τῳ ἐργῶδες εἶναι δόξει, τὸ ϖλέον ἀποσ7άντα ἐπὶ τῆς ἡμεδαπῆς διάσ7ημα λαβεῖν, ἀνάγκης ἐκεῖ τότε γενομένης[3] τὴν ὄψιν ἐπιταράτ7εσθαι[4] [καὶ] συγχεῖσθαι τὸ γινόμενον, λάβοιμεν ἄν, ἐπὶ τῆς αὐτῆς ὄχθης ἑσ7ῶτες τοῦ ϖοταμοῦ, ῥᾳδίως τὸ μέγεθος τοῦ ϖλάτους, τοῦτον τὸν τρόπον·



Ἔσ7ω γὰρ ϖάλιν ἐπὶ τοῦ κατ' ἀντικρὺ μέρους εἰλημμένον σημεῖον τὸ Α*, ἐπὶ δὲ τοῦ ϖρὸς ἡμᾶς μέρους εἰλήφθω σημεῖον τὸ Β, ὥσ7ε εἶναι τὴν ΑΒ ϖρὸς[5] ὀρθὰς τῇ διὰ τῆς ὄχθης γραμμῇ τῇ ΒΓ. Εἰλήφθω δή[6] τι σημεῖον ἐπὶ τῆς ΒΓ τὸ Δ, ἐφ' οὗ κανὼν κείσθω ὁ ΔΕ· ἐπὶ δὲ τοῦ ἄκρου τοῦ κανόνος μετέωρος ἔσ7ω γνώμων ὁ Ε, ὥσ7ε, εἰ ὁ ΔΕ κανὼν[7] τῆς τοῦ ἐδάφους[8] ἐπιφανείας ἅπ7οιτο, ἐπιπολῆς[9] εἶναι τὸν γνώμονα. Καὶ μέχρι τούτων ὁ κανὼν ϖρὸς ὀρθὰς τῇ ΒΓ ϖαραφερέσθω, μέχρις οὗ ἀπό τινος ἐπὶ τῆς ΒΓ γραμμῆς διὰ διόπ7ρας θεωρηθῇ σημεῖα τὰ Γ, Ε, Α. Καὶ ἔσ7αι ἀνάλογον ὡς ΒΓ ϖρὸς ΓΔ λόγος, οὕτως ἡ ΑΒ ϖρὸς

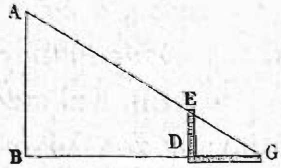
[1] ἐπὶ. — [2] κατὰ τὸ $\bar{\rho}$. Ἀποτεμεῖν δεῖ τὸ ἀπὸ. — [3] τούτου γεν. — [4] ἐπιτάτ7. — [5] τὸ $\overline{\alpha\beta}$ ϖρὸς. — [6] εἴληπ7αι δέ. — [7] ὁ δὲ κανὼν. — [8] ὕδατος. — [9] ἐπὶ ϖολλῆς.

* La figure est celle de l'édition de Thévenot, sauf les divisions que j'ai marquées sur les deux règles DE et DG, règles qu'il faut séparer par la pensée, en se gardant bien de considérer leur réunion comme une équerre.

EXTRAIT DES GESTES de Jules l'Africain.

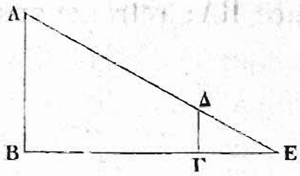
dans le triangle rectangle AIU, on a le côté IU partagé en deux parties égales au point K, puis KC parallèle à AI, puis enfin CR parallèle à IU : donc AI est partagé en deux parties égales au point R. Or il est facile de mesurer la distance IR : on connaîtra donc la distance RA ; retranchons RF, le reste sera la largeur du fleuve.

IV. Si l'on trouve trop compliquée une opération qui exige l'emploi d'un si grand espace pris sur notre terrain, et si l'on pense que, par suite, l'œil doit se troubler et les objets se confondre, nous pouvons, sans quitter la rive du fleuve qui est de notre côté, déterminer facilement sa largeur par le procédé suivant :



Soit pris de nouveau un point A* sur la rive qui nous est opposée, et un point B sur la rive située de notre côté, de manière que AB soit perpendiculaire à la droite BG menée le long du rivage. Prenons un point D sur cette droite BG ; et couchons en ce point [perpendiculairement à BG] une règle divisée DE, à l'extrémité E de laquelle soit élevé un signal E, de telle façon que, la règle étant appliquée exactement sur la surface du sol, le signal [E] se trouve correspondre bien d'aplomb sur son extrémité. Enfin, transportons l'instrument perpendiculairement [à DE et] le long de BG, jusqu'à ce que d'un point [G] pris sur cette dernière droite, on puisse apercevoir à la fois les trois points G, E, A. On aura alors la proportion BG : GD : : AB : ED.

ΕΔ, καὶ ἀνάπαλιν. Δέδοται δὲ ἡ ΒΓ καὶ ΓΔ· καὶ ὁ λόγος οὖν τούτων[1] ἄρα δέδοται· ἄρα καὶ ὁ τῆς ΑΒ πρὸς ΔΕ· καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ΔΕ· δοθεῖσα ἄρα [καὶ] ἡ ΑΒ.



(E.) Τῷ δὲ αὐτῷ λόγῳ καὶ « τείχους ὕψος » ληφθήσεται ἐπὶ τοῦ [αὐτοῦ] διαγράμματος ὀρθουμένου. Ἔστω τὸ μὲν ἄκρον τοῦ προμαχῶνος τὸ Α, βάσις δὲ τὸ Β[2], ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ τείχους εἰς ἡμᾶς ἔξω βέλους γραμμὴ ΒΓ. Κρημνᾶται[3] διόπτρα ἀπὸ κάμακος, ὃς δὴ λυχνία[4]* καλεῖται, πηγνυμένη πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ τοῦ[5] Γ· ἔστω δὲ γραμμὴ ὁ κάμαξ ΔΓ. Τὴν διόπτραν ἐπικλίνας, διοπτεύω τοῦ τείχους τὸ ἄκρον, ὅ ἐστιν Α· καὶ μετελθὼν ἐπὶ τὸ ἕτερον ἀγγεῖον, ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας λαμβάνω σημεῖον τὸ [Ε· καὶ ἔσται τρίγωνον] τὸ ΑΕΒ. Καὶ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΑΒ παράλληλος ἡ ΓΔ· ὃν ἄρα λόγον[6] ἔχει ἡ ΕΓ πρὸς ΓΔ, τοῦτον ἡ ΕΒ πρὸς ΒΑ. Δέδοται δὲ ὁ τῆς ΕΓ πρὸς ΓΔ λόγος (δέδοται γὰρ αὐτῶν ἑκατέρα)· δέδοται ἄρα καὶ ὁ τῆς ΕΒ[7] [πρὸς ΑΒ λόγος· δέδοται δὲ καὶ ΕΒ], ὡς ἐπὶ τοῦ ποταμοῦ δέδεικται. Δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΒΑ, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

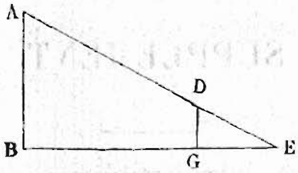
[1] οὖν τῶν. — [2] βάσις ρ τὸ $\overline{β}$. — [3] κρεμνᾶται. — [4] ὁ δὴ λυχν. — [5] πρ. ὀρθ. καὶ τ. — [6] ὃν γὰρ λόγ. — [7] τῆς $\overline{ιβ}$.

* Il paraît résulter du texte, que cette *λυχνία* se réduisait à une règle suspendue verticalement et percée d'un trou à la partie supérieure. (V. ci-dessus, p. 349.)

Quelque grossiers que soient tous ces moyens, je ne puis cependant me dispenser de faire observer que nous sommes ici bien près du procédé d'Hipparque pour déterminer le diamètre apparent du soleil et de la lune.

Mais on connaît BG et GD et par conséquent leur rapport, et par suite le rapport de AB à ED. De plus, ED est connu : donc AB est aussi connu.

EXTRAIT DES CESTES de Jules l'Africain.



V. On peut, au moyen de la même figure redressée,

Prendre la hauteur d'une muraille.

Soit A le sommet de la fortification, B sa base; soit BG une droite menée de la muraille vers nous, hors de la portée du trait. On suspend la dioptre après un bâton auquel on donne le nom de *lanterne**, et que l'on dresse au point G : soit GD ce bâton. Ayant disposé la dioptre, je vise la crête de la muraille, c'est-à-dire le point A. Puis, passant de l'autre côté [de l'instrument], je prends, sur la même droite, un point E formant le triangle EAB dans lequel GD sera parallèle à AB. Alors j'ai EG : GD : : EB : BA. Or le rapport de EG à GD est donné, puisque chacune de ces lignes est donnée : on connaît donc aussi le rapport EB : BA. En outre, EB est donné comme on l'a vu à l'article de la *Largeur du fleuve :* on connaît donc enfin la hauteur BA, ce qu'il fallait trouver.

SUPPLÉMENT.

J'ai pensé qu'il serait utile de pouvoir rapprocher des méthodes données par les géomètres grecs les procédés usités chez les géomètres latins. A cet effet, j'extrais du manuscrit latin 7377 C (ancien fonds) de la Bibliothèque impériale quelques solutions que je donne ci-après. Celles qui proviennent des folios 30-32 sont absolument anonymes. Quant à celles qui se trouvent aux folios 35-38, il pourrait résulter d'une note que l'on trouve au folio 34 que ces solutions seraient dues à Gerbert. Mais, d'une part, cette note est d'une main plus moderne que le manuscrit; et ensuite il n'est pas sûr qu'elle soit applicable aux folios qui suivent le 34e. Quoi qu'il en soit à cet égard, voici les problèmes, tels qu'on les trouve dans le manuscrit indiqué.

(Biblioth. imp. Ms. latin 7377 C ancien fonds.)

(Fol. 30 r°.) — 1. Geometricas tractanti diversitates præmonstrandum est quas ipsius tractatus utilitates spondeat, quatenus lectoris ingenium insinuationis perscrutetur tractatum. Est enim hujus disciplinæ scrupulosa descriptio, scilicet totius dimensionis indagatione indagationisque commoditate composita descriptio. Quam tamen, quamvis arduum sit, consequi potis erit qui infatigabili sudaverit studio. Quæ (ut) facilius, ut dictum est, a studiosis consequentur si cuique theorematis sua figura subjungatur.

(*Ibid.*) — 2. *Ad altitudinem*[1] *inaccessibilem,*

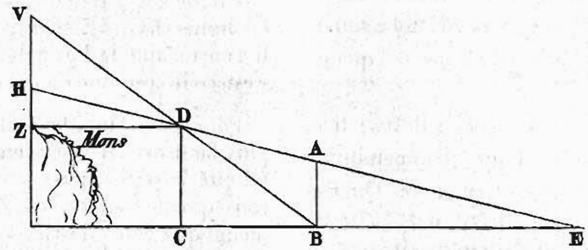
1. Celui qui veut traiter des diverses matières géométriques doit faire connaître d'abord quels avantages garantit son traité, afin que l'esprit pénétrant du lecteur puisse l'examiner à fond. Il faut, en effet, dans cette science, donner des explications scrupuleusement exactes, c'est-à-dire des explications qui comprennent les recherches de toutes les mesures et l'utilité de ces recherches. Toutefois, si difficile que soit le succès, on peut l'atteindre, si l'on y apporte une ardeur que nulle fatigue ne puisse rebuter. On rendra, comme nous l'avons dit, ce succès plus facile aux gens studieux, si à chaque théorème on adjoint sa figure.

2. *Pour connaître une hauteur inacces-*

[1] Ms. ad altudre.

nobis altioribus ut metiatur; quam laboriose hujus modi figuram facimus[1].

sible, nous trouvant dans un lieu trop élevé pour pouvoir la mesurer [*directement*]. (Nous faisons avec beaucoup de soin la figure de cette opération.)



Sit quantitas rei metiendæ AB, et quot cubitorum, vel ulnarum, vel cujuslibet alterius mensuræ sit nobis propositum scire. Ortogonaliter[2] constitutum sit spatium immeabile inter nos et rem, ut CB. Oriatur ortogonium DC, et sit linea sursum ducta de C ad D, sicut primo ductum[3] de A ad B. Ducatur planiter linea de D ad E, sicut plani jacet de C ad B. Et sicut notum quanta est linea CD et linea ZD (nos enim eas faciemus), dirigamus ortogonaliter lineam de Z sursum ad V, et ponamus oculum in linea ZV ortogonaliter erecta, ut exeat visus noster per D ad B; et locus lineæ ubi stetit oculus notetur puncto ipso V, et metiamur ZV[4] quanta sit. Et post hoc iterum ponamus ZV ita ut valeamus videre per DA, et locus in quo visus stetit notetur puncto H, et videamus ubi hæc linea tangens terram jungitur CB, et sit punctum E, ita ut linea CE sit recta. Et post hoc notemus quanta sit ZH[5]; et quota pars sit ZH ad ZD, tanta est DC ad CE. Et nota est linea HZ, et ZD, et DC, quia nos eas fecimus : igitur notum est quanta est linea CE. Et quanta est linea VZ ad ZD, tanta est linea DC ad lineam CB; et lineæ VZ et ZD et DC nobis sunt notæ; notum erit igitur quanta est linea CB. Et quia

Soit AB la hauteur de la chose à mesurer; on nous propose de savoir combien elle a de coudées ou d'aunes, ou enfin de n'importe quelles unités métriques. Soit convenu que l'espace inabordable CB entre la chose et nous est rectangulaire. Élevons perpendiculairement la ligne DC, comme cela est supposé déjà fait pour AB. Imaginons dans un plan la ligne [droite] DE : ce qui se peut faire, puisque la plaine s'étend de C à B. Et, puisque nous connaissons la grandeur de la ligne CD et celle de la ligne ZD (attendu que c'est nous qui les faisons), élevons perpendiculairement la ligne ZV et plaçons notre œil sur cette ligne, de manière que notre rayon visuel, en passant par D, aboutisse au point B; notons le point V de la ligne (ZV) où s'est fixé l'œil, et mesurons la hauteur ZV. Ensuite, plaçons une règle ZV de manière que notre rayon visuel puisse suivre la ligne DA; marquons H le point d'où il part, et examinons où cette ligne s'arrête sur le sol en rencontrant la ligne CB : soit E le point d'intersection, de telle manière que la ligne CE soit droite. Après cela, notons la hauteur ZH et le rapport de ZH à ZD : c'est le même que celui de CD à CE. Or la ligne HZ est connue ainsi que ZD et DC (puisque nous les avons faites); donc on connaît la valeur de CE. Ensuite le rapport de VZ à ZD est le même que celui de DC à CB. Or les lignes VZ, ZD, DC, nous sont connues; on connaîtra donc la valeur de la ligne CB. Maintenant, puisque nous

[1] Ms. hui m. — [2] Ms. reortog. — [3] Ms. dictum. — [4] Ms. Z et V. — [5] Ms. quanta sit in Z et H.

sapuimus dudum lineam CE, et sapimus modo lineam CB, possumus sapere quanta est linea BE. Et quanta est linea DC ad lineam CE, tanta est linea AB ad lineam BE; et lineæ DC, et CE, et BE notæ sunt; igitur AB linea nota est, et hæc est quam quærebamus*.

Et ut brevius quod superius diffuse dictum est comprehendatur, compendium quo philosophia gaudet ponatur. Qualis comparatio fuerit ZV ad HV, talis erit CD ad BA. Sit ZV duplum HV, erit CD duplum BA.

(Fol. 36 v°.) — 3. *Ad altitudinem cum harundine metiendam.*

Componitur instrumentum ad altum sine difficultate inveniendum : quod hac de causa a sapiente inventum putatur, quia visum humi adjungere difficile mensori, causa inconveniens spectatori putabitur; sumitque quantitatem suæ magnitudinis a magnitudine staturæ metientis. Constituimus harundinem tali magnitudine ut duplari comparatione proportionetur mensoris longitudine. Cujus medio altera harundo ortogonaliter conjungatur, quæ staturæ mensoris equalis, cui conjungitur subdupla [1] habeatur : quatinus in hac conjunctione completum probetur quod in prono figurarum ac curvo præceptum videtur: omnes linee a medio circuli procedentes et sunt et videntur pari magnitudine equales.

Igitur instrumentum hoc compositum

connaissions déjà la ligne CE, et que nous venons de déterminer CB, nous pouvons avoir la valeur de la ligne BE [qui est leur différence]. Enfin, puisque la ligne DC est à la ligne CE comme AB est à BE, et que les lignes DC, CE et BE, sont connues, il s'ensuit que la ligne AB est connue : et c'est celle que nous cherchions*.

Pour présenter de tout ce qui est dit plus haut avec développement un résumé tel que la philosophie les aime, nous dirons que le rapport de ZV à HV est le même que celui de CD à BA. Ainsi, soit ZV double de HV, CD sera double de BA.

3. *Pour mesurer une hauteur avec une canne.*

Il existe un instrument composé pour trouver la hauteur sans difficulté, ce qui l'a fait supposer inventé par un sage : car, de la difficulté d'appliquer son œil sur le sol il résulte un inconvénient pour l'opérateur; et, ensuite, la grandeur de l'instrument dépend de la taille du géomètre.

On prend une canne double de cette taille; au milieu de la longueur on fixe à angle droit une autre canne, qu'il faut faire égale à la taille même du géomètre, et qui se trouve ainsi moitié de la première canne à laquelle on la suppose adjointe, de façon que, dans cet assemblage, on puisse vérifier cette proposition établie dans la théorie des courbes, que toutes les lignes partant du centre d'un cercle sont et paraissent égales à une même grandeur.

Ainsi donc, le géomètre doit promener

[1] Ms. si dupla.

* Voici le calcul :

$$CE = \frac{CD \times DZ}{ZH}$$

$$CB = \frac{CD \times DZ}{ZV}$$

$$BE = CE - CB$$

$$AB = \frac{BE \times CD}{CE}.$$

Donc $AB = DC\left(\frac{CE - CB}{CE}\right)$

$$AB = DC\left(\frac{CD \times DZ}{ZH} - \frac{CD \times DZ}{ZV}\right)\frac{ZH}{CD \times DZ},$$

ou, en réduisant : $AB = \frac{DC \times VH}{ZV}$.

sore trahatur, donec oculo humi apposito, per catheti summitatem summitas altitudinis investigandæ cernatur. Qua visa, a loco cui visus inheserat planities usque ad radicem metiatur, et quanta fuerit, tanta altitudo dicatur.

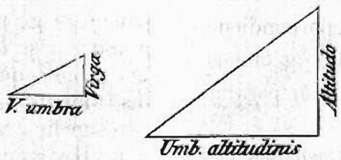
portera jusqu'à ce que, l'œil approché de terre, il puisse voir, derrière le sommet de la perpendiculaire, le sommet de la hauteur cherchée. Ce sommet une fois aperçu, qu'il mesure la plaine, depuis l'endroit où l'œil était fixé, jusqu'à la base de l'éminence, et telle sera la hauteur demandée*.

(*Ibid.*) — 5. Est etiam alia altitudinis metiendæ regula qua *cum umbra* ipsius *altitudinis* ipsa *altitudo mensuratur.* Quam tametsi ita notam putamus ut expositione carere estimemus, tamen aliquid inde dicendum est.

In altitudinis umbræ summitate alicujus mensuræ virga ponatur; et virgæ umbra sibi comparetur. Et quali comparatione virgæ umbra confertur ad virgam, tali altitudinis umbra ad altitudinem. Quod ut planius sit, ejus figura demonstrat.

5. Il y a encore une autre règle pour la mesure d'une hauteur : elle consiste à *évaluer la hauteur* elle-même *par le moyen de son ombre.* Bien que nous supposions cette règle assez connue pour n'avoir pas besoin d'explication, cependant il faut en dire quelque chose.

A l'extrémité de l'ombre de la hauteur plantons un bâton d'une certaine longueur, et comparons l'ombre de ce bâton à cette longueur. Comme l'ombre du bâton est au bâton lui-même, ainsi l'ombre de la hauteur est à cette hauteur. Pour plus de clarté, voyez la figure.



(Fol. 36 r°.) — 6. *Ad altitudinem metiendam cum ortogonio.*

Componatur a geometre *ortogonium* naturalibus proportionibus catheti, basis [et] hypotenusæ compaginatum; cathetoque III insignito, basi insignita IV, hypotenusa prænotata V; scilicet ut basis catheto sesquitertia proportionetur, et hypotenusa sesquiquarta comparetur. De quo cuncta fiunt quocumque [modo] dicta sunt[1] in sequenti figura, hoc solo excepto quod in hoc de metienda [altitudine], planitiei quantitate quarta pars est auferenda, hac videlicet ratione, quod basis jacens cathetum erectam[2]

6. *Pour mesurer une hauteur avec une équerre.*

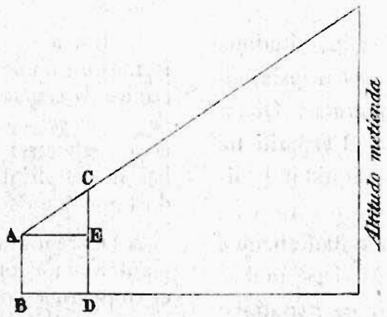
Le géomètre fabriquera une équerre dans les proportions naturelles de la perpendiculaire, de la base, et de l'hypoténuse; puis il marquera du chiffre 3 le côté vertical, du chiffre 4 la base, et du chiffre 5 l'hypoténuse, de sorte que la base égalera la verticale plus son tiers, et que l'hypoténuse vaudra la base plus son quart. Quant à l'opération proposée, on procède comme l'indique la figure suivante, en observant que de l'étendue de la plaine il faut retrancher le quart, puisque la base horizontale dépasse de son quart

[1] Ms. quocumque modo dicta sit. — [2] Ms. erectum.

* L'opération est très-mal indiquée; le rayon visuel doit être dirigé le long de l'hypoténuse.

tamdiu a mensore per planum donec per summitates istarum virgarum rei metiendæ summum conspiciatur. Quo conspecto tanta altitudo ducatur quantum a mensore ad radicem altitudinis [1] statura adjuncta mensuratur.

sur la plaine l'instrument décrit, jusqu'à ce qu'il aperçoive, par les extrémités des deux cannes, la cime de la hauteur à mesurer. Cela fait, on conclura que la hauteur cherchée est égale à la distance que le géomètre aura mesurée jusqu'à la base de la hauteur, en y ajoutant sa taille.



Verbi gratia, sit statura mensoris AB, harundo sibi dupla CD, altitudo harundinis istius [2] medio ortogonaliter inducta AE.

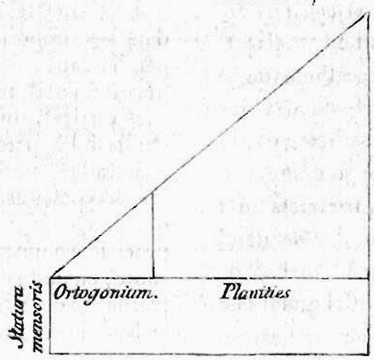
Soit, par exemple, AB la stature du géomètre, CD la canne double en longueur, AE la canne menée à angle droit par le milieu de la précédente.

Hæc tamen nullo modo mensor obliviscatur; quin et huic et omni perpendiculo equipendium appendatur quod geometricaliter institutum ad mensuram paratur.

Ces instruments sont des objets que jamais le géomètre ne doit oublier [de prendre avec lui]. Il faut y adjoindre un fil à plomb, qui doit accompagner tous les instruments destinés à effectuer des mesures géométriques.

(*Ibid.*) — 4. Est *aliud ortogonium* basi catheto equali compositum [3]; hypotenusa [4] vero prætermittatur quod ad altum investigandum in ortogonio prorsus inutilis judicatur.

4. Il y a aussi une *autre sorte d'équerre* où la hauteur est égale à la base. (Quant à l'hypoténuse, n'en parlons pas, parce qu'elle est inutile pour la mesure des hauteurs.)



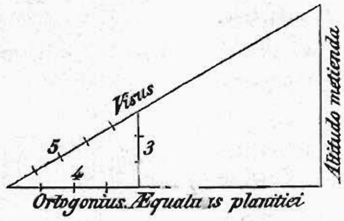
Compositum tamdiu per planum a men-

Le géomètre, tenant cette équerre, la

[1] Ms. radicis altitudinem. — [2] Ms. arundo ista. — [3] Ms. basi cathetoque comp. — [4] Ms. hypotenusæ.

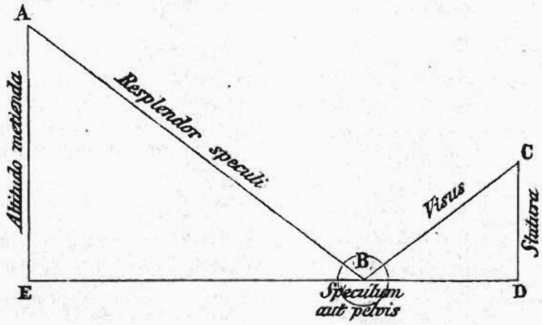
superat cum sua quarta parte. Quod ut melius animadvertatur ortogonium depingatur.

la perpendiculaire. Pour le mieux faire comprendre, représentons l'équerre.



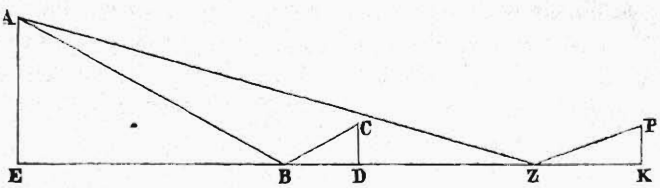
(Fol. 31 r°.) — 7. Si *per speculum aut per concham plenam aquæ* quæris *scire altitudines montium vel turrium*, accipe speculum, et pone propter montem in planitie; et in tantum te ipsum et speculum positum in terra moveas huc illuc, quousque videas A in B, id est summitatem montis

7. Si vous voulez, *au moyen d'un miroir ou d'un vase plein d'eau, déterminer la hauteur des montagnes ou des tours*, prenez un miroir et posez-le [horizontalement sur le sol] dans la plaine, en face de la montagne. Alors déplacez-vous, et faites mouvoir de côté et d'autre le miroir posé à terre, jusqu'à ce que vous aperceviez A en B, c'est-à-dire le sommet de la montagne au



in medio speculo; et vide quomodo sint et quanta inter se DB et DC; sic sunt BE et EA. Et si fiat obstaculum quod non possis probare hoc, ambula cum ipso speculo retro, et pone in terra, et videas movendo te a D in Z; et quam proportionem

centre du miroir; et voyez dans quel rapport sont entre eux DB et DC : il y aura le même rapport entre BE et EA. Si quelque obstacle empêche de conclure [c'est-à-dire de mesurer BE], marchez en arrière avec le miroir, et posez-le de nouveau à terre, en reculant de D en Z. Le rapport



habent ZK et KP, eandem habent ZE et

de PK à KZ sera encore celui de AE à

EA invicem. Minue inde BE, remanet BZ. Vide antea in superioribus* quantam habeant invicem proportionem ZB et EA.

(Fol. 35 v°.) — 8. *Ad altitudinem cum aqua vel speculo metiendam.* (Fig. 1, n° 7.)

Posito [signo] in speculi[1] centro vel in media scutella plena aquæ, constituantur in arvo plano, et tamdiu a geometre huc illucque trahatur diligenter, donec per medium centrum unius supra dictorum cacumen rei metiendæ aspiciatur. Cacumine invento, spatium quod contineatur intra pedes mensurantis et centrum speculi vel medium vasis lymphæ pleni mensuretur; et post hoc non minus caute staturæ metientis comparetur; et ut fuerit illud metientis[2] staturæ, sic erit a medio centro speculi usque ad radicem altitudinis rei metiendæ [spatium ipsi altitudini**].

(Fol. 31 v°.) — 9. [*Mensura planitiei.*]

Stabiliatur harundo æquipartita metienti in termino epiphanie, cui altera conjungatur cujuslibet quantitatis ortogonali ratione. Quæ scilicet sursum jusumque tamdiu a planimetra ducatur donec per utriusque harundinis summitates oppositus limes planitiei cernatur. Quo inspecto ipsa conjunctio harundinum diligenter notetur, et superior pars fixæ harundinis a conjunctione cum tota sui quantitate comparetur; et eadem comparatio pendentis virgæ planique incunctanter dicatur, quæ

EZ. Retranchez BE, il restera BZ. Voyez, dans les explications données plus haut*, quel est le rapport de EA à ZB.

8. *Pour mesurer une hauteur avec de l'eau ou bien avec un miroir.* (Fig. 1, n° 7.)

Après avoir marqué d'un signe le centre d'un miroir ou le milieu d'une écuelle pleine d'eau, qu'on les établisse dans un champ, en plaine, et que le géomètre cherche de côté et d'autre un endroit tel que, par le centre de l'un des objets susdits, il puisse voir la cime de la hauteur à mesurer. Ce sommet une fois trouvé, la distance entre les pieds du géomètre et le centre du miroir ou le milieu du vase plein d'eau sera mesurée et ensuite comparée à la taille du géomètre. Le rapport résultant sera le même que celui de la distance entre le centre du miroir et le pied de la hauteur à mesurer, comparée à cette même hauteur.

9. *Mesure d'une plaine.*

Soit fixée par l'arpenteur, sur la limite de la surface, une canne divisée en parties égales, à laquelle en soit adaptée perpendiculairement une seconde d'une longueur quelconque, laquelle puisse glisser en haut et en bas à la volonté de l'arpenteur, jusqu'à ce que, par les extrémités de chacune des deux cannes, on puisse apercevoir la limite opposée de la plaine. Cela fait, l'on notera exactement le point de réunion des [deux] cannes, et l'on déterminera le rapport de la partie supérieure de la canne fixe, à partir de ce point, avec la longueur totale. On pourra dire alors sans hésitation que le rapport de la canne additionnelle

[1] Ms. posito in speculo. — [2] Ms. metientis illud.

* On a les relations suivantes :

$$BE = \frac{EA \times BD}{CD}$$

$$ZE = \frac{EA \times ZK}{CD} = PK$$

$$BZ = \frac{EA\,(ZK - BD)}{CD}$$

$$EA = \frac{BZ \times CD}{ZK - BD}$$

Ce calcul est semblable à un autre, relatif à l'emploi du carré géométrique, qui se trouve placé antérieurement dans le manuscrit. C'est à cela que font allusion les mots *antea in superioribus.*

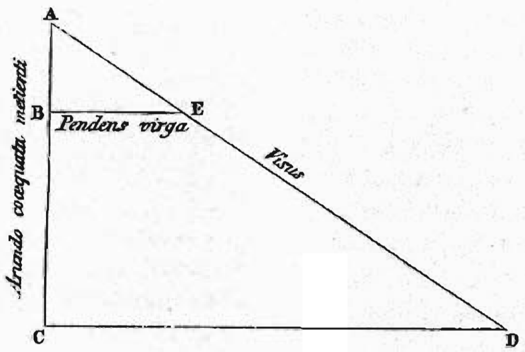
** Il paraît, en cet endroit, manquer quelque chose au manuscrit.

superioris partis a conjunctione cum tota quantitate fixæ harundinis superius dicebatur.

Et ut clarius reddatur quod litterali inflexione computamus, picturam apertius obscura monstrantem usui legentium supponamus. Sit harundo stans usui metientis

à la longueur de la plaine est le même que celui de la partie supérieure de la canne fixe à sa longueur totale.

Et, afin de rendre plus clair ce que nous venons d'expliquer par des paroles ambiguës, traçons ci-dessous, pour l'usage des lecteurs, une figure qui mettra l'évidence à la place de l'obscurité. Soit AC la



æquipartita AC; sit planities metienda CD, virga ortogonaliter pendens BE. Sit AB medium AC; erit igitur BE medium CD.

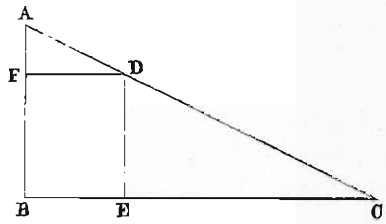
canne partagée en parties égales, dressée verticalement pour l'usage de l'arpenteur; soit CD la plaine à mesurer; soit BE la baguette fixée à angle droit sur la première. Si AB est la moitié de AC, BE sera la moitié de CD.

(Fol. 36 v°.) — 10. *Ad planitiem cum harundine inveniendam.*

Stans mensor in metiendæ planitiei extremitate, compqnat sibi harundinem minorem suæ longitudinis prolixitate. Tamdiu scilicet diversis in locis planities directa figuratur, donec per summitatem ejus harundinis altera extremitas planitiei ex opposito cernatur. Quo facto a summitate harundinis ortogonaliter linea usque ad mensoris staturam ducatur, et locus ipsius in quo linea terminabitur diligenter signetur, et ipsa pars staturæ ab ipsa nota usque ad visum cum linea ortogonaliter ducta trahatur; et qualis comparatio staturæ ipsius partis cum ortogonaliter tota ducta habetur, eadem comparatio staturæ totius ad planitiem tota pronunciabitur.

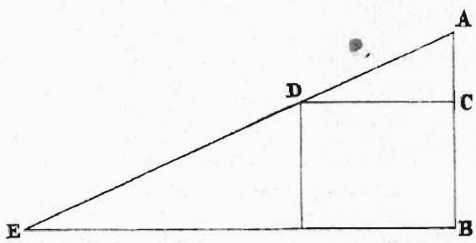
10. *Pour trouver la mesure d'une plaine au moyen d'une canne.*

Le géomètre, se tenant debout à l'extrémité de la plaine à mesurer, se comparera une canne plus courte que sa taille. Alors il examinera divers points de la plaine, jusqu'à ce qu'il en aperçoive l'extrémité opposée, par le sommet de la canne. Cela fait, il faut mener, du sommet de la canne, une perpendiculaire à la stature du géomètre, et marquer avec précision le point où se termine cette perpendiculaire. Ensuite on comparera la partie même de la stature, comprise depuis la marque jusqu'à l'œil, à la ligne menée à angle droit: et tel sera le rapport de la stature totale à la longueur de la plaine.



Verbi gratia, sit statura metientis AB, planities metienda BC, canna cum qua mensuratur DE, linea ortogonaliter ducta DF. [Quota pars erit AF in ED,] tota pars erit AB in BC[1]. Sit AF quarta pars in FD; et in eodem modo est AB quarta pars in BC.

(Fol. 38 r°.) — 11. Si queris *scire latitudinem fluvii vel alicujus campi vel curtis aut alicujus rei*, accipe lignum quod pertingat oculos tuos, et pone in ripa fluvii; et tum sta prope eum, et est lignum AB,



et pone aliud lignum super ipsum erectum sicut est CD. Postea contemplare recto oculorum visu per AD[2], usque dum videas E id est ripam vel terminum ex altera parte; nam BE est fluvius et AE visus directus. Postea considera quantum sit AC ad DC, quia quantum est AC ad DC, tantum est ACB ad BE; ut puta si DC duplum est AC, duplum est BE ad BCA; si triplum, triplum; si semel, semel; et deinceps.

(*Ibid.*) — 12. Si queris *aliter scire*, pone hastam minorem te quasi ad pectus, et

[1] Ms. in F tota pars. — [2] Ms. P ad.

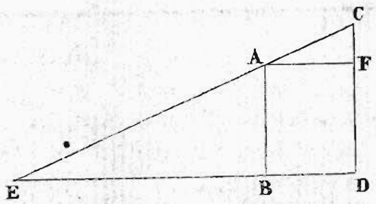
Soit, par exemple, AB la stature du géomètre, BC la plaine à mesurer, DE la canne qui sert à cette mesure, DF la ligne menée à angle droit. Comme AF est à FD, de même AB est à BC. Soit AF un quart de FD : de même aussi AB est un quart de BC.

11. Si vous voulez *déterminer la largeur d'un fleuve ou d'une plaine, ou d'un jardin, ou de toute autre étendue*, prenez un bâton assez grand pour atteindre à la hauteur de vos yeux; plantez-le sur la rive du fleuve, et tenez-vous debout tout auprès. Soit AB la longueur de ce bâton. Disposez un autre bâton à angle droit sur celui-ci, tel que CD. Après cela, regardez en dirigeant un rayon visuel par A et D, jusqu'à ce que vous aperceviez le point E sur la rive ou la limite située du côté opposé; car BE est le fleuve, et AE la direction du rayon visuel. Ensuite, examinez le rapport de AC à DC; car le rapport de AC à DC est égal à celui de ACB à BE. Par exemple, si DC est double de AC, BE est double de BCA; si DC est triple, BE l'est aussi; si DC ne contient qu'une fois AC, de même BE égale AB; et ainsi de suite.

12. Si vous voulez *arriver au résultat d'une autre manière*, prenez une baguette

pone in ripa fluvii, et accipe aliud lignum pertingens usque ad oculos sicut est CD;

moindre que votre taille, qui vous vienne par exemple à la poitrine, et plantez-la sur une rive du fleuve. Puis, ayant pris un autre bâton qui devra vous venir jusqu'aux yeux, tel que CD, reculez à volonté



et ambula retro quantum placet, et pone ipsum fustem, et tu te tantum move hac et illac, quousque videas de C per A usque E, id est ad ripam alteram. Dehinc minue AB de CD, remanet FC. Vide quomodo sint AF ad FC : sic sunt BE ad EA[1]. Si triplum est AF ad FC, triplum est BE ad BA.

de quelques pas, et plantez de même ce second bâton, en marchant en avant ou en arrière, de manière qu'un rayon visuel, partant du point C et passant par A, aboutisse au point E, c'est-à-dire à l'autre rive. Alors retranchez AB de CD; il reste FC, dont vous chercherez le rapport à FA. Ce sera celui de BA à BE. Si AF est triple de FC, BE est triple de BA.

(Fol. 37 v°.) — 13. *Mensura putei.*

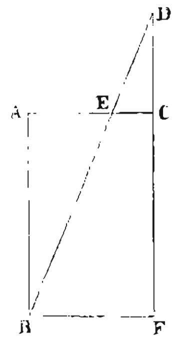
Prius a geometre diligenter perpendatur quatinus circumductio putei circularis inquiratur. Qua inventa, stans mensor super putei summitatem, subponat pedibus suis cujuslibet longitudinis *scorpionem**, quem tamdiu ante et retro pedetemptim ducat, donec per summitatem ipsius scorpionis alterius partis putei profunditatem cernat. Quo facto pars ipsius quæ puteo subjacet a pedibus mensoris, impressa nota caute ponatur; cui statura metientis non minus diligenter comparetur. Et quota comparatio ipsius partis fuerit ad metientis mensuram, eadem comparatio[2] erit diametri ad totam profunditatem putei cum statura metientis.

13. *Mesure d'un puits.*

Le géomètre doit commencer par déterminer avec soin le contour circulaire du puits. Ce contour trouvé, le géomètre, se tenant debout au-dessus du puits, se mettra sous les pieds un *scorpion** d'une longueur quelconque, qu'il promènera en avant et en arrière avec les pieds, jusqu'à ce que, par l'extrémité supérieure de l'instrument, il puisse apercevoir la profondeur de l'autre partie du puits. Cela fait, la partie du scorpion qui s'applique horizontalement sur le puits étant mesurée et notée avec précaution, à partir des pieds du géomètre, celui-ci y comparera, avec non moins d'attention, sa propre stature; or, comme cette même partie est à la taille du géomètre, ainsi est le diamètre à la profondeur totale du puits augmentée de la taille de l'homme.

[1] Ms. BA ad BE. — [2] Ms. eadem comp. e. diam. cujus stat met. ad tot. prof. putei.

* On sait par le recueil des *Mathematici veteres* (Heronis *Belopœica*, p. 122), que le *scorpion* est une règle à coulisse analogue à l'appareil décrit au § v du Traité de la Dioptre, comme servant à élever et abaisser les disques employés comme signaux. On voit que le mouvement du coulisseau sortant de sa coulisse est comparé au mouvement qu'exécute l'animal nommé *scorpion* lorsqu'il lance son dard. Par exemple, le *crayon à coulisse* est un véritable scorpion.



Verbi gratia, sit putei profunditas AB, diametrum ejus AC, statura metientis CD, harundo quæ staturæ comparatur et per quam profunditas investigatur CE; altera pars putei CF. Sit DC quadruplum ad CE, igitur DF quadruplum [ad] AC.

Soit, par exemple, AB la profondeur du puits, AC son diamètre, CD la taille du géomètre, CE la canne que l'on compare à cette taille, et qui sert à trouver la profondeur cherchée (CF étant l'autre côté du puits). Soit DC quadruple de EC, DF sera aussi quadruple de AC.

ADDITION.

On se rappelle (voir ci-dessus la Préface) que Venturi, après Kollar, déclare incomplet de près d'un tiers le manuscrit du Traité de la *Dioptre* qui appartient à la Bibliothèque impériale de Vienne. Sur cette assurance, je m'étais peu inquiété de ce manuscrit, dont la confrontation avec ceux de France exigeait d'ailleurs certaines formalités. Cependant, sur le point de terminer mon travail, j'éprouvais une sorte de regret de n'avoir pas cherché à vérifier par moi-même la légitimité des motifs de récusation allégués par les deux érudits dont je viens de citer les noms. Je me résolus donc à tenter, avant la clôture du volume, une démarche qui me mît du moins à l'abri de tout reproche, en me permettant de donner un avis personnel sur la valeur du manuscrit de Vienne. Je m'adressai pour cet effet à M. le Ministre de l'instruction publique, chez qui l'on est sûr de rencontrer toute l'obligeance possible, lorsqu'il s'agit de favoriser les intérêts de la science.

Bien m'en a pris : M. le Ministre, à qui je ne saurais en témoigner trop de reconnaissance, s'est empressé de faire auprès de la chancellerie de Vienne les démarches nécessaires pour obtenir communication du manuscrit cité. Cette communication me fut immédiatement accordée, et voici le résultat de l'examen qu'elle me permit de faire.

Le manuscrit de Vienne est incomparablement plus correct que ceux de France, et plus complet en ce qui tient au traité de la *Dioptre*[1] ; car, ainsi que nous le verrons ci-après, il contient plusieurs passages qui manquent dans les deux autres. Le reproche que lui adresse Kollar ne saurait donc porter que sur certains fragments d'Héron intitulés Τινὰ κλάσματα, étrangers d'ailleurs au traité de la *Dioptre*, et qui manquent en effet dans le

[1] Ce que j'ai dit dans le *Post-scriptum* de mon Introduction (ci-dessus, p. 170) doit être modifié dans ce sens.

manuscrit de Vienne; mais ce sont les seuls; et je suis très-porté à croire que c'est ce dernier manuscrit qui a servi de type à celui de Strasbourg.

En définitive, les principales variantes que nous présente le manuscrit de Vienne sont de plusieurs sortes.

Les unes ne font que confirmer et justifier des rectifications que j'avais déjà fait subir au texte avant que ce dernier secours me parvînt; elles sont trop nombreuses pour être citées en détail; elles ne sauraient, d'ailleurs, avoir aujourd'hui d'autre utilité qu'une satisfaction d'amour-propre pour l'éditeur; je les passe sous silence.

D'autres, sans être de nature à modifier le texte, m'ont paru cependant devoir être signalées; elles sont comprises dans la liste suivante, mais n'y sont accompagnées d'aucun signe.

Enfin, les plus importantes sont celles qui, dans cette même liste, sont accompagnées d'un *astérisque.* C'est sur cette troisième espèce de leçons que j'appelle l'attention du lecteur, parce qu'elles signalent des améliorations plus ou moins importantes que le texte doit en recevoir.

LISTE

DES NOUVELLES LEÇONS FOURNIES PAR LE MANUSCRIT DE VIENNE.

*P. 174, l. 3 : *παραλειφθέντα* : la vraie leçon à adopter est *παραληφθέντα*, qu'il faut traduire par le mot « transmises. »

* *Ibid.* l. 5 : *εἰς εὐχέρειαν μεταγαγεῖν, τὰ δὲ ψευδῶς εἰρημένα εἰς διόρθωσιν πρ.* « de « rendre facile à concevoir ce qui avait été péniblement exposé, et en même « temps de rectifier ce qu'il y avait de faux dans les explications anciennes. »

P. 176, l. 7 : *γυίσους* (leçon bizarre qui ne signifie rien).

P. 182. Plusieurs feuillets blancs se trouvent après le mot *σῃμάτια*. Je n'ai point à revenir sur ce que j'ai dit au sujet de cette lacune, dont le but, mal interprété jusqu'ici, a occasionné, à l'égard du ms. de Vienne, la défaveur que j'ai signalée.

P. 186. Le mot *θεῖα* manque, ce qui rend inutile le mot *δύο*.

*P. 188, l. 5 en montant : *ἐγκεχαράχθωσαν*; leçon à adopter au lieu de *ἐγκεχαρασθ*. qui est une leçon fautive.

P. 190, l. 6 et 7 : *τοσοῦτον*.

P. 194, l. 3 : *ἀμφότερον*.

*P. 198. J'ai signalé, aux pages 198 et 199, une erreur de copie que le manuscrit de Vienne rectifie de la manière suivante :

Après la 15[e] ligne du texte grec se trouvent les mots : *Εἶτα διόπτρα μὲν ἡ ϛ, εὐθεῖα δὲ ΨΩ.* ... « Ensuite soit J la dioptre et VY son alignement. ... »

Cette moitié de phrase a pour complément : *καὶ καταβάσεως μὲν πήχεις δύο, ἀναβάσεως δὲ πήχεις τρεῖς*, « soit la descente de 2 coudées et la montée de 3 coudées. » C'est sur ce membre de phrase que porte la note 5 de la page 198, sauf les nombres que j'ai laissés à leurs places respectives.

Il n'y a donc rien à changer au calcul, qui reste exact malgré la modification du texte ; mais toutes les couples de nombres doivent être remontées dans la seconde partie de la phrase qui les précède, de sorte que la description se termine par la phrase : *Ὁ δὲ τελευταῖος κανὼν κείσθω πρὸς αὐτῇ τῇ τοῦ ὕδατος ἐπιφανείᾳ*, « Enfin, supposons que l'un des poteaux soit parvenu près de la surface même de l'eau qu'il s'agit de conduire. » Cette phrase n'a plus besoin de complément ; et l'auteur continue : *Τῶν οὖν ἀριθμῶν...* « Alors faisant la somme.... »

Quant à la figure, les lettres

Ψ, Ω, ϛ, ϟ, ϡ, ͵Α, ͵Β, ͵Γ, ͵Δ... V, Y, J, W, &, A', B', G', D'...

doivent, respectivement, remplacer les lettres

ϟ, ϡ, ͵Α, ͵Β, ͵Γ, ͵Δ, ͵Ε, ͵ϛ, ͵Ζ... W, &, A', B', G', D', E', J', Z'...,

de sorte que, des trois lettres restantes, ͵Ε ou E' se place vis-à-vis du chiffre 3 de l'avant-dernier poteau, ͵ϛ ou J' vis-à-vis du chiffre 1 du dernier poteau, et ͵Ζ ou Z' au pied de la dernière position de la dioptre.

Mais je répète cette observation qui est seule importante : Il n'y a rien à changer dans le calcul.

P. 198, l. 4 en montant : *ἐν τοῖς εἰρημένοις σΊχοις*, « dans les lignes ou colonnes du calcul. »

P. 200, l. 3 : *εἰ δ' ἴσοι*.

P. 204, l. 14 : *γινέσθω*.

Ibid. l. 5 en montant : *εὑρημένη*.

P. 206, l. 12 : *πρὸς* $\overline{\lambda\beta}$, comme plus bas, note 4.

P. 216, l. 9 et 10 en montant : *ἔσΊω δὴ τοῦ* Γ.

Ibid. l. 6 : *τῆς* ΓΕ *τὴν* ΓΕ.

*P. 220, l. 4 : *ἐπὶ τῆς* ΓΔ.

P. 222, l. 8 : ôtez les crochets.

P. 230, l. 16 : *καὶ τὸ διὰ τοῦ* Β.

P. 232, l. 4 en montant : *ἐπὶ τὴν* ΚΛ.

Ibid. l. 2 : ΘΚΜ.

P. 240, l. 6 : *φρεατίας*.

* *Ibid.* l. 15 : *σημειωσάμενος*.

P. 242, l. 1 : *διὰ τοῦ*.

P. 244, l. 3 : ΖΕ *κανόνος*.

Ibid. dernière ligne : *ἐνδάφει*.

P. 246, l. 2 : *μέλει*.

P. 248, l. 1 : *κιρτῶσαι*.

P. 252, l. 2 : ΘΚΓ.

*P. 254, l. 9 en montant : Après le mot *διάσΊημα*, mettez un point en haut ; remplacez les crochets et leur contenu, la fin de la ligne 9, et les crochets de la ligne suivante, par ce qui suit : *ἔστω δὴ πηχῶν τριῶν. Ἀπέλαβον οὖν ἀπὸ τοῦ Ε ἐν ἐπιπέδῳ εὐθεῖαν τὴν* ΕΛ (ms. ΕΔ) *πηχῶν ὅσων ἂν* (ms. *ἐὰν*) *βούλωμαι· ἔστω δὴ πηχῶν* $\overline{\phi}$· puis continuez : *καὶ καταλείψας κ. τ. λ.*

Quant à la traduction française, commencez par supprimer les crochets, en conservant leur contenu; et continuez ainsi, pour remplacer les lignes 8 et 9 en montant :

« Je prends donc, à partir du point E dans le plan [horizontal], la droite EL « de telle étendue que je voudrai : soit cette distance de 500 coudées. Je laisse « un signal, etc. »

On voit qu'ici encore il n'y a rien de changé quant au sens, et, de plus, rien à changer dans la figure.

P. 260, l. 1 : *διὰ διόπτρας.*

P. 266, l. 4 : ôtez les crochets, la correction étant vérifiée.

Ibid. l. 12 : *εὔχρηστός ἐστιν*, leçon vérifiée.

P. 268, l. 2 en montant : *ἐκβάλλοντα.*

P. 270, l. 3 : *ἐπὶ τὸ Σ.*

P. 276, l. 4 en montant : *κάθετος ἡ* MN *διὰ τῆς δ.*

P. 282, l. 5 et 6 en montant : le renvoi n° 3 doit être reporté à la ligne suivante, après *ἡ* ΛΘ.

P. 286, dernière ligne : ôtez les crochets.

P. 288, l. 14 et 15 : *συνθέντι.*

P. 300, l. 12 : *ἔστω γὰρ.*

P. 308, l. 3 en montant : *δηλονότου τοῦ τυμ.*

P. 312, l. 7 en montant : *αἱ δ' ὑπερ.*

P. 314, l. 5 en montant : *ἃ δ' ὀρθὰ.*

P. 316, l. 8 en montant : *ἐκφερομένῳ.*

Ibid. l. 5 en montant : *μίλια*, leçon vérifiée.

P. 320, l. 4 et 5 : *ἐπιμπλόντων.*

P. 322, l. 3 : *αὐτή.*

P. 324, l. 2 des notes : effacez le mot *ἐπὶ*, note 10; mettez le n° 10 au lieu du n° 11, et le n° 11 devant le mot *Ῥώμην.*

Ibid. l. 11 en montant : après *μοιρῶν* $\overline{\kappa}$ se trouve une lacune dans le manuscrit.

Ibid. l. 8 en montant : *ἐκφαινούμεθα.*

P. 330, dernière ligne : après *τύμπανον* est une lacune.

P. 332, l. 3 : après *ἀλλ'* est une grande lacune.

Ibid. l. 12 en montant : après *ἡ δὲ ἁ* il existe une grande lacune

— Dans tout le chapitre, la substitution de Z à Ξ est vérifiée.

P. 334, l. 2, note 2 : *ἰσοῤῥόπους.*

Ibid. l. 5 : *εἰ τύχοι* entre deux lacunes.

Ibid. l. 7, note 3 : *προσθέσεως· τούτῳ.*

CORRECTIONS.

P. 176, l. 6, lisez : ἀποσΊημάτων.
P. 200, l. 5, lisez : καὶ οὕτως δὲ.
P. 208, l. 3, lisez : ϖροσεγγίσαντα.
P. 231, l. 3, lisez : à notre plan horizontal.
P. 232, note 9, lisez : note 7.
P. 238, dernière ligne, lisez : ὑπονόμῳ.
P. 240, l. 14, lisez : ἐπεκτείνω τὸ σχοινίον.
P. 262, l. 14, lisez : τὰ δὴ τραπέζια.
P. 307, l. 4 en montant, lisez : dans l'intérieur duquel.
P. 308, note 1 : lisez ἔχοντα εἰρημένα.
P. 310, l. 7, lisez : ἑκάσΊην.
P. 334, note 2, lisez : εἴη.

J'ajouterai ici deux mots pour compléter le renseignement que j'ai donné, dans le *Post-scriptum* de mon Introduction (p. 172), sur l'origine du manuscrit de Paris.

On lit sous la couverture du manuscrit de Strasbourg : *Mathiæ Berneggeri ex biblioth. Dasypod.* 1613. Les manuscrits de Paris et de Strasbourg ont donc appartenu tous deux à Mathias Bernegger (au lieu de Pernegger), auteur d'une traduction latine de l'ouvrage de Galilée : *De proportionum instrumento* (Argentorati, 1612 ; in-4°, 104 pag.). La dédicace qui accompagne cette traduction est signée : *M. Mathias Bernegger, supremæ curiæ in Argentoratensi Academia moderator.*