

LA GRAPHIE DU SYSTÈME SEXAGÉSIMAL

PAR F. THUREAU-DANGIN

Les Babyloniens avaient pour écrire les nombres un système où l'ordre de grandeur des chiffres était exprimé par leur position. J'ai indiqué dans RA XVIII, p. 124, en quoi ce système ressemblait au nôtre et en quoi il en différait. Le groupe 111, par exemple, se compose de trois unités dont la première vaut dix fois la seconde et la seconde dix fois la troisième. De même le groupe $\Upsilon \Upsilon \Upsilon$ se compose de trois unités dont la première vaut soixante fois la seconde et la seconde soixante fois la troisième. Mais, et c'est ici que git la différence essentielle entre les deux systèmes, le groupe 111 exprime non seulement l'ordre relatif, mais aussi l'ordre absolu de grandeur des trois unités; dans le groupe $\Upsilon \Upsilon \Upsilon$, seul est exprimé l'ordre relatif de grandeur. Ce système est donc beaucoup plus abstrait que le nôtre; il était d'ailleurs exclusivement réservé aux textes mathématiques. Dans le système couramment usité, l'ordre absolu de grandeur de chaque unité était directement exprimé, non par la position, mais par la forme du chiffre¹.

Quand et comment s'est formé le système savant? Il y a quelques années, j'ai eu l'occasion d'acquérir à Bagdad, pour le Louvre, deux prismes en argile (probablement de Senkereh), qui remontent au temps de la première dynastie babylonienne et appartiennent à la classe des textes mathématiques. Ils sont respectivement inventoriés AO 8862 et 8865.

AO 8862 contient des règles pour le calcul des surfaces. C'est le système savant qui y est exclusivement employé. Citons, par exemple, cette ligne (face III, l. 13) :



1.40 a-ra 1.40 2.46.40

c'est-à-dire : « $1.40 \times 1.40 = 2.46.40$ ». Fixons arbitrairement à ces unités un ordre

1. Lorsque les Accadiens introduisirent leurs unités 100 et 1.000, ils ne trouvèrent pas, dans les chiffres hérités des Sumériens, de formes pour les exprimer, et ils les écrivirent non pas idéographiquement, mais phonétiquement.



de grandeur absolu, en respectant leur ordre de grandeur relatif. Nous pourrions écrire : 1 sasse 40 unités \times 1 sasse 40 unités = 2 sares 46 sasses 40 unités. En notation décimale on écrirait : $100 \times 100 = 10.000$.

Voici la transcription des deux premières colonnes de AO 8865 (texte ci-contre) :

1 <i>šu-si</i>	10	4 <i>GAR</i>	4
2 <i>šu-si</i>	20	4 1/2 <i>GAR</i>	4.30
3 <i>šu-si</i>	30	5 <i>GAR</i>	5
4 <i>šu-si</i>	40	5 1/2 <i>GAR</i>	5.30
5 <i>šu-si</i>	50	6 <i>GAR</i>	6
6 <i>šu-si</i>	1	6 1/2 <i>GAR</i>	6.30
7 <i>šu-si</i>	1.10	7 <i>GAR</i>	7
8 <i>šu-si</i>	1.20	7 1/2 <i>GAR</i>	7.30
9 <i>šu-si</i>	1.30	8 <i>GAR</i>	8
1/3 <i>kùš</i>	1.40	8 1/2 <i>GAR</i>	8.30
1/2 <i>kùš</i>	2.30	9 <i>GAR</i>	9
2/3 <i>kùš</i>	3.20	9 1/2 <i>GAR</i>	9.30
1 <i>kùš</i>	5	10 <i>GAR</i>	10
1 1/3 <i>kùš</i>	6.40	15 <i>GAR</i>	15
1 1/2 <i>kùš</i>	7.30	20 <i>GAR</i>	20
1 2/3 <i>kùš</i>	8.20	25 <i>GAR</i>	25
2 <i>kùš</i>	10	30 <i>GAR</i>	30
3 <i>kùš</i>	15	35 <i>GAR</i>	35
[4] <i>kùš</i>	20	40 <i>GAR</i>	[40]
5 <i>kùš</i>	25	45 <i>GAR</i>	[45]
1/2 <i>GAR</i>	30	50 <i>GAR</i>	[50]
1/2 <i>GAR</i> 1 <i>kùš</i>	35	55 <i>GAR</i>	[55]
1/2 <i>GAR</i> 2 <i>kùš</i>	40	1 <i>gès</i>	[1]
1/2 <i>GAR</i> 3 <i>kùš</i>	45	1 <i>gès</i> 10 <i>GAR</i>	[1.10]
1/2 <i>GAR</i> 4 <i>kùš</i>	50	1 <i>gès</i> 20 <i>GAR</i>	[1.20]
1/2 <i>GAR</i> 5 <i>kùš</i>	55	1 <i>gès</i> 30 <i>GAR</i>	[1.30]
1 <i>GAR</i>	1	1 <i>gès</i> 40 <i>GAR</i>	1[.40]
1 1/2 <i>GAR</i>	1.30	1 <i>gès</i> 50 <i>GAR</i>	1[.50]
2 <i>GAR</i>	2	2 <i>gès</i>	2
2 1/2 <i>GAR</i>	2.30	3 <i>gès</i>	3
3 <i>GAR</i>	3	4 <i>gès</i>	4
3 1/2 <i>GAR</i>	3.30	5 <i>gès</i>	5

6 <i>gès</i>	6	3 <i>danna</i>	1.30
7 <i>gès</i>	7	4 <i>danna</i>	2
8 <i>gès</i>	8	5 <i>danna</i>	[2.30]
9 <i>gès</i>	9	6 <i>danna</i>	[3]
10 <i>gès</i>	10	7 <i>danna</i>	[3.30]
11 <i>gès</i>	11	8 <i>danna</i>	[4]
12 <i>gès</i>	12	9 <i>danna</i>	4[.30]
13 <i>gès</i>	13	10 <i>danna</i>	[5]
14 <i>gès</i>	14	11 <i>danna</i>	[5.30]
15 [<i>gès</i>]	15	12 <i>danna</i>	[6]
16 <i>gès</i>	16	13 <i>danna</i>	6[.30]
17 <i>gès</i>	17	14 <i>danna</i>	[7]
18 <i>gès</i>	1[8]	15 <i>danna</i>	7[.30]
19 <i>gès</i>	19	16 <i>danna</i>	[8]
2/3' <i>danna</i>	20	17 <i>danna</i>	[8.30]
1 <i>danna</i>	30	18 <i>danna</i>	[9]
1 1/2 <i>danna</i>	45	19 <i>danna</i>	[9.30]
1 2/3 <i>danna</i>	50	[20] <i>danna</i>	[10]
2 <i>danna</i>	1		

Cette table donne les valeurs relatives des mesures suivantes : *šu-si* (doigt), *kùš* (coudée de 30 doigts), *GAR* (mesure de 12 coudées), *gès* (mesure de 60 *GAR*), *danna* (double lieue de 30 *gès*). Elle commence avec 1 *šu-si* = 10. Extrayons de la table les équivalences suivantes :

$$\begin{aligned}
 1 \text{ doigt} &= 10 \\
 2 \text{ coudées} &= 10 \\
 10 \text{ } GAR &= 10 \\
 10 \text{ } gès &= 10 \\
 20 \text{ } danna &= 10
 \end{aligned}$$

Nous pouvons en déduire que 2 coudées = 60 doigts, 10 *GAR* = 60' doigts, 10 *gès* = 60' doigts, 20 *danna* = 60' doigts. L'ordre de grandeur relatif des chiffres placés dans la colonne de droite est exprimé par leur position.

Ce texte offre le grand intérêt de porter une date, celle du 5 *sabat* de la première année de Samsu-iluna, c'est-à-dire de l'année 1960/1959 avant notre ère¹. Nous savons donc que, dès cette date, le système savant était pleinement élaboré.

1. Le texte porte par erreur 1/3 au lieu de 2/3.

2. Cf. RA XXIV, 197.

Comment les Babyloniens sont-ils venus à cette conception si abstraite du nombre? Elle était déjà, en quelque manière, implicitement contenue dans le nom sumérien du nombre 60 et dans la forme primitive du chiffre qui l'exprimait. En effet, les Sumériens désignaient 60 par le même nom que 1 (*ges*)¹ et leur chiffre 60 n'était autre que le chiffre 1, plus grand. Cependant les Babyloniens n'auraient peut-être pas tiré les conclusions extrêmes de ces prémisses, s'ils n'y avaient pas été inconsciemment amenés par l'évolution purement graphique des chiffres. Le tableau suivant montre quelle a été cette évolution en ce qui concerne les chiffres 1, 10, 60 :

▷	▷		▷
○	▷		◁
▷	▷	▷	▷

Dans la première colonne, sont reproduites les formes que les scribes obtenaient avec le calame à section circulaire, formes qui ne sont plus attestées après la dernière dynastie d'Ur. La deuxième colonne reproduit, d'après les tablettes présargoniques de Tello, les formes obtenues avec le calame ordinaire. La quatrième colonne donne les formes qui marquent le terme de l'évolution et la troisième une forme intermédiaire du chiffre 60, attestée de l'époque d'Agadé à l'époque d'Ur.

Les Sumériens avaient encore, pour exprimer l'unité, une autre forme, purement linéaire celle-là, comme le montre le tableau suivant² :

	∟	∟
\	\	∟

Cette forme linéaire est attestée, pour la première fois, dans l'inscription de la statue de Lupa (*Découvertes*, partie épigraphique, p. LIV s.).

De la variété de formes qui résultait d'une part de l'existence de deux chiffres distincts pour l'unité et d'autre part de l'emploi de deux calames différents pour

1. Cf. RA XXV, 119, note 2, et 188.

2. Outre la forme verticale, ou oblique, on trouve aussi trace d'une forme horizontale, mais cette forme est très rare. Voir, par exemple, RTC n° 142, où ≡ désigne 3 coudées, comme le montre le calcul. C'est de cette forme que procède le signe *i* qui n'est autre originellement que le chiffre 5 horizontal, comme le signe *ia* est le chiffre 5 vertical. Il est à rappeler que, l'écriture ayant subi une conversion de 90°, ce que nous appelons horizontal était primitivement vertical, et réciproquement.

écrire les mêmes chiffres, les scribes chargés de rédiger les tablettes de comptabilité ont, pendant longtemps (jusqu'à la dynastie d'Ur inclusivement), su tirer parti, un peu comme nos comptables tirent parti d'encre diversement colorées.

Après la dynastie d'Ur, les scribes cessèrent de se servir du calame à section circulaire. La forme \blacktriangleright , dérivée de \square , continua à être employée devant les grandes unités de mesure, telles que le *gur*, le talent, etc. Mais la forme ∇ (d'origine linéaire) resta seule en usage pour exprimer l'unité commune. D'autre part, le chiffre 60, achevant son évolution, ne se distingua plus de $\nabla = 1$. Par suite, le nombre 71, par exemple, s'écrivit $\nabla \blacktriangleleft$, c'est-à-dire 1.10.1. Cette confusion entre le chiffre 60 et le chiffre 1 était pour la graphie ordinaire un sérieux inconvénient. On s'en rendit si bien compte que, par la suite, on chercha à y remédier en introduisant après ∇ (= 60) le signe \boxplus (*su*), complément phonétique de *šusšu* (60)¹. Mais il est possible que cette confusion, pur accident dans l'évolution graphique de la numération, ait donné à quelque ingénieux mathématicien l'idée du système savant, dont nous avons constaté l'emploi dès le temps de la première dynastie babylonienne.

1. Dans les contrats cassites, 60 est écrit $\nabla \boxplus$ (cf. BE XIV, n° 168, l. 31), 65 $\nabla \boxplus \boxplus$ (*ibid.*, l. 32); mais 60 suivi de dizaines continua à s'écrire ∇ , cf., par exemple, $\nabla \blacktriangleleft \blacktriangleleft = 81$ (*ibid.*, l. 46). ∇ (= 60) a fini par se fondre en un seul signe avec son complément \boxplus sous la forme \boxplus , cf., par exemple, BE IX, n° 4, ll. 1, 5 et 7.

